

1) Num processo metalúrgico, estudou-se a influência da temperatura de processo e da composição química da liga sobre a dureza dos produtos, obtendo-se os seguintes resultados:

Temperatura	Composição química								
	C.Q. no. 1			C.Q. no. 2			C.Q. no. 3		
500	143	141	150	150	137	143	145	136	129
700	152	149	-	137	132	132	142	131	134
1000	134	136	127	129	134	-	152	145	148

- pode-se afirmar graficamente que temperatura e composição química influenciam a dureza?
- pode-se afirmar estatisticamente que a temperatura e a composição química têm influência significativa sobre a dureza?
- existe interação significativa entre a temperatura e a composição química nesse processo?

2) Num estudo para se avaliar se a temperatura e a velocidade afetavam as perdas num determinado processo, também foram considerados dois fatores incontrolláveis: a umidade relativa e a pressão ambiente, obtendo-se os seguintes resultados:

Ensaio	T	V	Umidade		Pressão	
			-	+	-	+
1	-	-	31 e 27	28 e 30	23	27 e 25
2	-	+	27	25 e 32	26 e 29	28 e 34
3	+	-	26 e 31	24	23 e 21	25
4	+	+	28 e 32	26 e 26	26	22

- quais as condições de temperatura e velocidade que minimizam as perdas no processo?
- quais as condições de temperatura e velocidade que apresentam a menor variabilidade?
- considere a resposta da questão (a) e verifique se existe influência da temperatura e da velocidade, bem como de sua interação sobre as perdas no processo.

3) Ao estudar a influência de seis diferentes composições químicas na resistência de um produto, foram obtidos os seguintes resultados para seis diferentes fornecedores da matéria prima:

Composição química	Fornecedores					
	1	2	3	4	5	6
1	14			10		16
2	10		12	15		
3	20	24			19	
4		16		11	10	
5		13	17			12
			9		10	8

- qual o planejamento empregado?
- pode-se afirmar que a composição química afeta a resistência do produto?

4) Um engenheiro estuda as características de consumo de três tipos de aditivos para gasolina. No ensaio em estrada, ele empregou três carros como blocos obtendo os seguintes resultados para o consumo em km/litro:

Aditivo	Carros					
	Carro 1		Carro 2		Carro 3	
1	12	17	14	13	12	10
2	13	14	12	10	9	9
3	11	12	13	11	12	13

Pode-se afirmar que o aditivo influencia significativamente o consumo?

Exercício 1.

Planejamento Fatorial (3^2)

2 V.I. – temperatura
composição química

$N = 25$

$a = 3$ (temperatura)

$b = 3$ (composição química)

Temperatura	C.Q. 1	C.Q. 2	C.Q. 3	Yi ..
500				1274
700				1109
1000				1105
Y . j .	1132	1094	1262	Y ... = 3488

$$SS_T = \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 \right) - \frac{y_{...}^2}{abn} = (143^2 + 141^2 + \dots + 148^2) - \frac{3488^2}{25} \Rightarrow SS_T = 1478,24 \quad G.L. = 24$$

$$SS_A = \left(\sum_{i=1}^a \frac{y_{i..}^2}{bn} \right) - \frac{y_{...}^2}{abn} = \left[\left(\frac{1274^2}{9} \right) + \left(\frac{1109^2}{8} \right) + \left(\frac{1105^2}{8} \right) \right] - \frac{3488^2}{25} \Rightarrow SS_A = 59,26 \quad G.L. = 2$$

$$SS_B = \left(\sum_{j=1}^b \frac{y_{.j.}^2}{an} \right) - \frac{y_{...}^2}{abn} = \left[\left(\frac{1132^2}{8} \right) + \left(\frac{1094^2}{8} \right) + \left(\frac{1262^2}{9} \right) \right] - \frac{3488^2}{25} \Rightarrow SS_B = 97,18 \quad G.L. = 2$$

$$SS_{AB} = \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij.}^2}{n} \right) - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{AB} = \left[\left(\frac{143+141+150}{3} \right)^2 + \left(\frac{152+149}{2} \right)^2 + \left(\frac{134+136+127}{3} \right)^2 + \dots + \left(\frac{152+145+148}{3} \right)^2 \right] - \frac{3488^2}{25} - 59,26 - 97,18$$

$$SS_{AB} = 896,13 \quad G.L. = 4$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} = 1478,24 - 59,26 - 97,18 - 896,13 \Rightarrow SS_E = 425,43 \quad G.L. = 16$$

SS	G.L.
$SS_T = 1478,24$	24
$SS_A = 59,26$	2
$SS_B = 97,18$	2
$SS_{AB} = 896,13$	4
$SS_E = 425,43$	16

$$Fo_A = \frac{SS_A / (a-1)}{SS_E / ab(n-1)} = \frac{59,26 / 2}{425,43 / 16} \Rightarrow Fo_A = 1,12$$

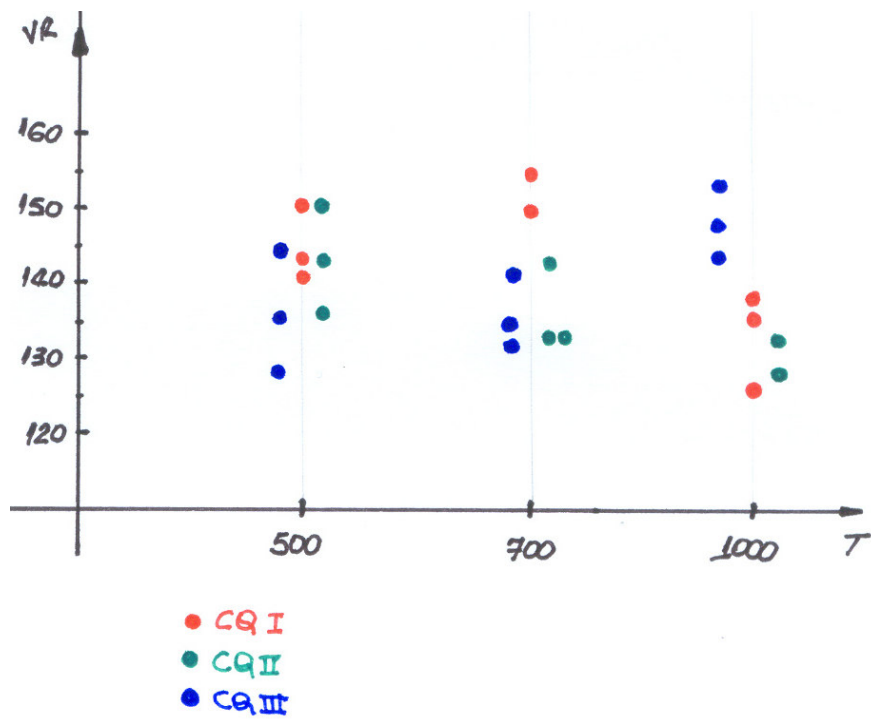
$$Fo_B = \frac{SS_B / (b-1)}{SS_E / ab(n-1)} = \frac{97,18 / 2}{425,43 / 16} \Rightarrow Fo_B = 1,83$$

$$Fo_{AB} = \frac{SS_{AB} / (a-1)(b-1)}{SS_E / ab(n-1)} = \frac{896,13 / 4}{425,43 / 16} \Rightarrow Fo_{AB} = 8,42$$

$$Fo > F\alpha, x, ab(n-1)$$

$$x = a-1, b-1, (a-1)(b-1)$$

α	Fo_A		Fo_B		Fo_{AB}	
	$F\alpha, 2, 16$	Rejeita	$F\alpha, 2, 16$	Rejeita	$F\alpha, 4, 16$	Rejeita
0,01	6,23	N	6,23	N	4,77	S
0,025	4,69	N	4,69	N	3,73	S
0,05	3,63	N	3,63	N	3,01	S
0,1	2,67	N	2,67	N	2,33	S
0,25	1,51	N	1,51	S	1,50	S



- a) Sim, graficamente existe influência da temperatura e a composição química.
- b) Não existe influência significativa.
- c) Sim, conforme gráfico acima, existe interação entre a temperatura e a composição química no processo.

IM 317 - LISTA DE EXERCÍCIOS - 10.11.2005

2) O EXERCÍCIO 2 AQUI ESTÁ MODIFICADO PELO FATO DE AINDA NÃO TERMOS APRENDIDO O MÉTODO TAGUCHI.

ENSAIO	T	V	RÉPLICAS							TOTAL
1	-	-	31	27	28	30	23	27	25	191
2	-	+	27	25	32	26	29	28	34	201
3	+	-	26	31	24	23	21	25		150
4	+	+	28	32	26	26	26	22		160
	(A)	(B)							y_{\dots}	702

RESOLVER PELO MÉTODO PF 2² EQUAÇÕES DA PÁGINA 56, MAS COM Nº DE RÉPLICAS DESBALANÇADO.

A $\left[\begin{array}{l} y_{1\dots} = \text{SOMA DE TODOS OS T (-) MÍNIMOS} = 191 + 201 = 392 \\ y_{2\dots} = \text{SOMA DE TODOS OS T (+) MÁXIMOS} = 150 + 160 = 310 \end{array} \right.$

B $\left[\begin{array}{l} y_{\cdot 1\cdot} = \text{SOMA DE TODOS OS V (-) MÍNIMOS} = 191 + 150 = 341 \\ y_{\cdot 2\cdot} = \text{SOMA DE TODOS OS V (+) MÁXIMOS} = 201 + 160 = 361 \end{array} \right.$

~~$N = a b m$~~ (QUANTO É BALANÇADO) NÃO VÁLIDO NESTE CASO
 $N = i = \text{Nº TOTAL DE RÉPLICAS} = 7 + 7 + 6 + 6 = 26$ (DESBAL.)

• $SS_T = \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^m y_{ijk}^2 \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N} = 19220 - \frac{702^2}{26} = 266$

• $SS_A = \left(\sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{b m} \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N} = \left(\frac{y_{1\dots}^2}{b m_1} + \frac{y_{2\dots}^2}{b m_2} \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N}$

$SS_A = \frac{392^2}{14} + \frac{310^2}{12} - \frac{702^2}{26} = 30,3$

• $SS_B = \left(\sum_{j=1}^b \frac{y_{\cdot j\cdot}^2}{a m} \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N} = \left(\frac{y_{\cdot 1\cdot}^2}{a m_1} + \frac{y_{\cdot 2\cdot}^2}{a m_2} \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N}$

$SS_B = \frac{341^2}{13} + \frac{361^2}{13} - \frac{702^2}{26} = 15,4$

• $SS_{AB} = \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\cdot}^2}{m} \right) - \frac{y_{\dots}^2}{N} - SS_A - SS_B$

$SS_{AB} = \frac{y_{1(-)(-)}^2}{m_1} + \frac{y_{4(+)(+)}^2}{m_4} - \frac{y_{\dots}^2}{N} - SS_A - SS_B$

$SS_{AB} = \frac{191^2}{7} + \frac{160^2}{6} - \frac{702^2}{26} - 30,3 - 15,4 = 0,2$

• $SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB}$

$SS_E = 266 - 30,3 - 15,4 - 0,2 = 220,1$

- $GL_T = N - 1 = 26 - 1 = 25$
 $GL_{AB} = (a-1)(b-1) = 1$
- $GL_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$
 $GL_E = 25 - 1 - 1 - 1 = 22$
- $GL_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$

- $F_{0A} = \frac{SS_A/1}{SS_E/22} = \frac{30,3/1}{220,1/22} = 3,03$

- $F_{0B} = \frac{SS_B/1}{SS_E/22} = \frac{15,4/1}{220,1/22} = 1,54$

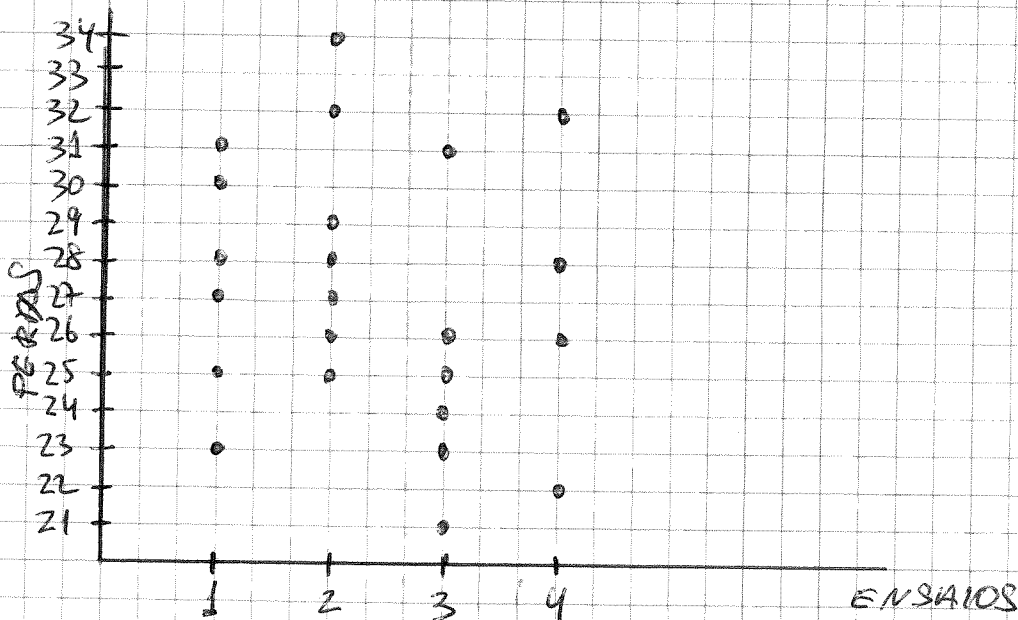
- $F_{0AB} = \frac{SS_{AB}/1}{SS_E/22} = \frac{0,2/1}{220,1/22} = 0,02$

- | α | $F_{\alpha, 1, 22}$ | (T)
F_{0A} | (V)
F_{0B} | (INTERAÇÃO)
F_{0AB} |
|----------|---------------------|-----------------|-----------------|--------------------------|
| 0,25 | 1,40 | S | S | N |
| 0,10 | 2,95 | S | N | N |
| 0,05 | 4,30 | N | N | N |
| 0,025 | 5,79 | N | N | N |
| 0,010 | 7,95 | N | N | N |

A TEMPERATURA T INFLUI.

A VELOCIDADE V NÃO INFLUI

NÃO HÁ INTERAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS T E V.



a) A CONDIÇÃO $T^+ V^-$ MINIMIZA AS PERAS.

Exercício 4 Lista de Exercícios (10/11 05)

P.N.C.A.B \Rightarrow M.E. $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \epsilon_{ijk}$
 efeito trat. \nearrow efeito blocos \uparrow efeito réplicas

T.H. $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$ | C.R de $H_0 \Rightarrow F_0 > F_{\alpha, GL_{trat}, GLE}$
 $H_1: \mu_i \neq \mu_j$

Aditivos	CARRO 1	CARRO 2	CARRO 3	$y_{i..}$			
1	12	17	14	13	12	10	78
2	13	14	12	10	9	9	67
3	11	12	13	11	12	13	72
	36	43	39	34	33	32	
$y_{.j.}$	79	73	65				217 = $y_{...}$

$a = 3$ Aditivos
 $b = 3$ carros
 $h = 2$ réplicas
 $p^2 = a \cdot b = 9$
 $N = a \cdot b \cdot h = 18$

$SS_T = \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ijk}^2 \right) - \frac{y_{...}^2}{N} = 2681 - \frac{2616,05}{18} = 64,95 \Rightarrow GL_T = 18 - 1 = 17$

$SS_{TRAT} = \left(\sum_{i=1}^a \frac{y_{i..}^2}{h \cdot b} \right) - \frac{y_{...}^2}{N} = \frac{78^2 + 67^2 + 72^2}{2 \cdot 3} - \frac{2616,05}{18} = 10,11 \Rightarrow GL_{TRAT} = 3 - 1 = 2$

$SS_{BLOCOS} = \left(\sum_{j=1}^b \frac{y_{.j.}^2}{h \cdot a} \right) - \frac{y_{...}^2}{N} = \frac{79^2 + 73^2 + 65^2}{2 \cdot 3} - \frac{2616,05}{18} = 16,45 \Rightarrow GL_{BLOCOS} = 3 - 1 = 2$

$SS_{RÉPLICAS} = \left(\sum_{k=1}^{p^2} \frac{y_{...k}^2}{p^2} \right) - \frac{y_{...}^2}{N} = \frac{(12+14+12+13+12+9+11+13+12)^2 + \dots + (17+13+10+14+10+9+12+11+13)^2}{9} - \frac{2616,05}{18} = 0,0611$
 $GL_{RÉPLICAS} = 2 - 1 = 1$

$SS_E = 64,95 - 0,11 - 16,45 - 0,0611 = 38,33 \Rightarrow GL_E = 17 - 2 - 2 - 1 = 12$

Calculando-se F_0 para os tratamentos

$F_0 = \frac{SS_{TRAT} / GL_{TRAT}}{SS_E / GLE} = \frac{10,11 / (2)}{38,33 / (12)} = 1,58$

α	$F_{\alpha, 2, 12}$	Rejeita H_0 ?
0,25	1,56	SIM
0,10	2,81	NÃO
0,05	3,89	NÃO
0,025	5,10	NÃO
0,01	6,93	NÃO

Portanto verifica-se que H_0 é rejeitado apenas para $\alpha = 0,25$. Conclui-se que para α pouco menores que 0,25 não se rejeita e, desta forma, o aditivo NA influencia no consumo.