# UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Trabalho de Conclusão de Curso

### Simulação Numérica de dispositivo do tipo carenagem na atenuação de vibrações induzidas por vórtices

Autor: Rodrigo Dias Panza Orientador: Prof. Dr. Eugênio Spano Rosa

Campinas, Novembro 2013

# UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Trabalho de Conclusão de Curso

### Simulação Numérica de dispositivo do tipo carenagem na atenuação de vibrações induzidas por vórtices

Autor: Rodrigo Dias Panza Orientador: Prof. Dr. Eugênio Spano Rosa

Curso: Engenharia Mecânica

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Comissão de Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Campinas, 2013 S.P. – Brasil

### Dedicatória:

Dedico este trabalho à minha família; minha mãe, Silvania Dias Panza, meu pai, Hudson Panza e ao meu irmão, Rafael Dias Panza, pelo o imenso suporte despendido ao longo de todos os meus 6 anos de graduação, sem o qual eu não poderia ter chegado ao fim dessa etapa da minha vida.

A minha namorada, Julie Cazajus, que durante todo o meu último ano acadêmico esteve ao meu lado e me proveu de força e coragem para chegar ao o seu fim.

Aos meu colegas de Faculdade que durante todos esses anos contribuíram de alguma forma com a minha formação.

Aos meus amigos que me ajudaram de alguma maneira e me influenciaram na construção do meu carácter e da minha personalidade.

A Professora Marie Françoise EL FASSI por ter me escolhido e acreditado em mim para a realização do programa de Duplo Diploma na Ecole Centrale Lyon.

### Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Ao Prof. Dr. Eugênio Spano Rosa pelo excelente apoio acadêmico na realização desse trabalho.

A meus pais, Silvania Dias Panza e Hudson Panza pelo apoio moral para a conclusão desse trabalho.

A meus caros amigos de Faculdade e também companheiros de residência, Antônio Ruby e Guilherme Coppi Durante, pela paciência e suporte durante todo o desenvolvimento desse trabalho.

Ao corpo docente da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp que contribuíram para a minha formação, transmitindo-me valiosos conhecimentos ao longo da minha graduação.

# Índice

RESUMO1
LISTA DE FIGURAS2
LISTA DE TABELAS3
NOMENCLATURA
1 INTRODUÇÃO4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA6
2.1 Escoamento externo
2.2 Camada-limite7
2.3 Formação de vórtices
2.4 Esteira de vórtices11
2.5 Forças fluidodinâmicas
2.6 Cilindro carenado16
3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO 19
3.1 Modelo numérico
3.2 Modelo geométrico
3.3 Parâmetros do escoamento
3.4 Condições de contorno
3.5 Condições numéricas
3.6 Configurações numéricas do escoamento26
3.7 Malha

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	31
4.1 Campo de pressão e velocidade	
4.2 Linhas de corrente	
4.3 Coeficiente de arrasto e de sustentação	
4.4 Frequência de desprendimento de vórtices	
5 CONCLUSÕES	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

### Resumo

PANZA, Rodrigo D., *Simulação Numérica da atenuação de vibrações induzidas por vórtices por dispositivo do tipo carenagem*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Trabalho de Conclusão de Curso (2013), 44 pp.

Por meio de modelos numéricos em CFD é realizado um estudo sobre as forças induzidas pela formação de vórtices em dois perfis aerodinâmicos diferentes. O primeiro trata-se do escoamento em torno de um cilindro circular, o segundo de um cilindro com uma carenagem aerodinâmica ao seu redor. Busca-se determinar a atenuação das forças oscilatórias no cilindro quando do uso da carenagem em comparação ao seu não uso.

O desprendimento de vórtices causa oscilações de pressão junto a superfície do corpo que levam o surgimento de forças oscilatórias sobre o mesmo. Se o corpo estiver livre para oscilar, ele será solicitado de forma cíclica podendo levar a falha por fadiga. Logo, as vibrações devem ser minimizadas o máximo possível para garantir as especificações de projeto. O cilindro de perfil circular foi escolhido devido a sua inúmeras aplicações em engenharia, como tubulações subaquáticas, cabos e pilares de sustentação, torres de transmissão, chaminés, trocadores de calor, indústria aeroespacial entre outros.

Para o estudo, um modelo numérico para cada caso foi criado e analisado no software de CFD Phoenics. As condições de escoamento e de contorno foram escolhidas para o caso de regime permanente laminar, com viscosidade constante e médio número de Reynolds. A análise dos resultados se concentra na distribuição de pressão em torno do corpo, o local espacial da formação dos vórtices, a frequência de desprendimento (número de Strouhal) e os coeficientes de arrasto e de sustentação.

A comparação dos resultados dos dois cilindros permite concluir que as vibrações induzidas são devidas principalmente a oscilação da força de sustentação, e que o uso da carenagem a atenua, assim como a frequência de desprendimento para todos os Re testados.

Palavras Chave: Vórtices, Atenuação, Vibrações, Carenagem, CFD



# Lista de Figuras

Figura 1 - Camada-limite em escoamento externo (Thermal-Fluids Central)	8
Figura 2 - Variação do gradiente de pressão (INCROPERA, 2007)	8
Figura 3 - Ponto de separação e esteira de vórtices (FITZPATRICK)	9
Figura 4 - Formação dos vórtices (ALLEN, 2001)	. 10
Figura 5 - Camada-limite laminar e turbulenta (INCROPERA, 2007)	. 10
Figura 6 - St X Re cilindro circular (LIENHARD, 1966)	. 11
Figura 7 - Regimes da esteira de vórtices para cilindro circular (LIENHARD, 1966)	. 12
Figura 8 – $C_D$ em função de Re para cilindro liso (LIENHARD, 1966)	. 14
Figura 9 - Geometria da carenagem e relação L/D (CABRAL, 2012)	. 16
Figura 10 – $C_D e C_L$ de cilindro carenado para Re100 e diferentes L/D (CABRAL, 2012).	. 17
Figura 11 – $C_D e C_L$ do cilindro carenado para Re 100, 200, 500 e 1000 (CABRAL, 2012	)18
Figura 12 - Modelo numérico do cilindro circular	. 20
Figura 13 - Modelo numérico do cilindro carenado	. 20
Figura 14 - Condições de contorno do domínio numérico	. 22
Figura 15 - Janela de visualização da variação dos erros no cálculo das variáveis	. 25
Figura 16 - Malha cartesiana quadrada para o cilindro circular	. 28
Figura 17 - Malha cartesiana com potência com "Fine Grid" para o cilindro carenado	. 28
Figura 18 - Detalhe do "Fine Grid"	. 29
Figura 19 - Campo de pressão em torno do cilindro carenado	. 32
Figura 20 - Campo de velocidade para o cilindro carenado	. 33
Figura 21 - Linhas de corrente em diferentes instantes para o cilindro circular	. 34
Figure 22 - Linhas de corrente em diferentes instantes para o cilindro carenado	. 34
Figura 23 - Vórtices estacionários em Re100 para o cilindro carenado	. 35
Figura 24 - Resultados de CD e CL para perfil circular e carenado – Re100	. 36
Figura 25 - Resultados de CD e CL para perfil circular e carenado – Re300	. 37
Figura 26 - Resultados de CD e CL para perfil circular e carenado – Re500	. 39



# Lista de Tabelas

Tabela 1 - Parâmetros do escoamento	. 21
Tabela 2 - Passo de tempo e tempo total	. 24
Tabela 3 - Tempo de simulação com "Fine Grid"	. 30
Tabela 4 - Strouhal circular e carenado	. 41

## Nomenclatura

### Letras Latinas

A	Área projetada do corpo	[m <sup>2</sup> ]
D	Diâmetro do cilindro	[m]
f	Frequência de vórtices	[Hz]
L	Comprimento	[m]
р	Passo de tempo	[s]
U	Velocidade do escoamento livre	[m/s]
Т	Tempo total de simulação	[s]

### Letras Gregas

ρ	Densidade	[kg/m³]
μ	Viscosidade dinâmica	[N.s/m <sup>2</sup> ]
v	Viscosidade cinemática	[m²/s]

### Abreviações

Re	Número de Reynolds
St	Número de Strouhal

### Siglas

CFD Computational Fluid Dynamics



### 1 Introdução

No estudo do escoamento transversal em corpos cilíndricos é observado um fenômeno periódico de formação de vórtices chamado esteira de vórtices ("*Vortex Shedding*", em inglês). O fenômeno ocorre a partir de certo número de Reynolds, tanto em regime laminar quanto turbulento, e consiste na formação periódica de vórtices a jusante do cilindro e de uma esteira de vórtices ao longo do escoamento, apresentando movimento alternado entre a formação de vórtices na parte inferior e superior do corpo. O desprendimento periódico desses vórtices cria regiões alternadas de baixa pressão que tendem a mover o objeto em sua direção, e portanto de forma oscilatória. Em casos estruturais, a presença desses vórtices pode gerar forças vibratórias que podem ser nefastas para o sistema em questão. Casos práticos como vigas, bases de plataformas petrolíferas, risers, prédios, pontes, postes e até mesmo antenas de carro são exemplos de componentes de engenharia que podem estar submetidos a este fenômeno e ressaltam a importância de seu estudo e de sua compreensão, assim como de um método para a sua atenuação.

Existem diversas maneiras para atenuar os efeitos causados pela formação de vórtices, sendo a utilização de uma carenagem aerodinâmica um deles e objeto desse estudo. Uma carenagem é definida como um invólucro em torno de um corpo, de modo a lhe dar uma nova forma geométrica. Com o intuito de determinar a atenuação alcançada por esse dispositivo, dois modelos numéricos foram criados no software Phoenics, de CFD; de maneira que o primeiro modelo trata-se de um cilindro de perfil circular e o segundo de um cilindro circular com uma carenagem aerodinâmica ao seu redor. Ambos os modelos apesar de apresentarem três dimensões, são tratados como sólidos de duas dimensões devido as condições do escoamento transversal adotadas nesse estudo.

O regime de escoamento escolhido é o laminar com médio número de Reynolds, (40  $\leq$  Re  $\leq$  1000), pois o tratamento desse tipo de escoamento é menos complexo se comparado ao regime turbulento, mas que ainda permite a análise qualitativa dos fenômenos mencionados. A partir de um alto número de Reynolds, instabilidades e turbulências ocorrem, aumentando a complexidade do escoamento, e portanto a dificuldade de simulação. Assim, foram escolhidos três números de Reynolds para serem analisados nos dois modelos, sendo esses Re = 100, Re = 300 e Re = 500.



As condições limites e inicias foram escolhidas de forma a representar um escoamento real sobre o corpo. O cilindro circular foi gerado no próprio Phoenics, mas o cilindro com carenagem foi gerado em um programa de desenho 3D e posteriormente importado.

Um estudo de malha foi realizado a fim de encontrar uma malha capaz de capturar corretamente o fenômeno desejável, o desprendimento de vórtices, e de modo que o menor tempo de simulação fosse alcançado (otimização). Optou-se assim por uma malha cartesiana em todo domínio para o perfil circular e outra com potência em regiões mais e menos densas, e uma região com grande quantidade de células em torno do perfil carenado.

Diversas simulações foram realizadas a fim de capturar o fenômeno de maneira satisfatória. A dificuldade da simulação é evitar a difusividade numérica e garantir a captação dos vórtices, escolhendo a malha e o passo de tempo corretos. Como o problema envolve diversas variáveis, a alteração de cada parâmetro teve que ser minuciosamente escolhida para a convergência de resultados exploráveis. Nesse sentindo, a literatura foi de extrema importância, pois permitiu esclarecer quais resultados seriam plausíveis nesse tipo de problema e quais parâmetros deveriam ser utilizados, assim que para a validação dos modelos.

Em seguida da criação dos modelos, da escolha dos parâmetros de escoamento, dos casos a serem estudados e dos ajustes numéricos, os resultados foram obtidos e puderam ser analisados com intuito de revelar conclusões sobre o uso do dispositivo do tipo carenagem como atenuador dos efeitos gerados pela formação de vórtices. A análise é feita sobre a distribuição de pressão ao longo dos modelos, o local de formação dos vórtices e suas frequências e as forças atuantes sobre os corpos e seus respectivos coeficientes. Com isso, foi possível determinar de maneira qualitativa se há ou não a atenuação de vibrações induzidas sobre o cilindro com o uso da carenagem.



### 2 Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Escoamento externo

O escoamento externo sobre cilindros é de recorrência frequente em diversos campos da atividade humana. Ele envolve o movimento relativo de um fluido na direção perpendicular a seção normal do cilindro, e é também nomeado de escoamento cruzado. O cilindro de perfil circular é um dos casos mais usais estudados da literatura e permite a compreensão do fenômenos envolvidos no escoamento externo cruzado.

O principal parâmetro para a caracterização de um escoamento externo é o número adimensional de Reynolds que representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas de um dado fluído. Ele é definido segundo a equação abaixo, e é utilizado como a principal variável para a definição do regime do escoamento.

$$Re = \frac{\rho UD}{\mu} = \frac{UD}{v} \quad (1)$$

A descrição matemática de um escoamento é feita através de 3 princípios de conservação; da massa, da quantidade de movimento e da energia. As equações originadas de cada princípio de conversação são respectivamente, a equação da continuidade, as equações do movimento (equações de Navier-Stokes) e equação da energia.

Para o caso de interesse de um escoamento de um fluído newtoniano (viscosidade constante) e incompressível em 2-D, sem a necessidade do cálculo da energia, as equações utilizadas para a sua modelização são mostradas abaixo, aplicando as devidas simplificações.

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 (2)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2}\right) + \rho g_x (3)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta y^2}\right) + \rho g_y (4)$$

As equações são respectivamente, a equação da continuidade, a equação do movimento na direção x e a equação do movimento na direção y. Utilizando-as com as



condições de contorno e condições iniciais de um dado escoamento é possível encontrar a resolução do seu campo de velocidade, e portanto a descrição do movimento do fluído no tempo e no espaço.

As equações providas do princípio de conversação da quantidade de movimento são também chamadas de equações de Navier-Stokes, devido a Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes que as deduziram. O primeiro termo em parênteses dessas equações (equações 3 e 4) representa o efeito de convecção existente no escoamento, o primeiro e segundo termos após o sinal de igual representam as forças de superfície, sendo que o primeiro é devido a pressão e aquele em parênteses é devido as tensões viscosas do fluído. O último termo das equações representa as forças de campo no escoamento.

O conhecimento do campo de velocidade no escoamento nos permite a determinação de outras variáveis de interesse como o fluxo e as forças de arrasto e de sustentação.

A resolução das equações de Navier-Stokes apresentam soluções analíticas para alguns casos simples de escoamento, mas para a grande maioria de problemas só a solução numérica é possível, e realizada através do uso de CFD.

#### 2.2 Camada-limite

Devido a forças viscosas de um fluído e a condição de não deslizamento na superfície sólida do cilindro, tensões viscosas decorrentes da interação do fluido com a superfície levam a formação de uma camada-limite, região onde o gradiente de velocidade na direção normal varia até uma distância,  $\delta$ , e os efeitos viscosos são importantes. Nessa região a velocidade varia rapidamente desde um valor nulo, na parede do corpo, até o valor característico da velocidade do escoamento, em  $\delta$ . Fora desta camada, as forças viscosas são mínimas e podem ser consideradas desprezíveis.

A figura abaixo ilustra o desenvolvimento da camada-limite e o seu perfil de velocidade em um escoamento externo, demonstrando o efeito da viscosidade sobre a velocidade do fluído na região da camada limite. Ao longo dessa camada, os efeitos viscosos reduzem a energia cinética do fluído, e portanto sua velocidade, até o ponto de velocidade zero na parede do corpo.



7



Figura 1 - Camada-limite em escoamento externo (Thermal-Fluids Central)

### 2.3 Formação de vórtices

Analisando o escoamento cruzado em um cilindro de perfil circular, notamos que existem duas zonas de escoamento sobre o cilindro definidas por seu respectivo gradiente de pressão. A zona mais a montante do escoamento possui um gradiente de pressão favorável, dp/dx < 0, ou seja a pressão diminui com o avanço da coordenada x, e a zona mais à jusante, em seguida, que possui um gradiente de pressão desfavorável, dp/dx > 0, ou seja a pressão da coordenada x. As duas zonas são ilustradas na figura abaixo.



Figura 2 - Variação do gradiente de pressão (INCROPERA, 2007)

A mudança no gradiente de pressão pode ser entendida analisando o fluxo sobre o cilindro circular. O fluído da corrente livre é levado ao repouso no ponto de estagnação frontal ("stagnation point", na figura 3), localizado na linha de simetria e na superfície do



cilindro. Neste ponto a velocidade resultante do fluído é igual a superfície do cilindro, e é portanto U = 0, e sua pressão dinâmica é máxima, de acordo com a condição de Bernoulli.

À medida que avança-se na direção x, em torno do perfil circular, a pressão diminui gradativamente de modo que dp/dx < 0 e consequentemente o fluído acelera devido ao gradiente favorável até uma velocidade máxima onde dp/dx = 0 (Ver figura 2). A partir desse ponto, ao continuar a avançar na direção x, o fluído desacelera devido ao gradiente de pressão que passa a ser adverso, ou seja, dp/dx >0.

A energia de pressão armazenada no ponto de estagnação é transformada em energia cinética ao longo da superfície do cilindro com uma perda de energia devido a efeitos viscosos, e é devido a essa transformação da energia que o gradiente de pressão diminui.



Figura 3 - Ponto de separação e esteira de vórtices (FITZPATRICK)

Com o aumento do gradiente de pressão desfavorável, o gradiente de velocidade na superfície do cilindro aproxima-se de zero  $(\partial u/\partial y | y = 0)$ , ou seja há uma perda de energia cinética do escoamento nesse ponto; e consequentemente a quantidade de movimento resultante do fluído na região é insuficiente para suportar o aumento de pressão (o fluído encontra-se numa região de gradiente de pressão adverso!). Esse ponto é conhecido como ponto de separação ("separation point", na figuras 2 e 3), caracterizado pela falta energia cinética para superar o gradiente de pressão, levando a impossibilidade da continuação do movimento a jusante do fluído.

Uma vez atingindo o ponto de separação, visto que o fluxo do fluído obstrui o escoamento na direção inversa, cria-se uma região de circulação que pode ser



9

estacionária ou dinâmica dependendo da condição do escoamento. Na condição do tipo dinâmica verifica-se a separação da camada-limite do corpo e a formação e desprendimento de vórtices na região jusante do cilindro. Por sua vez na condição estática há só formação dos vórtices, sem desprendimento. Os vórtices são formados pela combinação de velocidades em direções diferentes e o descolamento da camada-limite do corpo, como ilustra a figura 4 abaixo.



Figura 4 - Formação dos vórtices (ALLEN, 2001)

Em escoamentos externos pode ocorrer a transição da camada-limite laminar para turbulenta, dependendo principalmente (mas não exclusivamente) do número de Reynolds. O fato da camada-limite ser laminar ou turbulenta influencia significativamente a posição do ponto de separação, pois a quantidade de movimento do fluído em uma camada-limite turbulenta é maior do que em uma camada-limite laminar, e portanto a separação da camada-limite é retardada no caso turbulento, localizado mais a jusante no escoamento.

A influência do regime da camada-limite sobre o ponto de separação pode ser compreendido a partir do caso do escoamento cruzado sobre o cilindro. Para um dado cilindro de perfil circular e Re  $\leq 2 \times 10^5$ , a camada-limite permanece laminar e a separação ocorre para  $\Theta \approx 80^\circ$ , sendo que para Re  $\geq 2 \times 10^5$  a camada-limite é turbulenta e a separação ocorre para  $\Theta \approx 140^\circ$ . Conforme a figura 5 ilustra abaixo.



Figura 5 - Camada-limite laminar e turbulenta (INCROPERA, 2007)



Além disso, verifica-se que quanto antes ocorrer a transição da camada-limite, mais atrasado será o ponto de separação, diminuindo a esteira de vórtices à jusante e consequentemente o coeficiente de arrasto sobre o cilindro, como se será visto adiante. Vale lembrar que outras variáveis podem influenciar na separação da camada-limite além do Re, sendo os principais; a rugosidade do corpo e a sua geometria.

#### 2.4 Esteira de vórtices

A formação de uma esteira de vórtices à jusante de um cilindro de perfil circular é observada à partir de Re = 40 e passa por algumas configurações até Re elevados, da ordem de  $10^6$ . Para a faixa,  $40 \le \text{Re} \le 3 \times 10^5$ , Observa-se que a formação dos vórtices é periódica e alternada entre a região superior e inferior do cilindro, e portanto apresenta uma frequência de desprendimento. O valor adimensional que representa a frequência de desprendimento é conhecido como número de Strouhal (St) e é definido abaixo:

$$St = \frac{fD}{U}$$
 (5)

Foi observado experimentalmente que o número de Strouhal aumenta com o aumento do Re. Além de que para Re > 1000, o St é aproximadamente constante e igual a 0,21 para ampla faixa de Re. A figura 6 ilustra os resultados encontrados de St.



Figura 6 - St X Re cilindro circular (LIENHARD, 1966)



O Re é o principal fator de caracterização da esteira de vórtices. Para baixos Re, (Re  $\leq$  5) não há separação da camada-limite e consequentemente não a formação da esteira de vórtices. Para,  $5 \leq \text{Re} \leq 40$ , verifica-se a formação de vórtices estacionários, ou seja, sem desprendimento dos vórtices. Para a faixa,  $40 \leq \text{Re} \leq 150$ , inicia o desprendimento periódico de vórtices a jusante do cilindro, a esteira tem regime laminar e é também conhecida como esteira de Von Kármán. Entre Re 150 e Re 300 é caracterizado uma zona de transição da esteira de vórtices. Para Re  $\geq$  300, a esteira de vórtices passa de laminar para turbulenta, mas os vórtices ainda são identificáveis. Atingindo a faixa de,  $3x10^5 \leq \text{Re} \leq 3,5x10^6$ , a camada-limite sobre o cilindro entra em transição e a esteira de vórtices torna-se mais fina (ponto de transição mais a jusante) e sem vórtices identificáveis, apesar de continuar ocorrendo o descolamento. A partir de Re  $\geq$  3,5x10<sup>6</sup>, a camada-limite é totalmente turbulenta e a esteira torna-se ainda mais fina, porém com os vórtices mais uma vez identificáveis porém distorcidos. Os regimes da esteira de vórtices são ilustrados na figura abaixo.



Figura 7 - Regimes da esteira de vórtices para cilindro circular (LIENHARD, 1966)



#### 2.5 Forças fluidodinâmicas

Um corpo imerso em um fluido viscoso escoando está sujeito a uma força resultante devido a interação de ambos. A magnitude dessa força depende de muitos fatores, mas principalmente do Re e da geometria do corpo. A força resultante é normalmente decomposta na força de arrasto ( $F_D$ ), definida como a componente da força resultante paralela à direção do escoamento, e na força de sustentação ( $F_L$ ), definida como a componente da força resultante perpendicular à direção do escoamento.

A força resultante é efeito de tensões superficiais geradas entre o fluído e o corpo. Essas tensões superficiais podem ser divididas em tensões tangenciais devido a ação viscosa e em tensões normais devido à pressão local. Apesar da força resultante ser a soma das tensões superficiais ao longo da superfície do corpo, não é possível a sua integração para a maioria dos problemas encontrados, pois não se conhece de maneira exata a distribuição das tensões e nem do campo de velocidades, além da dificuldade de se levar em conta os efeitos da camada-limite e a separação do escoamento.

No início tentou-se prever a força resultante a partir da teoria do escoamento potencial irrotacional que foi desenvolvida com intuito de criar um modelo matemático de escoamento cruzado sobre corpos e com isso poder prever a força de arrasto e de sustentação. Porém, as hipóteses utilizadas para a formulação do escoamento não representam um escoamento real, pois os efeitos viscosos da camada-limite não são levados em conta, assim como a existência da separação do escoamento . Portanto, a utilização dessa teoria leva a resultados não verídicos como a não existência de força de arrasto em corpos simétricos devido a simetria de escoamento em torno deste. Este resultado ficou conhecido como paradigma d'Alembert e evidencia que a teoria do escoamento potencial irrotacional não poderia prever a força de arrasto em corpos simétricos, apesar de ser útil para outras finalidades.

Uma alternativa para a determinação da força resultante é recorrer a métodos experimentais ou numéricos, graças ao desenvolvimento do CFD.

A força de arrasto é a componente paralela ao escoamento da força resultante e é resultado da tensão tangencial, responsável pelo chamado arrasto de atrito e da tensão normal responsável pelo arrasto de pressão, ambas fazem parte da força de arrasto resultante.



A força de arrasto pode ser representada pela sua formulação adimensional conhecida como coeficiente de arrasto ( $C_D$ ), definido na equação abaixo. O coeficiente de arrasto pode ser entendido como a razão entre a magnitude da força de arrasto sobre o corpo e a pressão dinâmica do escoamento. Quanto maior o  $C_D$ , maior é o efeito das tensões superficiais causadoras da força de arrasto sobre o corpo.

$$C_D = \frac{F_D}{0.5 * \rho * U^2 * A} \ (6)$$

O comportamento experimental do C<sub>D</sub> em função do número de Re para um cilindro liso é mostrado na figura abaixo.



Figura 8 – C<sub>D</sub> em função de Re para cilindro liso (LIENHARD, 1966)

Observando a figura identifica-se que para Re<40, há uma região linear na curva onde não ocorre a separação do escoamento e o arrasto é predominantemente de atrito.

Para valores de Re entre 40 e 1000, verifica-se a queda do arrasto continuamente mas não linearmente, nessa região a esteira, devido a descolamento do escoamento, começa a se desenvolver a jusante do corpo, fazendo com o que o ponto de separação



mova-se da jusante em direção a montante até uma posição de estabilização. A esteira apresenta baixa pressão e portanto um grande arrasto de pressão é gerado.

Apesar de não ilustrado, para Re>1000 verifica-se a estabilização do  $C_D$ , nessa região uma esteira turbulenta de baixa pressão ocupa a parte à jusante do cilindro, e a maior parte do arrasto é devido ao arrasto de pressão. Para valores acima de Re  $2x10^5$  ocorre a transição da camada-limite laminar para turbulenta, como já explicado anteriormente, movendo o ponto de separação mais a jusante e portanto reduzindo o tamanho da esteira e consequentemente o arrasto de pressão, fato evidenciado pela queda abrupta do  $C_D$  nesse ponto.

Assim como a força de arrasto, a força de sustentação pode ser colocada em uma forma adimensional conhecida como coeficiente de sustentação (C<sub>L</sub>), definido na equação abaixo.

$$C_L = \frac{F_L}{0.5 * \rho * U^2 * A} \ (7)$$

A força de sustentação é efeito global da tensão normal agindo sobre a superfície do corpo na direção perpendicular ao escoamento. A tensão normal é por sua vez resultado da distribuição da pressão ao longo corpo e se pegarmos a contribuição perpendicular da pressão em cada elemento da superfície e somarmos, obteremos a força de sustentação.

Corpos que apresentam simetria ao longo do eixo do escoamento tende a não apresentar ou apresentar valores de força de sustentação mais baixos do que aqueles da força de arrasto, pois a pressão age de maneira simetria sobre os dois lados, anulando-se. Porém corpos que apresentam assimetria, como os aerofólios, apresentam valores de F<sub>L</sub> muito mais expressivos, pois a distribuição de pressão nesse caso não é simétrica. Para o caso de cilindros, espera-se que não haja força de sustentação devido a sua simetria, porém mais uma vez, a separação da camada limite e o surgimento da esteira a jusante serão responsável pelo surgimento de zonas de pressão oscilantes que consequentemente geram uma oscilação da força de sustentação, apesar de sua média poder ser nula.

Como visto anteriormente, o regime de separação da camada-limite e a formação da esteira de vórtices é bem conhecido para ampla faixa de Reynolds para o caso do cilindro circular (Figura 7). A partir do surgimento da esteira de vórtices é possível determinar a frequência de descolamento desses (número de Strouhal) e portanto é também possível determinar a frequência de oscilação das forças atuantes sobre o corpo, pois a formação e



desprendimento dos vórtices levam a uma variação no campo de pressão entorno do corpo, e que por sua vez leva a uma variação nas forças atuantes sobre esse.

Devido ao fato do desprendimento ocorrer ora na parte superior, ora na parte inferior do corpo, a força de sustentação oscila na mesma frequência que a do desprendimento. Por outro lado, a oscilação da força de arrasto é duas vez aquela do desprendimento pois a cada desprendimento, tanto em cima quanto embaixo, leva a uma variação no campo de pressão na direção paralela, porém com uma intensidade menor que aquela verificada para a oscilação da força de sustentação.

A existência da camada-limite, do descolamento do escoamento da superfície do corpo e a formação da esteira de vórtices são responsáveis pela assimetria no campo de pressão em torno do corpo, levando o surgimento de forças atuantes que oscilam em função da frequência de desprendimento e que podem causar falhas devido ao fenômeno de fatiga ou ultimamente ao fenômeno de ressonância.

#### 2.6 Cilindro carenado

Para minimizar ou evitar vibrações induzidas por vórtices, utiliza-se dispositivos atenuadores ou supressores. Um dos dispositivos utilizados é a carenagem em torno de um cilindro. Alguns estudos numéricos já foram feitos a fim de determinar a eficiência da atenuação de vibrações induzidas com uso da carenagem, analisando os coeficientes de arrasto e sustentação do cilindro carenado e comparando seus resultados com o do cilindro circular. Os resultados apresentados a seguir são segundo CABRAL 2012.

Como a carenagem pode possuir uma infinidade de geometrias, é necessário estabelecer critérios geométricos para o estudo dos parâmetros de interesse. A forma da carenagem estudada é aquela mostrada pela figura abaixo, e o seu principal parâmetro é a razão entre seu comprimento e seu diâmetro (L/D). Sendo que o diâmetro utilizado é fixo e é o mesmo do cilindro circular, utilizado para a comparação dos resultados.



Figura 9 - Geometria da carenagem e relação L/D (CABRAL, 2012)



Para avaliar a atenuação das vibrações induzidas devido a carenagem, os coeficientes de arrasto e de sustentação são utilizados, pois são a forma adimensional das forças de arrasto e de sustentação respectivamente, e portanto uma diminuição nos coeficientes significa uma diminuição nas forças atuantes, e consequentemente nas vibrações induzidas. A figura abaixo ilustra os resultados do  $C_D$  e  $C_L$  para os diferentes L/D do cilindro carenado a Re 100 em um escoamento 2D com viscosidade e densidade constantes, segundo CABRAL 2012.



Figura 10 – C<sub>D</sub> e C<sub>L</sub> de cilindro carenado para Re100 e diferentes L/D (CABRAL, 2012)

Observar-se que com o aumento da razão L/D reduz a amplitude do coeficiente de arrasto, e que em todos os casos o valor é inferior aquele em relação ao cilindro circular cujo valor é aproximadamente 1,1 de acordo com a Figura 8.

Por outro lado no caso do coeficiente de sustentação verifica-se que somente para L/D = 3 e L/D = 4 não há mais oscilações presentes, indicando a atenuação total da oscilação da força de sustentação, ao contrário dos outros dois casos. Como anteriormente, a medida que a razão L/D aumenta a amplitude do C<sub>L</sub> diminui. Portanto, o uso da carenagem atenua as vibrações induzidas por vórtices.

Apesar do coeficiente de arrasto também oscilar, caso L/D = 1,5, a sua amplitude é cerca de 18 vezes menor que a do coeficiente de sustentação (0,18/0,01). Portanto, a vibração induzida no corpo é devida majoritariamente a oscilação da força de sustentação, como já mencionado anteriormente.



17

O estudo acima foi feito para Re 200, 500 e 1000 e compiladas no gráfico em 3 dimensões apresentado na figura abaixo onde os valores são as amplitudes do respectivos coeficientes. A razão L/D = 1 é o cilindro circular sem carenagem.

O formato dos gráficos e as escalas utilizadas não permitem uma leitura precisa de valores, e portanto, seu uso é mais restrito a observação da evolução dos coeficientes de uma maneira qualitativa.

Observa-se que a medida que a razão L/D aumenta o  $C_L$  diminui, assim como o  $C_D$ , independentemente do Re.



Figura 11 – C<sub>D</sub> e C<sub>L</sub> do cilindro carenado para Re 100, 200, 500 e 1000 (CABRAL, 2012)

Verifica-se que para Re  $\geq$  100, não houve mais a supressão completa do desprendimento de vórtices para nenhuma configuração de L/D, visto que o C<sub>L</sub> apresenta amplitudes maiores que zero. Se tomarmos uma razão L/D fixa, o valor de C<sub>D</sub> permanece praticamente constante com o aumento do Re, enquanto o C<sub>L</sub> aumenta ligeiramente com o aumento do Re.

Os resultados segundo CABRAL 2012 nos permitem avaliar qualitativamente o que ocorre com os valores de  $C_D$  e  $C_L$  quando do uso da carenagem, e verificar que essa atenua as vibrações induzidas por vórtices.



### **3 Procedimento Numérico**

### 3.1 Modelo numérico

Busca-se comparar um mesmo escoamento sobre dois corpos de formas geométricas diferentes a fim determinar as diferenças nas forças atuantes, portanto à par esse fator, todos os outros foram mantidos iguais para os casos dos escoamentos escolhidos. Os dois corpos desse estudo são respectivamente, o cilindro circular e o cilindro carenado conforme a seção anterior.

O software utilizado é o pacote comercial de CFD Phoenics da CHAM, utilizado para modelização, criação da malhas, escolha de condições de contorno e numéricas, cálculos numérico e tomada de resultados desse estudo. Maiores informações sobre o seu funcionamento podem ser obtidas a partir do site encontrado na bibliografia desse trabalho.

A orientação geométrica dos modelos foi escolhida de maneira a satisfazer a ordem de cálculo do programa, com o intuito de diminuir o tempo de simulação e igualmente de tratar o problema em 2 dimensões. Assim, os modelos cilíndricos foram posicionados com suas faces no plano X-Y e com seus comprimentos na direção Z. Esse arranjo permiti reduções significativas no tempo de simulação, pois o software realiza seus cálculos do plano X-Y ao próximo plano X-Y até o comprimento total de Z. Como o escoamento é tratado como bidimensional o cálculo de apenas um plano X-Y é suficiente a cada passo de simulação, visto que todos os outros são iguais ao longo da direção Z, levando a uma economia do tempo total de simulação.

### 3.2 Modelo geométrico

O cilindro de perfil circular foi criado no próprio software de CFD, Phoenics, pois se trata de um perfil de fácil construção dada as ferramentas disponíveis pelo programa. O diâmetro (D) utilizado foi de 0,6 m e a profundidade (Z) de 1 m, pois apesar tratarmos o problema como um sólido 2D, o software só trabalha com sólidos 3D. Contudo, ao escolher o plano XY como plano de trabalho, ou seja aquele que contém o perfil circular do cilindro, criamos uma condição de tal maneira que o software trata o problema em 2D, como explicado anteriormente. O cilindro de perfil circular é apresentado na figura 7 abaixo.





Figura 12 - Modelo numérico do cilindro circular

Porém no caso do perfil com carenagem, o software Catia V5 foi utilizado para a criação do modelo 3D do perfil, visto sua forma mais complexa e de difícil criação no software CFD. Em seguida, o modelo foi importado ao Phoenics no mesmo local onde se encontrava o cilindro de perfil circular. A forma do cilindro carenado é baseada no cilindro de perfil circular, e portanto apresenta diâmetro (D) de 0,6 m e um comprimento (L) de 1,8 m, ou na forma adimensional L/D = 3, e igualmente uma profundidade unitária de acordo com a figura 13 abaixo. A escolha da geometria do perfil carenado foi baseada na geometria de CABRAL 2012 para a comparação dos resultados.



Figura 13 - Modelo numérico do cilindro carenado

Tanto o cilindro circular quanto o cilindro carenado foram modelados como sólidos lisos, ou seja, sem rugosidade superficial.

### 3.3 Parâmetros do escoamento

O estudo realizado se concentra em dois regimes diferentes para a esteira de vórtices, o regime laminar e o turbulento. Para Re = 100 a esteira é laminar e a camadalimite também (esteira de Von Kármán), para o valor de Re = 300 a região é de transição da esteira laminar para turbulenta e para Re = 500 a esteira é turbulenta. Em todos os regimes a camada-limite continua laminar.



A densidade e a viscosidade dinâmica foram mantidas constantes em todas as simulações, assim como a dimensão características (diâmetro D) para ambos os cilindros. A velocidade do escoamento livre foi o único parâmetro alterado para alcançar o número de Re desejado.

Parâmetros	Re 100	Re 300	Re 500	
U	2,5 m/s	7,5 m/s	12,5 m/s	
ρ =1 kg/m v = 0,015 m²/s ³ D = 0,6 m				

Tabela 1 - Parâmetros do escoamento



### 3.4 Condições de contorno

As condições de contorno utilizadas para esse estudo formam um conjunto de especificações que procuram representar o escoamento cruzado real. Portanto, foram escolhidos, uma entrada com fluxo de velocidade uniforme e pressão, uma saída com pressão atmosférica e sem velocidade, e fronteiras norte e sul com velocidades tangencias igual a velocidade de entrada e a pressão constante.

O uso das fronteiras norte e sul com tais condições vem da condição de simetria com que trabalha o software e evita a interferência das próprias fronteiras no escoamento. Ao selecionar fronteiras com pressão atmosférica, o fluído pode sair do fluído sem ser rebatido de volta ao mesmo, o quê levaria a uma alteração no campo de velocidade. Ao selecionar fronteiras com velocidade tangencial (em X) igual a velocidade livre, permite, por exemplo, que o fluido que sai pela fronteira norte entre pela fronteira sul (condição de simetria do software) com velocidade próxima a do escoamento dentro do domínio. A figura abaixo ilustra as fronteiras do domínio e suas dominações.



Figura 14 - Condições de contorno do domínio numérico

O tamanho do domínio também foi escolhido para evitar que o escoamento venha a perturbar a si mesmo, de maneira que a zona de influência da camada-limite no escoamento não se propague entre as fronteiras norte e sul. Logo, o domínio apresenta



dimensões relativamente grandes em relação aquelas dos cilindros, sendo que X/D = 10 e Y/D = 16,67. A figura acima também ilustra as dimensões do domínio.

#### 3.5 Condições numéricas

O fenômeno da esteira de vórtices é transiente ao longo do tempo, visto o descolamento da camada-limite e a formação da esteira de vórtices que desprende vórtices alternativamente. Assim trata-se de um problema de regime transiente e não permanente, e que portanto leva a escolha do tempo total de simulação que se quer simular para o estudo do problema.

Ao longo das simulações, verificou-se que os menores Re apresentavam tempos de aparecimento da esteira mais longo do que para Re maiores. Portanto, para Re 100 foi utilizado um tempo de simulação maior do que para Re 300 e 500, a fim de garantir o aparecimento da esteira e a otimização do tempo, pois o aumento do tempo de duração do fenômeno a ser simulado leva a um aumento não-linear do tempo total de cálculo.

Além da determinação do tempo total de simulação, foi preciso a determinação do passo de tempo da simulação. O passo de tempo representa a divisão do tempo total em n-partes que serão usadas para o cálculo do campo de pressão e velocidade naquele instante e que somadas no final darão a resposta ao longo do tempo total.

O passo de tempo pode ser imaginado como o tamanho da célula da malha, assim em geral quanto menor o passo de tempo, maior será a resolução dos cálculos e menores os erros, mas com aumento igualmente maior no tempo de simulação. Portanto, busca-se otimizar o passo de tempo com intuito de garantir a convergência dos resultados com o menor tempo de simulação total possível.

Apesar de existir teorias para o cálculo do maior passo de tempo que pode ser utilizado para um dado escoamento, neste estudo o passo de tempo foi escolhido de uma forma empírica, pois realizou-se testes com os modelos e utilizou-se dos resultados disponíveis na literatura para a escolha e validação dos passos de tempo. Primeiramente utilizou-se passos de tempo que fossem cerca de 100 vezes menores que o período dos desprendimentos dos vórtices, encontrada a partir da equação 5. Por exemplo, para Re 300 temos da figura 6, St = 0,205, e portanto da equação 5 temos que a frequência é 2,56 Hz e o período T = 0,39s, e portanto o passo de tempo p= 0,0039 s foi escolhido. O resultado da simulação para o número de Strouhal, utilizando esse passo de tempo para o



modelo do cilindro circular, foi confrontado com aquele da literatura e foi validado. Em seguida aumentou-se o passo de tempo de maneira a fazer comparações semelhantes até conseguir-se tempos de simulação menores.

É importante ressaltar que outros parâmetros influenciam no tempo de simulação, e que a otimização de todos até seus respectivos pontos ótimos é complexa, assim a obtenção de tempos de simulação duas vezes menores com alteração do passo de tempo foi considerado satisfatória.

A Tabela abaixo mostra os tempos totais e os passos de tempos utilizados para os diferentes Re e para os dois corpos, assim como o tempo de cálculo aproximado de cada um.

	Re	100	Re300		Re500	
Perfil	Passo	T. total	Passo	T. total	Passo	T. total
Circular	0,01 s	35 s	0,005 s	16 s	0,005 s	12 s
Carenagem	0,01 s	35 s	0,005 s	16 s	0,005 s	12 s

Tabela 2 - Passo de tempo e tempo total

Outro fator importante na otimização do tempo total de simulação é o número de iterações em cada passo de tempo, quanto menor o número de iterações, menor o tempo de cálculo para cada passo de tempo e consequentemente menor o tempo total de simulação.

Para a escolha do número de iterações, observar-se a convergência dos erros da pressão e velocidade em cada passo de tempo, de maneira que esse valor seja da ordem de 10<sup>-3</sup>, ou seja, a variação da resposta (erro) atinge essa magnitude, ou igualmente quando não há mais variação na magnitude ao longo das iterações. Essas observações podem ser feitas a cada passo de tempo pela janela disponível pelo software que mostra os valores dos erros. Conforme a figura abaixo ilustra, percebe-se que o erro (janela a direita) estabilizou-se antes de atingir o valor mínimo (cut-off) e igualmente que os valores (janela a esquerda) não se lateram mais, e portanto de nada adiantaria aumentar o número de iterações além disso. Logo, para cada simulação utilizou-se um número de iterações diferentes, pois cada uma apresentou um ponto de convergência diferente.





Figura 15 - Janela de visualização da variação dos erros no cálculo das variáveis

#### Viscosidade numérica

Ao longo da utilização de programas CFD vem sido observado a presença de um fenômeno numérico chamado de viscosidade numérica. A viscosidade numérica surge da discretização das equações da quantidade de movimento (Qd) do escoamento (equações de Navier-Stokes (3) e(4)). A discretização é necessária para a aplicação de algum método de cálculo numérico que permita a resolução das equações numericamente. Porém ao discretizar as equações, um erro numérico (resíduo) é adicionado a uma dada célula pelo cálculo da Qd das células vizinhas, de maneira que esse erro se propaga de acordo com fluxo convectivo do escoamento para as outras células vizinhas, ou seja, o valor de uma dada célula é combinado com resíduo da célula vizinha para alcançar um novo valor médio de momento e segue adiante de acordo com o escoamento.

O valor do resíduo será maior para maiores descontinuidades na malha, pois maiores serão as disparidades de valores entre a Qd de células vizinhas. A viscosidade numérica leva a uma suavização dos valores na fronteira das descontinuidades, e portanto leva a alteração dos valores do campo de pressão e velocidade. Esse processo é conhecido como homogeneização da solução, e é importante para a convergência dos resultados, mas pode em alguns casos dissipar completamente a existência de fenômenos, como por exemplo, os vórtices.



Com intuito de diminuir os efeitos dissipativos da viscosidade numérica o modelo numérico QUICK foi utilizado nas simulações, tornando a captura do aparecimento dos vórtices na esteira possível, e portanto as oscilações nos campos de pressão e velocidade à jusante puderam ser computadas. O caso contrário quando não se utiliza o QUICK, o efeito dissipativo da viscosidade numérica elimina a captura dos vórtices, conforme testes realizados.

#### 3.6 Configurações numéricas do escoamento

A faixa de Re estudada encontra-se no regime laminar do escoamento externo (Re  $\leq 3 \times 10^{5}$ ), e portanto o modelo de turbulência adotado é o laminar para todas a simulações, independente da geometria ou do número de Reynolds.

Como o estudo está interessado nas forças sobre o corpo, somente as soluções dos campos de pressão e velocidade são necessários. Logo, somente essas soluções foram ativadas no software, deixando o cálculo de energia, temperatura e outros desativados.

Além disso, foi ativado o cálculo das componentes da força resultante sobre o corpo para a posterior apreciação dos resultados e obtenção dos coeficientes respectivos.

#### 3.7 Malha

A escolha da malha em um modelo CFD é um fator crítico para o sucesso da simulação numérica, pois se deve escolher uma malha que consiga captar os fenômenos desejáveis para o estudo, de maneira que os resultados sejam congruentes com a realidade e não simplesmente resultados sem valor físico, e ao mesmo tempo uma malha que permita a convergência dos resultados. Outra consequência importante da escolha da malha é o tempo de simulação, malhas mais refinadas e complexas levam a tempos de simulação maiores e podem comprometer de maneira significativa a obtenção de resultados. Portanto, busca-se o compromisso entre a malha utilizada e o tempo de simulação.

No caso do escoamento externo estudado a médios Reynolds, o efeito da viscosidade do fluído é importante sobre a camada limite, como já mencionado. Essa região costuma ter dimensões relativamente pequenas se comparadas as dimensões do corpo e as do domínio do escoamento, e portando torna-se necessário o uso de células da malha suficientemente pequenas para a captação dos efeitos que ocorrem nessa região



26

sem que as mesmas sejam demasiadamente pequenas, o que implicaria num aumento substancial do tempo de simulação.

O equilíbrio entre assegurar os resultados e um tempo de simulação factível é encontrado ao se variar o tamanho das células da malha e de suas configurações, partindo de malhas já utilizadas em problemas semelhantes encontradas na literatura e levando em consideração que os efeitos da camada-limite devem ser capturados, assim como a esteira de vórtices. Logo, a região em torno do cilindro deve apresentar células pequenas em relação a dimensão do corpo, podendo apresentar células maiores à medida que se afasta dele. Os ajustes necessários são feitos por experimentação até um ponto desejado, variando-se o tamanho da malha e a sua configuração, e observando a evolução do erro no cálculo da velocidade e pressão, e da convergência dos resultados.

No caso desse estudo, chegou-se a um boa relação entre tempo de simulação e a convergência dos resultados aplicando-se uma malha cartesiana quadrada em todo o domínio para o caso do cilindro de perfil circular, e uma malha cartesiana polinomial no domínio e com uma região de densidade de células 3 vezes maior que a do domínio em torno do cilindro com carenagem. Essa região mais refinada é chamada de "Fine Grid" pelo programa e permiti uma maior precisão dos valores numéricos.

Uma malha quadrada é aquela que suas células possuem os mesmos tamanhos em ambas direções X e Y, formando portanto células quadradas. Por sua vez, uma malha polinomial apresenta regiões com células menores seguindo uma relação polinomial que faz com que as células diminuam de tamanho à medida que se avança em uma dada direção, e portanto as células não necessariamente quadradas.

Para o perfil circular foi utilizado um tamanho de célula de aproximadamente 10 vezes menor que o diâmetro do cilindro, como pode ser observado na figura abaixo. A preferência por utilizar uma malha cartesiana quadrada, em vez de uma malha com diferentes tamanhos de células, é devido a sua implementação relativamente fácil e por minimizar problemas numéricos relacionados a células de tamanhos diferentes devido a viscosidade numérica. A sua implementação foi utilizada pois os resultados das simulações do Cd e do St foram validados com os dados encontrados nas referências bibliográficas.

Os dois prismas a jusante do cilindro, mostrados na figura abaixo, são registradores da pressão e velocidade ao longo do tempo. Eles são chamados de "point history" e registram a cada instante de tempo as variações no campo de velocidade e pressão do



27

escoamento nesses pontos. Ao fim da simulação, os dados contidos neles são recuperados e utilizados para a análise e discussão dos resultados, permitindo o cálculo do número de Strouhal.



Figura 16 - Malha cartesiana quadrada para o cilindro circular

A figura abaixo ilustra o uso do "Fine Grid" no cilindro com carenagem. Na região em torno do corpo não se vê espaços, fato que indica uma grande quantidade de células, em relação ao domínio. Além disso, foi-se utilizado uma malha cartesiana com potência nas regiões a montante e a jusante do corpo, a fim de melhorar a convergência dos resultados.



Figura 17 - Malha cartesiana com potência com "Fine Grid" para o cilindro carenado



O fato importante a ser considerado ao utilizar regiões com densidade de células diferentes em uma malha é a fronteira entre essas regiões. Visto que na região de "Fine Grid" os valores são mais precisos do que na malha do domínio pode haver dispersão de valores na passagem entre eles. A dispersão entre as fronteiras dessas regiões é devido a aproximações numéricas realizadas a fim de convergir a solução numérica. Para minimizar esse efeito procura-se colocar as fronteiras entre as duas malhas numa região que não apresentem grandes gradientes e entre células de tamanhos semelhantes, evitando assim erros entre elas. Observar-se na figura abaixo que as fronteiras do "Fine Grid" encontram-se afastadas do corpo e dos gradientes provocados pela camada-limite, minimizando assim os erros entre as malhas. A fronteira na região à frente do corpo é mais próxima em relação as outras, pois não há ainda a interferência da camada-limite no escoamento, e portando os gradientes entre as duas regiões são menores. Além de observarmos a utilização da malha com potência que permitiu que as células fronteiriças apresentassem tamanhos menores em relação aquelas mais afastadas, e portanto mais próximos daquelas no "Fine Grid".



Figura 18 - Detalhe do "Fine Grid"

A utilização de uma pequena região com malha mais refinada ("Fine Grid") em torno do cilindro permitiu atingir um tempo de simulação menor do que uma malha cartesiana simétrica em todo o domínio, pois para que tal situação funcione seria preciso que toda a malha apresentasse dimensões pequenas como aquela presente na região do "Fine Grid, o que levaria a um tempo de simulação importante.



A titulo de comparação, os dados abaixo revelam os tempos de simulação para as duas situações, onde todos os outros parâmetros foram mantidos inalterados.

Perfil Carenado	Re = 100	Re = 300	Re = 500
Malha cartesiana	5 horas	8 horas	9 horas
Com Fine Grid	3 horas	4 horas	5 horas

Tabela 3 - Tempo de simulação com "Fine Grid"

Observando a tabela acima, fica evidente que o uso do "Fine Grid" reduz significativamente o tempo de simulação para Re maiores. Além de que seu uso apresentou valores menores de erro numérico e de resíduos numéricos, indicando um cálculo mais preciso dos resultados quando comparado com a malha sem o seu uso.

Após a construção dos modelos numéricos, da escolha das condições de contorno e de escoamento, dos ajustes numéricos e das malhas utilizadas, foi possível realizar as simulações que proveram os resultados apresentados na próxima sessão.



### 4 Resultados e Discussões

Os primeiros resultados foram importantes para os ajustes numéricos necessários a fim de validar os modelos. Utilizando as condições numéricas anteriormente descritas e os modelos numéricos procurou-se para as primeiras simulações encontrar os valores de referência, ao mesmo tempo garantir a convergência dos cálculos. A partir das resolução de cada caso, foi possível extrair resultados para o objetivo de avaliar a atenuação de vibrações induzidas por vórtices no cilindro carenado em relação ao cilindro circular. Os resultados numéricos retirados do software foram, a força de arrasto e a força de sustentação agindo sobre os modelos e as suas frequências de atuação ao longo do tempo para os diferentes números de Reynolds estudados.

### 4.1 Campo de pressão e velocidade

Apesar dos valores da pressão não serem utilizados diretamente nesse estudo, a figura abaixo ilustra a distribuição da pressão ao longo do perfil carenado para um dado instante de tempo e Re 300 para a ilustração e compreensão dos fenômenos associados a formação de vórtices, zonas de baixa pressão e a força resultante sobre o cilindro.

A partir da figura é possível observar o ponto de estagnação no bordo de ataque do corpo (região de alta pressão representada pela cor vermelha), a predominância de uma zona de baixa pressão a jusante do corpo, a forma da esteira de vórtices que neste caso mostra o último vórtice desprendido da parte superior para a inferior enquanto ele se afasta do corpo, e o fato que os vórtices apresentam pressão relativa negativa.

Pode-se ainda inferir que os pontos de separação da camada-limite ocorre na região azul (baixa pressão) sobre o corpo. A escala mostrada na figura representa a pressão relativa a pressão atmosférica.

Como pode-se notar na Figura 19, o vórtice apresenta uma pressão relativa negativa maior que a própria região da esteira de vórtices onde ele se encontra, e uma diferença de pressão ainda maior em relação a montante do escoamento.

A diferença de pressão total entre as regiões a montante e a jusante, e entre as regiões superior e inferior em torno do cilindro, gera uma força resultante sobre ele na direção da região de alta pressão à baixa pressão ao longo do tempo. Como a esteira de vórtices, e os vórtices estão associados a zonas de pressão relativa negativa, e eles



variam no tempo de maneira oscilatória de acordo com a frequência de desprendimento dos vórtices, a força resultante também oscila no tempo da mesma maneira.

Ao tomar-se a componente da força resultante na direção X (Força de arrasto) verifica-se que a cada novo vórtice formado e seu posterior desprendimento, o cilindro experimenta um ciclo de variação da força nessa direção, independentemente do local de sua formação (inferior ou superior), e portanto a componente da força apresenta a frequência de desprendimento de um único vórtice.

Por outro lado, para a componente da força resultante na direção Y (Força de sustentação), verifica-se que a cada um ciclo de dois vórtices (um inferior e outro superior) o cilindro experimenta um ciclo de variação na força nessa direção, e portanto essa força apresenta a frequência de desprendimento de dois vórtices.



Figura 19 - Campo de pressão em torno do cilindro carenado

A análise feita sobre o campo de pressão para o cilindro carenado é igualmente válida para o cilindro circular.

Para verificar se os pontos de separação da camada-limite ocorrem na região azul sobre o corpo da figura acima, o campo de vetores da velocidade foi ilustrado para evidenciar esses pontos. A figura 20 ilustra a direção da velocidade absoluta do escoamento sobre o corpo. Ao observar-se os vetores verifica-se que os pontos de separação ocorrem na região citada, pois a velocidade é contrária ao escoamento e sua amplitude é reduzida (o tamanho dos vetores indicam sua intensidade).



A partir de um ponto de separação é possível identificar a zona de recirculação respectiva. Por último, é possível verificar a forma alternada da formação de vórtices ao acompanhar as mudanças de direção dos vetores e de seus sentido de rotação ao longo da esteira de vórtices a jusante.



Figura 20 - Campo de velocidade para o cilindro carenado

### 4.2 Linhas de corrente

Primeiramente é apresentado uma série de figuras com as linhas de corrente do cilindro circular em diferentes instantes para Re 300. Pode-se observar da série abaixo o caráter oscilatório da formação dos vórtices sobre a superfície do cilindro. Na primeira imagem, pode-se ver a formação de um vórtice na parte superior a jusante do cilindro; em seguida, esse vórtice se desenvolve e desprende-se da superfície do cilindro nos instantes posteriores. A partir do tempo 8,70 s, um novo vórtice se forma, mas dessa vez na parte inferior do cilindro, para realizar a mesma sequência que o vórtice anterior. Portanto, o ciclo de formação e desprendimento dos vórtices se repete, de maneira que o ciclo é completo a cada nova formação do vórtice de referência, ou seja, para caso da série abaixo o vórtice de referência é o da primeira imagem, e portanto, a série representa um ciclo do fenômeno. É a frequência desse ciclo que é utilizada para o cálculo do número de Strouhal (equação 5).





Figura 21 - Linhas de corrente em diferentes instantes para o cilindro circular

Em seguida, é apresentado uma série de figuras com as linhas de corrente do cilindro carenado em diferentes instantes para Re 300. Como anteriormente, observar-se a formação alternada de vórtice, ora na parte superior, ora na parte inferior do corpo. Porém a formação de um vórtice começa antes mesmo do desprendimento do vórtice anterior, diferentemente do ocorre com o circular. Observa-se também que o desprendimento dos vórtices ocorrem mais longe do que aquele observado no circular, ou seja, o maior gradiente de pressão ocorre mais afastado do centro de massa para o perfil carenado.



Figure 22 - Linhas de corrente em diferentes instantes para o cilindro carenado



Ao comparar as Figuras 21 e 22, nota-se que os vórtices se desprendem muito mais próximos do centro de massa do cilindro circular do que no caso do cilindro carenado. Logo, como os vórtices são regiões de pressão relativa negativa, a sua proximidade do cilindro circular acarreta diferenças de pressão mais próximas do corpo e consequentemente sujeito a maiores forças e oscilações sobre ele. Por sua vez, o cilindro carenado consegue, devido a sua forma alongada, distanciar o desprendimento dos vórtices da região onde concentra-se maior parte da sua massa, levando a diferenças de pressões menores em seu entorno, e consequentemente a forças menores.

No caso do perfil carenado foi observado que para o caso de Re 100 não houve oscilação da força de sustentação (Figura 10), indicando que não houve desprendimento de vórtices. Para visualizar essa afirmação, foi feito as linhas de corrente para esse caso como ilustra a figura abaixo, onde observar-se que existem dois vórtices simétricos em relação ao corpo na região à jusante do corpo, e que assim permaneceram durante todo o tempo da simulação, e são portanto vórtices estacionários (sem desprendimento), ou seja não há formação da esteira de vórtices para Re 100.



Figura 23 - Vórtices estacionários em Re100 para o cilindro carenado

#### 4.3 Coeficiente de arrasto e de sustentação

Os resultados conseguidos através das simulações foram sintetizados em tabelas de dados que apresentam as forças agindo sobre o cilindro em cada caso em relação ao tempo. Porém, a apreciação dos resultados é feita a partir de gráficos que compilam os coeficientes de arrasto e de sustentação ao longo do tempo (Equações 6 e 7). Apesar da obtenção das forças atuantes sobre os corpos, a forma adimensional das forças (coeficientes) é preferida por permitir a comparação com valores da literatura e para uma melhor apreciação qualitativa dos resultados.

#### <u>Re 100</u>

Para o caso de Re = 100, o gráfico abaixo apresenta os coeficientes de arrasto e de sustentação ao longo do tempo (em segundos) obtidos para ambos os cilindros.





Figura 24 - Resultados de CD e CL para perfil circular e carenado – Re100

A partir do gráfico observa-se primeiramente que o cilindro circular demora um tempo maior do que o cilindro carenado para atingir um regime estável, assim o perfil carenado se estabiliza por volta de 16s, enquanto que o perfil circular em 28s. O coeficiente de arrasto do cilindro carenado é cerca de 5 % (1,05/1,1) menor que o do cilindro circular para seus valores médios. Além de verificar-se uma pequena oscilação do CD do circular, diferentemente da estabilidade do CD do carenado.

Observa-se também que apesar de ambos os coeficientes de sustentação (CL) apresentarem médias igual a zero, o coeficiente de sustentação do circular apresenta uma oscilação ao longo do tempo indicando a existência do desprendimento de vórtices, e portanto diferentemente do o que ocorre para o perfil carenado que não apresenta oscilação em seu CL (como observado na Figura 18 que mostra os vórtices estacionários).

A amplitude de variação do CL para o circular é visualmente maior que a amplitude de variação do seu próprio CD, porém com frequências diferentes. Portanto, a vibração induzida é devida principalmente pela oscilação da força de sustentação. Apesar da escala que dificulta a observação da diferença nas frequências, a análise dos dados nos permitiu verificar que a frequência do CD é cerca de duas vezes aquela do CL.

É possível verificar através da figura 8 que o valor do CD para o cilindro circular da literatura é aproximadamente o mesmo que aquele encontrado na simulação, ou seja, CD



= 1,1 segundo LIENHARD 1966. No caso do perfil carenado, o valor do CD apresenta uma diferença significativa do valor de referência, visto que o valor segundo CABRAL 2012 (Figura 10) é aproximadamente 0,45 e o valor da simulação é 1. Tal diferença é provavelmente devido a diferença na malha utilizada e no passo de tempo no estudo de referência. Porém espera-se que o valor do CD para o carenado seja menor que para o circular devido a sua geometria e pela tendência da curva de referência (Figura 11), fato consumado pelo resultado encontrado.

Para o valor do CL do carenado, verifica-se que o valor da amplitude encontrado está de acordo com CABRAL 2012 (figura 10), ou seja ocorre a supressão do desprendimento de vórtices.

#### Re 300

Para o caso de Re = 300, o gráfico abaixo apresenta os coeficientes de arrasto e de sustentação ao longo do tempo (em segundos) obtidos para ambos os cilindros.



A partir do gráfico observa-se primeiramente que ambos perfis apresentam tempos próximos para atingir o regime estável, assim o perfil carenado se estabiliza por volta de 6s, enquanto que o perfil circular em 9s. Ainda observar-se que o tempo de simulação foi



menor, pois não foi necessário um grande tempo para encontrar os valores estáveis dos coeficientes, diferentemente do caso anterior.

Em seguida, verifica-se que o coeficiente de arrasto para o cilindro carenado é cerca de 33 % (0,7/1,05) menor que o do cilindro circular para seus valores médios. Verifica-se uma pequena oscilação do CD do circular, diferentemente da estabilidade observada do CD do carenado como constatado no caso anterior para Re 100.

Observa-se que dessa vez ambos os CL oscilam, sendo que o CL do circular apresenta uma amplitude de cerca de 11 vezes maior que aquela do carenado, e uma frequência maior. Neste caso, o desprendimento de vórtices ocorre para ambos cilindros e podem ser visualizados segundo as Figuras 21 e 22. Apesar dos valores médios serem zero, a amplitude de oscilação é o principal fator gerador de vibração no corpo, admitisse que quanto maior a oscilação da força, maior a amplitude de vibração do cilindro.

É possível verificar através da figura 8 que o valor do CD para o cilindro circular da literatura é aproximadamente o mesmo que aquele encontrado na simulação, ou seja, CD = 1,05 segundo LIENHARD 1966. No caso do perfil carenado o valor do CD apresenta uma diferença do valor de referência, visto que o valor segundo CABRAL 2012 (Figura 11) é aproximadamente 0,4 e o valor da simulação é 0,7. Porém espera-se que o valor do CD para o carenado seja menor que o CD do circular devido a sua geometria e pela tendência da Figura 11 onde o valor do CD do carenado para Re 300 é menor do que para Re 100, fato consumado pelo resultado encontrado.

Para o valor do CL do circular, verifica-se que o valor da amplitude encontrado não está de acordo daquele encontrado segundo CABRAL 2010 (figura 11), ou seja o valor da literatura é aproximadamente igual a 1,4 e valor encontrado é igual a 0,4, porém espera-se um aumento do seu valor em relação ao caso de Re 100, fato consumado pelo resultado. Igualmente para o CL do carenado que segundo a figura 11 é aproximadamente igual a 0,4 e o valor encontrado é igual a 0,033. Porém, os valores encontrados seguem a tendência da Figura 11, ou seja, os valores de CL aumentam com o aumento do Re para ambos os cilindros.

Em ambos os cilindros verifica-se que o CD diminui e o CL aumenta (amplitude) em relação ao caso de Re 100, assim como ocorre para os resultados de referência de LIENHARD 1966 (Figura 8) para o CD do circular e de CABRAL 2012 (Figura 11) para o CD do carenado e CL de ambos os cilindros.



#### <u>Re 500</u>

Para o caso de Re = 500, o gráfico abaixo apresenta os coeficientes de arrasto e de sustentação ao longo do tempo (em segundos) obtidos para ambos os cilindros.



Figura 26 - Resultados de CD e CL para perfil circular e carenado – Re500

A partir do gráfico observa-se primeiramente que ambos perfis apresentam pouco tempo para atingir o regime estável, assim o perfil carenado se estabiliza por volta de 4s, enquanto o perfil circular em 6s. Ainda observar-se que o CD do cilindro carenado é cerca de 30 % (0,68/0,97) menor que aquele do cilindro circular. Verifica-se uma oscilação bem pequena do CD do circular, diferentemente da estabilidade no CD do carenado, como constatado nos casos anteriores para Re 100 e Re 300.

Em seguida, constata-se que o CL do circular apresenta uma amplitude de oscilação de cerca de 9 vezes maior do que aquela do carenado e uma frequência ligeiramente maior, como constado no caso para Re 300.

Verifica-se através da figura 8 que o valor do CD para o cilindro circular da literatura é aproximadamente o mesmo que aquele encontrado na simulação, ou seja, CD = 1 segundo LIENHARD 1966. No caso do perfil carenado o valor do CD apresenta uma diferença significativa do valor de referência, visto que o valor segundo CABRAL 2012 (Figura 11) é aproximadamente 0,4 e o valor da simulação é 0,68. Porém espera-se que o



valor do CD para o carenado seja aproximadamente constante a partir de Re 200, segundo a Figura 11, fato que ocorre se compararmos com os valores do CD para Re 300 e Re 500 desse estudo.

Para o valor de CL do carenado, verifica-se que o valor da amplitude encontrado não está de acordo daquele encontrado segundo CABRAL 2012 (Figura 11), ou seja o valor da literatura é aproximadamente igual a 0,5 e valor encontrado é igual a 0,02.

Em ambos os cilindros verifica-se que o CD se mantem aproximadamente no mesmo valor e o CL (amplitude) diminui em relação aos valores encontrados em Re 300. De acordo com CABRAL 2012 (Figura 11), a estabilidade do CD é esperada, mas o CL aumenta com o aumento de Re, e não o contrário como no caso encontrado nesse estudo.

A redução observada na amplitude de oscilação do CL para ambos os cilindros no caso Re 300 para o Re 500, pode ser atribuída a utilização da malha e o passo de tempo escolhidos para esse estudo. O valor de Re 300 encontra-se numa região de transição da esteira de vórtices (conforme Figura 7), onde ela passa de laminar a turbulenta. Por tratar-se de uma região de transição, os efeitos transitórios do aumento da turbulência nessa região podem não terem sido bem capturados pela malha utilizada e/ou o passo de tempo utilizado, levando aos valores do CL encontrados.

#### Constatações dos resultados

Em todos os três regimes de escoamento, a amplitude de variação do CL foi maior do que do CD, indicando que as vibrações induzidas nos cilindros se devem principalmente a variação da força de sustentação, e consequentemente da variação de pressão entre a parte superior e inferior. Como visto anteriormente, estas variações de pressão são devidas ao desprendimento dos vórtices.

Verifica-se que para ambos cilindros, o valor de CD diminui entre Re 100 e Re 300 e que ele permaneceu praticamente igual entre Re 300 e Re 500, e portanto de acordo com as figuras 8 e 11 para os respectivos cilindros. E que em todos os regimes, os valores do CD do carenado encontrados foram sempre inferiores aos do circular, apesar de apresentarem valores diferentes de CABRAL (2012) para o carenado.

A análise do CL nos indica o seu aumento entre Re 100 e Re 300, e em seguida sua diminuição entre Re 300 e Re 500, para ambos os cilindros. Essa diminuição, mesmo que pequena, não era esperada segundo a Figura 11, porém como o regime de Re 300 ainda está na zona de transição da esteira de vórtices, a malha utilizada e o passo de tempo nos



modelos podem não terem sido suficientes para captar os efeitos devido a turbulência nessa região quando o Re aumenta para 500. Contudo, para o caso Re 100, a carenagem suprimiu completamente o desprendimento de vórtices, conforme previsto. Além de que em todos os casos, os valores de CL do carenado foram sempre menores que os do circular, evidenciando que a carenagem atenua as vibrações induzidas por vórtices.

### 4.4 Frequência de desprendimento de vórtices

A partir dos gráficos da seção anterior é possível obter a frequência de desprendimento de vórtices analisando a variação do CL em função do tempo para ambos os cilindros. A partir da obtenção das frequências calcula-se o número de Strouhal a partir da equação 5 para ambos os cilindros no diferentes casos. A dimensão de referência utilizada para ambos o cilindro é D = 0,6 m, e a velocidade utilizada depende do Re segundo a Tabela 1. Os valores de Strouhal são sintetizados na tabela 4 abaixo.

	Re 100	Re 300	Re 500
Perfil circular	0,16	0,18	0,19
Perfil carenado	0	0,13	0,12

Tabela 4 - Strouhal circular e carenado

A partir dos resultados obtidos para o número de Strouhal, observa-se que os valores para o perfil circular para todos os Re estão de acordo com as zonas de valores da figura 6, se considerarmos que existe uma zona de incerteza dos resultados apresentados.

O fato do valor encontrado do St para o caso do perfil circular Re 500 ser próximo do valor do St para Re 300 pode ser atribuída, como para a redução no valor do CL, ao regime de transição que a esteira de vórtices se encontra em Re 300 e que se torna totalmente turbulenta para Re 500, e portanto a malha e o passo de tempo utilizados nesse estudo podem não ter sido capazes de capturar essa nova condição da esteira.

Os números de Strouhal encontrados para o perfil carenado, apesar de não possuirmos valores da literatura para a suas comparações, apresentam valores sempre menores que aqueles encontrados para o perfil circular, indicando que o perfil carenado diminui a frequência de desprendimento dos vórtices. O St para ocaso de Re 100, está de acordo com CABRAL 2012, pois como já verificado não há formação da esteira de vórtices.



### **5** Conclusões

Para ambos os perfis cilíndricos estudados, a análise do campo de pressão evidencia que os vórtices estão associados a zonas de baixa pressão relativa, e que devido a diferença de pressão na região em torno do corpo, gera-se uma força resultante atuante sobre ele que oscila de acordo com a variação da frequência de desprendimento dos vórtices.

Por sua vez, a análise das linhas de correntes evidencia que os vórtices se formam e se desprendem de forma alternada entre a parte superior e inferior. Além de que, para o perfil circular, os vórtices se desprendem mais próximo à seu centro de massa, do que para o cilindro carenado, levando a gradientes de pressão entorno do corpo maiores para o primeiro caso que para o segundo, e a forças e oscilações também maiores.

A partir dos resultados obtidos dos coeficientes de arrasto e de sustentação para diferentes Re averiguasse qualitativamente importantes diferenças nas forças atuantes sobre os cilindros. Verifica-se que as vibrações induzidas sobre o cilindro provem majoritariamente da oscilação da força de sustentação.

Em todos os casos, observa-se que o coeficiente de arrasto para o cilindro carenado é menor que para o cilindro circular. Para o caso de Re 100, o perfil carenado conseguiu eliminar as vibrações induzidas por vórtices visto que não há o desprendimento deles. Para os casos Re 300 e Re 500, apesar de ocorrer o desprendimento de vórtices, os respectivos coeficientes de sustentação apresentam amplitude reduzida em comparação com os do perfil circular, indicando portanto que houve uma redução na amplitude da vibração induzida quando do uso do perfil carenado.

A análise do número de Strouhal indica que o uso da carenagem também atenua a frequência de desprendimento dos vórtices quando comparada a do perfil circular.

Os valores do CL encontrados para os cilindros em Re 500 não apresentaram a mesma tendência dos valores de referência. O fato é atribuído a esteira de vórtices ser turbulenta em Re 500, e a malha e o passo de tempo utilizados não terem sido capazes de modelizar corretamente o escoamento nessa situação.

Para estudos futuros propõe-se a verificação dos efeitos atenuadores da carenagem para Reynolds mais elevados (comuns em aplicações de engenharia) adequando a malha e o passo de tempo para a região de esteira de vórtices turbulenta.



### **Referências Bibliográficas**

ALLEN, D.W., HENNING, D.L. / Shell Global Solutions U.S.; Surface Roughness Effects on Vortex-Induced Vibration of Cylindrical Structures at Critical and Supercritical Reynolds Numbers, Offshore Technology Conference held in Houston, Texas, 30 April-3 May 2001.

CABRAL, D.N., BONO, G., BONO, G.F.F.; Estudo paramétrico de dispositivos de controle passivo de vibrações induzidas por vórtices, Mecánica Computacional, Vol. XXXXI, p. 69-84, Salta, Argentina, Noviembre 2012.

FOX, R.W., MCDONALD, A.T., PRITCHARD P.J.; *Introdução à Mecânica dos Fluídos*, 6ed., LTC, Rio de Janeiro, 2006. 798 p.

GOIS, E.R.C., SOUZA, L.F.; *An Eulerian Immersed Boundary Method for Flow Simulations over Stationary and Moving Rigid Bodies*, Journal of the Brazilians Society of Mechanical Science & Engineering, Vol. XXXII, No.5, p. 477-484, December-Special Issue 2010.

INCROPERA, F.P., DEWITT, D.P., BERGMAN, T.L., LAVINE, A.S.; *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6 ed., New York: John Wiley & Sons, 2007. Cap. 7: External Flow.

LIENHARD, J.; Synopsis of Lift, Drag and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders, College of Engineering Bulletin 300, Technical Extension Service, Pullman, Washington, 1966.

MENDONÇA, A. B., PEREIRA, L. A. A., HIRATA, M. H.; *Simulation of Viscous Flow around a Circular Cylinder near a Moving Ground,* Journal of the Brazilians Society of Mechanical Science & Engineering, Vol. XXXI, No.3, p. 243-252, July-September 2009.



ROSHKO, Anatol; On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets. National Advisory Committee for Aeronautics, Report 1191, California Institute of Technology, 1954.

CHAM, Disponível em, <<u>http://www.cham.co.uk</u>>, Acesso em: 02 Outubro de 2013.

FITZPATRICK, Richard, Boundary Layer Separation, Disponível em < <u>http://farside.ph.utexas.edu/teaching/336L/Fluidhtml/node90.html</u>>. Acesso em: 12 de setembro 2013.

Thermal-Fluids Central, Boundary layer theory, Disponível em <<u>https://www.thermalfluidscentral.org/encyclopedia/index.php/Boundary\_layer\_theory</u>>. Acesso em: 11 de setembro 2013.

Tom Benson/National Aeronautics and Space Administration. Navier-Stokes Equations. NASA. Disponível em < <u>http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-</u>12/airplane/nseqs.html >. Acesso em : 01 de Novembro de 2013.

