

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica

**“ANÁLISE DA ESTEIRA FORMADA NA TRASEIRA DE
UMA BOLHA TAYLOR EM ESCOAMENTO VERTICAL
PISTONADO ASCENDENTE”**

Autor: **Gustavo Lourenço Lopes**

Orientador: **Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa**

Campinas, julho de 2013

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Relatório Final

Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica

“ANÁLISE DA ESTEIRA FORMADA NA TRASEIRA DE UMA BOLHA TAYLOR EM ESCOAMENTO VERTICAL PISTONADO ASCENDENTE”

Autor: **Gustavo Lourenço Lopes**

Orientador: **Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa**

Curso: Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Comissão de Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Campinas, 2013

S.P. – Brasil

Dedicatória:

Dedico este trabalho aos meus pais (Irineu L. Lopes e Sueli D. Lopes), meus irmãos (Felipe e Thiago L. Lopes) e minha avó (Dona Rosa) pelo apoio integral durante os cinco anos de faculdade e por sempre acreditarem em meu potencial.

Aos meus amigos de longa data que sempre me acompanharam deste o início da faculdade, mesmo eu morando em outra cidade: Cesar Martins da Costa, Ricardo Dutra Zapater e Marina Jacob Lopes da Silva. Em especial à Julianna Sayuri Kaneko e ao Rafael Felisberto Dias Florêncio por toda ajuda e apoio desde quando o sonho de se tornar engenheiro ainda era distante.

Aos meus colegas de faculdade por todas as horas de estudo compartilhadas. Em especial ao Guilherme Coppi Durante e Bruno Fineto por toda a ajuda durante as matérias mais importantes do curso.

Dedico este trabalho ainda a todos os colegas e amigos que fiz durante meu intercâmbio em Santiago, na Universidad de Santiago de Chile em 2011. Aos amigos do “El Punto” que por serem muitos não poderei citar nome a nome, porém deixo registrado suas nacionalidades: chilenos, argentinos, paraguaias, uruguaia, português, alemã, espanhóis, colombianos, mexicanos, americano e é claro a todos os brasileiros que convivi durante os quase 6 meses fora do país (em particular à Ana Maria Sampaio, Marcelo Martins e Décio Freitas).

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais, irmãos e familiares por todo apoio e incentivo durante todo o processo de construção deste trabalho.

Ao Prof. Doutor Eugênio Spanó Rosa, sem o qual esse trabalho seria impossível de ser concluído. Um agradecimento especial a sua capacidade de orientação e auxílio desde o início do projeto no trabalho de graduação 1.

Ao meu grande amigo Bruno Cesar Ito Vargas por toda a ajuda, conselhos, sugestões e dicas durante o desenvolvimento da primeira etapa deste trabalho.

Aos meus colegas Lucas de Melo, Filipe Reis e Alfredo de Carvalho por todo o suporte em labview e programação sem o qual algumas das análises realizadas não seriam possíveis.

Índice

	Resumo	1
	Lista de Figuras	2
	Lista de Tabelas	2
	Nomenclatura	2
Capítulo 1	Introdução	4
Capítulo 2	Revisão Bibliográfica	8
Capítulo 3	Modelo Matemático	13
3.1.	Introdução ao modelo	13
3.2.	Características do modelo computacional	16
3.3.	Condições de contorno	19
Capítulo 4	Resultados e discussões	22
4.1.	Linhas de corrente	24
4.2.	Velocidade axial na linha de centro	26
4.2.1.	Fator de esteira	27
4.2.2.	Pico de velocidade	29
4.2.3	Comprimento estável de esteira	29
4.3.	Velocidade axial na parede	30
4.4.	Tensão na parede	32
Capítulo 5	Conclusões	35
	Referências Bibliográficas	37

Resumo

LOPES, Gustavo Lourenço, “*Análise da esteira formada na traseira de uma bolha Taylor em escoamento vertical pistonado ascendente*”, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Trabalho de Conclusão de Curso, (2013), 37 pp.

Será analisado o efeito da esteira de uma bolha Taylor no pistão de líquido que a segue para tubulações verticais de 50, 75 e 100 mm de diâmetro. Aspectos tais como linhas de corrente e tensão na parede ajudam a caracterizar o escoamento. Através do estudo de topologia para entendimento do fenômeno é possível propor duas regiões na esteira formada. A primeira, próxima à cauda da bolha com comprimento variando entre 4 e 5 D, é governada pela vazão descendente de líquido que escoar no filme da bolha e impacta no pistão gerando o fenômeno de recirculação local e acelerando o fluido. Após atingir a velocidade máxima, o escoamento passa a desacelerar para se acomodar na tubulação. Essa segunda zona é denominada esteira afastada, caracterizada pela tendência do escoamento tornar-se completamente desenvolvido.

Através de um software de simulação por elementos finitos foi possível construir um modelo matemático capaz de determinar perfis de velocidade na linha de centro e na parede do duto e localizar pontos críticos do escoamento (zonas onde a tensão de cisalhamento na parede é nula). Realizou-se ainda um estudo e comparação entre o efeito de esteira simulado e os calculados por alguns trabalhos da área.

Como análise complementar tomou-se como estudo a tensão na parede e percebeu-se que a mesma varia fortemente nas zonas de esteira próxima e afastada. Foi proposta para tal uma relação de cálculo do valor médio da tensão em função do comprimento da bolha para as mais diversas situações apresentadas.

Palavras chave: escoamento pistonado, slug flow, esteira, bolha Taylor.

Lista de Figuras

Figura 1. Padrões de escoamento bifásico gás- líquido em tubulação vertical	5
Figura 2. Escoamento pistonado – velocidades envolvidas	6
Figura 3. Perfil de velocidades atrás da bolha Taylor, Moissis e G. (1962)	10
Figura 4. Detalhe da interação entre duas bolhas Taylor consecutivas	12
Figura 5. Domínio do sistema	14
Figura 6. Configuração do escoamento	15
Figura 7. Lei da parede	17
Figura 8. Processo de obtenção do parâmetro alpha. Tubo de 75 mm e $J= 1$ m/s	20
Figura 9. Regiões do escoamento	23
Figura 10. Perfil de velocidade axial W_2 ; Perfil de velocidade radial V_2 ; Linhas de corrente. Tubo de 75 mm e $J= 2$ m/s; Linha de velocidade nula do escoamento	24
Figura 11. Referencial móvel: vel. axial W_1 ; linhas de corrente; linhas de corrente (zoom)	26

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Número de células do domínio para simulação	14
Tabela 2 – Propriedades dos fluidos simulados	16
Tabela 3 – Comparação entre τ/p simulado vs Blasius	19
Tabela 4 – Valores de alpha e delta calculados	20
Tabela 5 – Posição da velocidade de pico do escoamento	29
Tabela 6 – Comprimento de esteira estável	30
Tabela 7 – Comprimento de esteira próxima	31

Lista de Gráficos

Gráfico 1 – Perfil de vel. na linha de centro; fator de esteira	27
Gráfico 2 – Perfil adimensional de vel. axial na parede; tensão na parede	32
Gráfico 3 – Tensão média na parede do tubo	34

Nomenclatura

Letras Latinas

G	Aceleração da gravidade	(m/s ²)
D	Diâmetro do tubo	(mm)
u_m	Velocidade média do líquido	(m/s)
u_p	Velocidade do pistão de líquido	(m/s)
u_t	Velocidade de translação da bolha Taylor	(m/s)
u_f	Velocidade do filme de líquido	(m/s)
J	Velocidade da mistura gás- líquido	(m/s)
C₀	Constante adimensional	-
C_∞	Constante adimensional	-
E₀	Número de Eotvos	-
W₁	Velocidade axial do pistão de líquido no referencial móvel	(m/s)
W₂	Velocidade axial do pistão de líquido no referencial inercial	(m/s)
K	Constante proporcional da lei da parede	-
C⁺	Constante proporcional da lei da parede	-
Re_m	Número de Reynolds da mistura ar-água	-
F	Fator de atrito na parede da tubulação	
V₁	Velocidade radial do líquido no referencial móvel	(m/s)
V₂	Velocidade radial do líquido no referencial inercial	(m/s)
(1 +h)	Fator de esteira	-
L_s	Comprimento do pistão de líquido	
L_{stab}	Comprimento estável do pistão de líquido	

Letras Gregas

μ	Viscosidade cinemática	(kg/ms)
ρ_l	Massa específica do líquido	(kg/m ³)
ρ_g	Massa específica do gás	(kg/m ³)
Σ	Tensão superficial na parede do tubo	
A	Razão entre área de gás e área total do duto	-
Δ	Espessura do filme de líquido	Mm

Capítulo 1

Introdução

O escoamento bifásico gás – líquido faz parte do cotidiano de diversos processos industriais e seu estudo é extremamente necessário para o entendimento, melhoria e solução dos problemas relacionados a esses processos, bem como aos equipamentos que os constituem. Dentre todas as aplicações com esta característica, àquela que merece um maior destaque e que é a base motivadora de todo o trabalho desenvolvido é a produção de petróleo, no entanto também se pode citar: trocadores de calor, transporte de materiais de mineração, processos químicos, sistemas térmicos com mudança de fase, etc.

O escoamento bifásico pode apresentar diversos padrões dependendo de alguns parâmetros cruciais, tais como densidade, viscosidade, tensão superficial, geometria, inclinação do duto e vazão de cada uma das fases envolvidas. Segundo Taitel et al (1980) e McQuillan et al, o escoamento bifásico vertical pode ser dividido em quatro principais grupos de acordo com o perfil observado: bolhas, pistonado (ou em golfadas), agitante e anular. As características de cada um bem como sua imagem ilustrativa podem ser observadas abaixo:

Escoamento em bolhas: Neste tipo de escoamento, representado na figura 1-a, as bolhas apresentam diâmetro muito pequeno quando comparado com o diâmetro do duto e em geral ficam dispersas de maneira aleatória por toda a fase líquida.

Escoamento em golfadas: Também conhecido como escoamento pistonado (ou slug flow), este tipo de padrão é composto por uma sucessão de bolhas alongadas de gás seguidas por pistões de líquido. Tais bolhas são conhecidas como bolhas Taylor, caracterizadas por possuírem o nariz arredondado (esférico) e a calda aproximadamente plana. Por não apresentar periodicidade nem no tempo nem no espaço, este escoamento é um dos mais complexos de se modelar matematicamente. A figura 1-b mostra o perfil desse tipo de escoamento.

Escoamento agitante: É um padrão caótico, resultado do rompimento dos pistões de gás do padrão golfadas após crescente aumento da concentração de gás no fluido. Possui formas diversas e também é de difícil determinação (mostrado na figura 1c).

Escoamento anular: O último dos padrões, caracterizado prioritariamente pela presença (concentração) de gás em relação ao líquido. Nesse caso, considerando escoamento vertical, a fase gasosa flui por toda a região central da tubulação, enquanto o líquido escoava pelas extremidades, formando um fino filme contínuo de líquido envolvendo o cilindro de gás, como observado na figura 1-d.

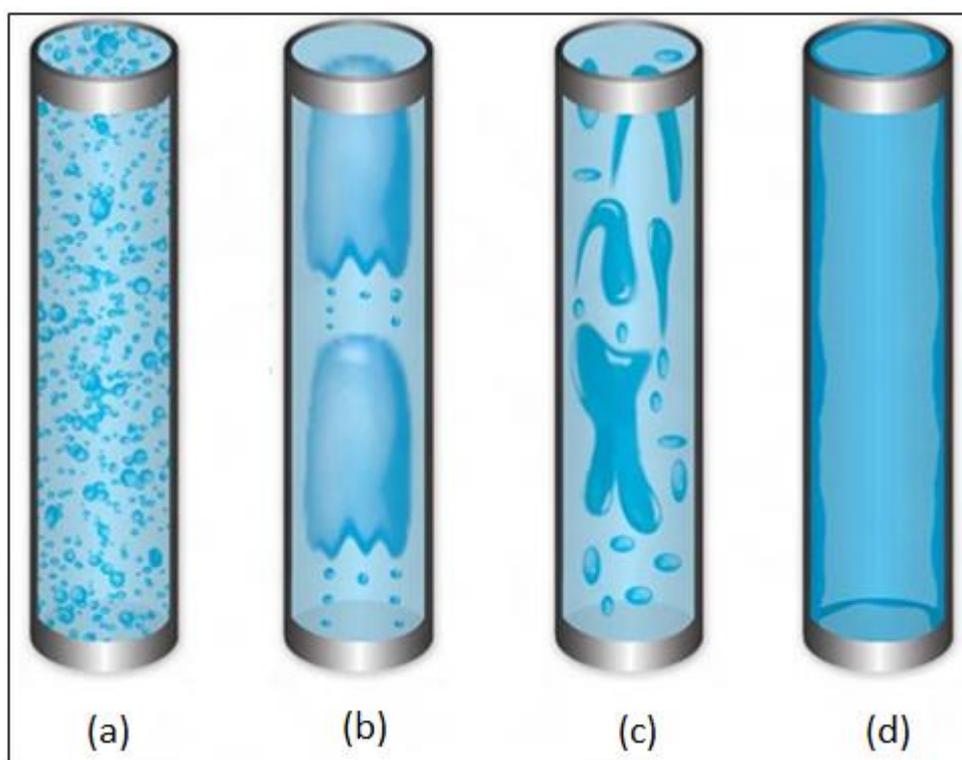


Figura 1 - Padrões de escoamento bifásico gás - líquido em tubos verticais
(a) bolhas; (b) pistonado; (c) agitante; (d) anular

Dentre os quatro padrões de escoamento, o pistonado vertical (figura 1-b) será o alvo de estudo deste trabalho. Como se nota na figura 2, as bolhas de perfil alongado ocupam praticamente todo o diâmetro interno da tubulação, sobrando uma fina camada de líquido que as separam efetivamente da parede do duto.

Existe uma distância mínima entre a calda de uma bolha e o nariz da seguinte para o qual uma bolha não interfere na outra (conhecida como esteira). Para distâncias abaixo desse mínimo, a bolha que vem atrás sofre influência da primeira e acelera, subindo cada vez mais rápido e eventualmente coalescendo com aquela que vem a sua frente. Este fenômeno será investigado numericamente, observando para isso o perfil de velocidades na linha de centro e próximo a parede do tubo, a tensão de cisalhamento na parede, as linhas de corrente e todos os pontos críticos que caracterizam o escoamento.

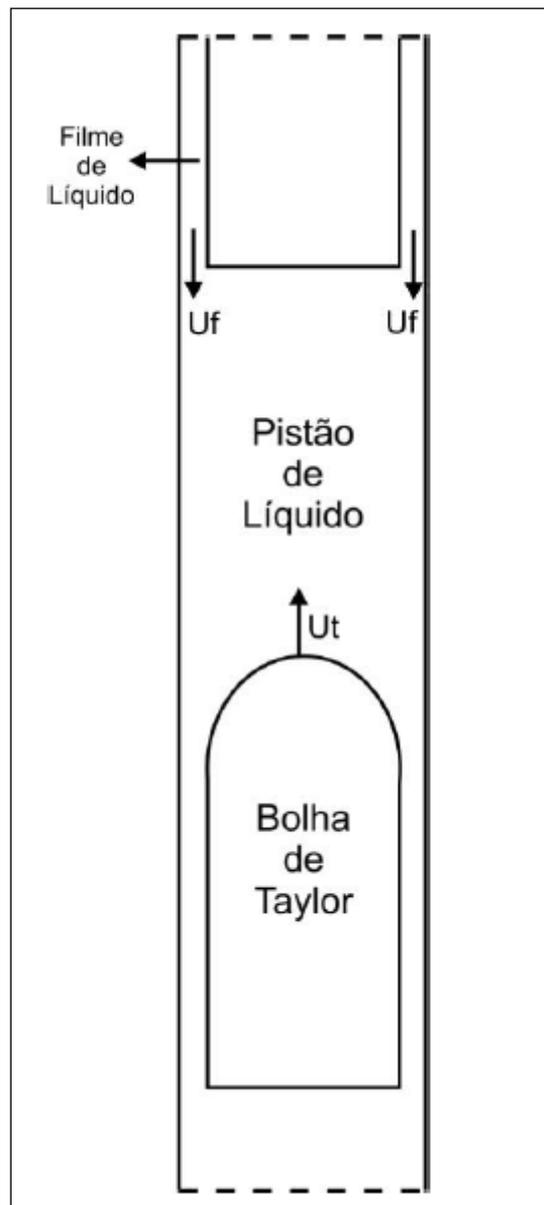


Figura 2- Escoamento Pistonado: velocidades envolvidas

O escoamento pistonado pode ser caracterizado a partir de algumas velocidades específicas como detalhado na figura 2 acima. A primeira delas é a velocidade U_t , que representa a velocidade de translação do nariz da bolha (ascendente) cujo valor estimado foi obtido em estudos experimentais de Nicklin (1962) e Zukoski (1966) e em linhas gerais é dependente das propriedades do fluido, diâmetro do tubo e ação da gravidade. A segunda velocidade envolvida no fenômeno é a do filme de líquido, representada na figura pela sigla U_f e como notado é descendente, ao contrario da bolha e pistão de líquido que possuem movimento ascendente. Por fim a velocidade de mistura gás - líquido J (não representada na figura) também deve ser levada em consideração nas análises. Toda a formulação matemática, bem como o equacionamento de outros parâmetros interessantes para o desenvolvimento do trabalho será tratada mais a frente.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Muito comum entre os mais diversos processos industriais, o padrão de escoamento em golfadas (“slug flow”) tem sido analisado por muitos estudiosos desde o início da década de 1960. Dentre eles, aqueles que terão suas publicações utilizadas como referências base para este trabalho serão Nicklin (1962), Moïssis e Griffith (1962), Taitel e Barnea (1980) e Pinto et al (1998).

Em um de seus estudos, Nicklin (1962) desenvolveu um equipamento capaz de medir a velocidade de translação de uma bolha alongada (bolha Taylor) em um líquido em movimento. Durante seus experimentos, foi provado que a expressão para tal velocidade é exatamente igual à equação já proposta por Dumitrescu, Taylor e Davies (equação 1) válida seguindo a consideração de simetria axial, pressão constante em todo o contorno da bolha e ponto de estagnação em seu nariz. Notou-se ainda que para escoamento com número de Reynolds maior que 8000, a velocidade do pistão de líquido é proporcional à fração referente à translação da bolha e mais um fator de 1.2 vezes a velocidade média do líquido, como mostrado em (2).

$$u_T = 0.35 \cdot \sqrt{(g \cdot D)} \quad \text{Equação (1)}$$

$$u_p = 1.2 \cdot u_{mL} + 0.35 \cdot \sqrt{g \cdot D} \quad \text{Equação (2)}$$

Na qual g é a aceleração da gravidade (9.81 m/s^2), D o diâmetro do tubo, u_m a velocidade média do líquido, u_p a velocidade do pistão de líquido e u_T a velocidade de translação da bolha.

Posteriormente, em 1966, Zukoski acrescentou um termo na equação de Nicklin por perceber que havia também relação entre as massas específicas de cada uma das fases na velocidade de translação da bolha. As equações (3), (4) e (5) explicitam esse desenvolvimento.

$$u_T = C_0 \cdot J + C_\infty \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \frac{(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L}} \quad \text{Equação (3)}$$

Onde J é a velocidade de mistura, ρ_L e ρ_G são as massas específicas da fase líquida e gasosa respectivamente e C_0 e C_∞ são constantes adimensionais cujo valor é determinado de acordo com as características do sistema.

A constante C_0 é obtida através da razão entre a velocidade máxima e a média do líquido, o que corresponde a 1.2 para escoamentos turbulentos (foco neste trabalho) e 2.0 para laminares. A constante C_∞ por sua vez está diretamente relacionada ao número de Eotvos e conseqüentemente às massas específicas das fases, aceleração da gravidade, diâmetro do tubo e tensão superficial da interface líquido- gás (σ).

$$C_\infty = \frac{0.34}{\left(1 + \frac{3805}{E_o^{3.06}}\right)^{0.58}} \quad \text{Equação (4)}$$

$$E_o = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot D^2}{\sigma} \quad \text{Equação (5)}$$

Em que σ corresponde à tensão superficial na interface gás- líquido.

Além da velocidade de translação da bolha, outro parâmetro importante para a construção do modelo matemático que simula o escoamento em golfadas é a velocidade do filme de líquido U_F , representado na figura (2). Dukler e Fernandes (1983) derivaram uma equação para tal velocidade. Ela é função do diâmetro da tubulação, aceleração da gravidade e do parâmetro α , definido como a razão entre a área de gás e a área total do duto (ambas medidas transversalmente ao escoamento). As equações (6) e (7) a seguir explicitam os cálculos. Em (7) δ representa a espessura do filme de líquido.

$$U_F = 9.916 \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot (1 - \alpha^{0.5})} \quad \text{Equação (6)}$$

$$\delta = \frac{D}{2} \cdot (1 - \alpha^{0.5}) \quad \text{Equação (7)}$$

Sabe-se de diversos experimentos que o deslocamento de uma bolha Taylor acarreta na formação de uma esteira a partir de sua calda capaz de influenciar na velocidade e formato da bolha seguinte. Moissis e Griffith (1962) a partir de um aparato com uma bolha artificial feita de plástico mostraram que esta esteira é função unicamente da distância entre duas bolhas consecutivas e que para valores menores que o máximo possível para a ocorrência deste efeito a velocidade da bolha que escoam atrás aumenta exponencialmente com a diminuição do comprimento do pistão de líquido que as separa e em contrapartida para distâncias maiores ambas escoam com velocidade constante. Ainda em seus estudos demonstrou-se que o perfil de velocidade do líquido atrás da bolha é responsável por afetar a velocidade de translação da bolha seguinte. A figura a seguir ilustra um de seus estudos, para um tubo de 2" e velocidade média da água de 1.45 pés/s. Segundo eles, o comprimento mínimo do pistão de líquido estável, ou seja, a distância mínima entre duas bolhas para a qual o efeito de esteira não se faz mais presente é de 8 a 16.D para escoamento em tubulação vertical.

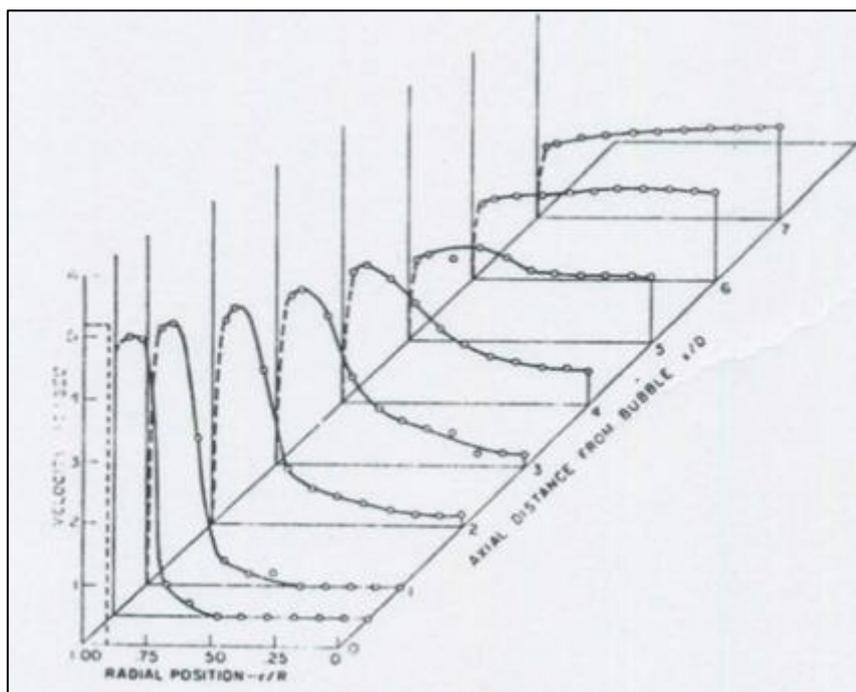


Figura 3 - Perfil de Velocidades atrás da bolha Taylor. Moissis e Griffith (1962)

Barnea e Taitel (1993) apresentaram um modelo matemático capaz de calcular a distribuição do comprimento do pistão de líquido para qualquer posição ao longo do duto. Os resultados mostraram que para escoamento completamente desenvolvido no padrão

golfadas o comprimento médio do pistão de líquido é cerca de 1.5 vezes o comprimento mínimo estável e, por sua vez, o comprimento máximo é 3 vezes o mínimo.

Polonsky et al. (1999), estudou a relação do movimento de uma bolha Taylor e o campo de velocidades à sua frente. Assim como os mais diversos experimentos da área, analisou-se o comportamento da bolha em líquido estagnado (em tubulação vertical). Seus estudos comprovaram que a velocidade de translação da bolha U_T é afetada por dois fatores: a velocidade do líquido a frente da bolha e a velocidade de arraste (obtida através da equação de Dumitrescu, equação 1).

Ainda em 1999, seguindo como base principal vários dos experimentos já citados aqui, Barnea et al estudou a interação entre duas bolhas alongadas consecutivas em uma tubulação vertical em líquido estagnado. Para tal, foi utilizado um aparato de captação de imagem e subsequente processamento digital com o intuito de determinar a distância de separação entre duas bolhas (o comprimento do pistão de líquido) no duto, bem como estudar a velocidade da bolha sob o efeito da esteira, seu formato, aceleração, etc. Notou-se uma grande variação no formato do nariz da bolha influenciada pela da frente, e como de se esperar, um aumento de sua velocidade à medida que o comprimento do pistão de líquido entre elas diminui. Constatou-se ainda que a bolha de trás não interfere no movimento da bolha que segue a frente. A figura (4) demonstra um de seus resultados, em que é possível observar o processo de coalescência das bolhas e deformação da que vem sofrendo influencia da esteira.

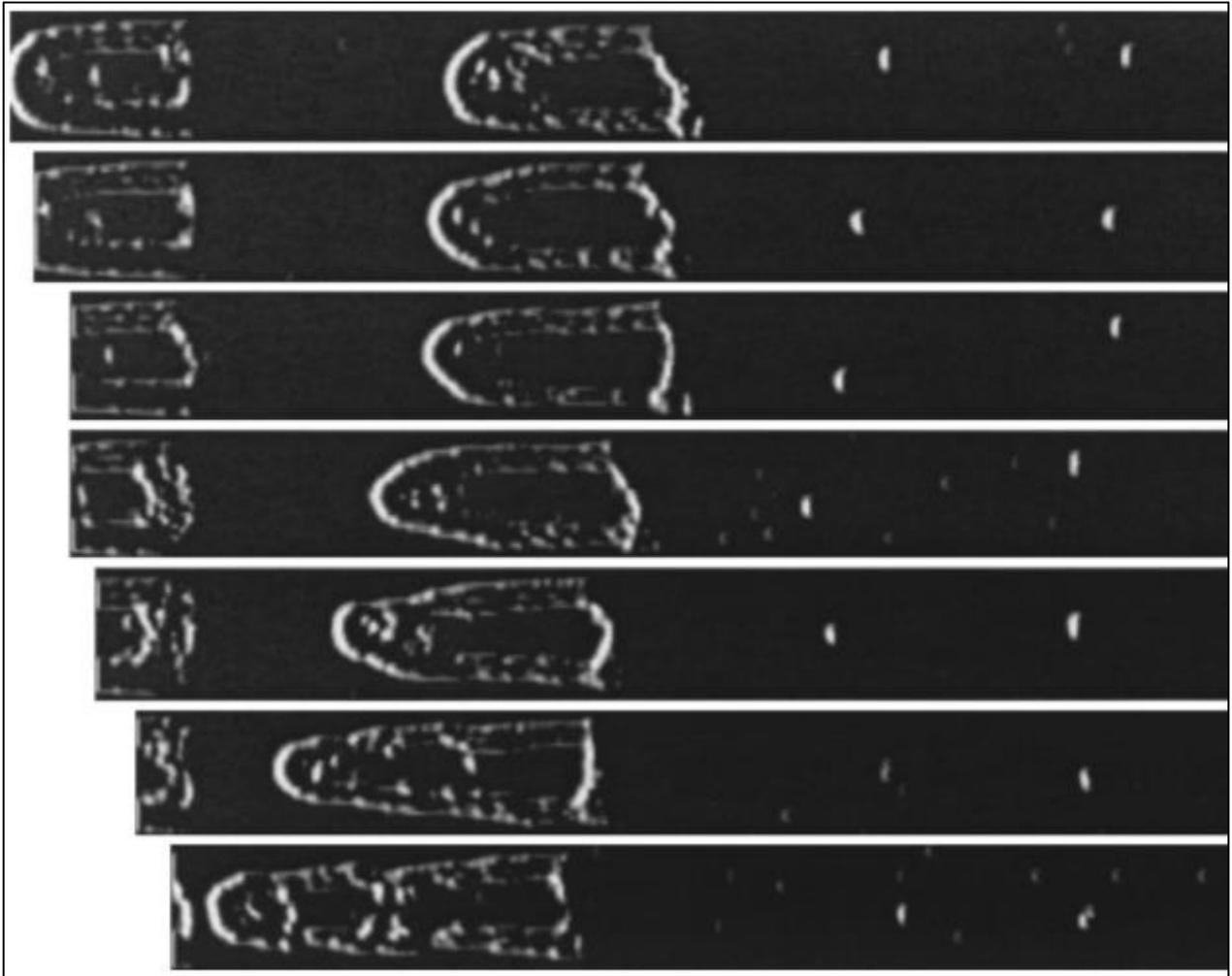


Figura 4 - Detalhe da interação entre duas bolhas Taylor consecutivas. Processo de coalescência (Barnea et al - 1999)

Capítulo 3

Modelo Numérico

3.1 Introdução ao Modelo

Para simular a esteira da bolha Taylor foi utilizado o software de volumes finitos PHOENICS® 2010. A figura (5) detalha cada um dos elementos considerados na simulação bem como o sistema de coordenadas cilíndrico- polar utilizado, cuja direção “z” (positivo para o sentido descendente) representa a distância axial e a direção “y” a radial (positiva partindo do centro em direção à parede). A direção “x” não é levada em consideração nas simulações por se tratar de um problema bidimensional, uma vez que o escoamento em estudo possui comportamento axi-simétrico. Este sistema de coordenadas foi utilizado de forma a otimizar o tempo de setup necessário entre uma simulação e outra, porém para fins de análise de resultados e posterior comparação com os artigos científicos na área, foi necessário a realização de um pós processamento de dados para inverter o sentido do eixo axial Z do modelo computacional com o intuito de se padronizar as coordenadas tanto para o modelo matemático quanto para os empíricos.

E termos gerais o domínio da simulação é composto por quatro elementos básicos: um “inlet” (ou entrada) na qual é inserido a velocidade de entrada do líquido no sistema, um “outlet” (ou saída), a parede do duto e a bolha propriamente dita. Geometricamente, com o intuito de se obter análises posteriores padronizadas, as principais dimensões do sistema foram definidas em função do diâmetro nominal do duto (D), sendo o comprimento da bolha de $D/2$ e o total da tubulação de $16D$ (o que resulta em um comprimento efetivo para estudo do efeito da esteira de $15.5D$). Este comprimento total foi escolhido tendo em mente o trabalho de Moissis e Griffith (1962), na qual foi observado que o tamanho médio de esteira estável possui um comprimento entre 8 e $16D$ para tubulações verticais. O número de volumes utilizados em cada uma das coordenadas varia de acordo com a configuração do tubo. A tabela (1) resume os dados finais obtidos após múltiplas simulações realizadas com o objetivo de se atingir uma melhor convergência e menor resíduo possível.

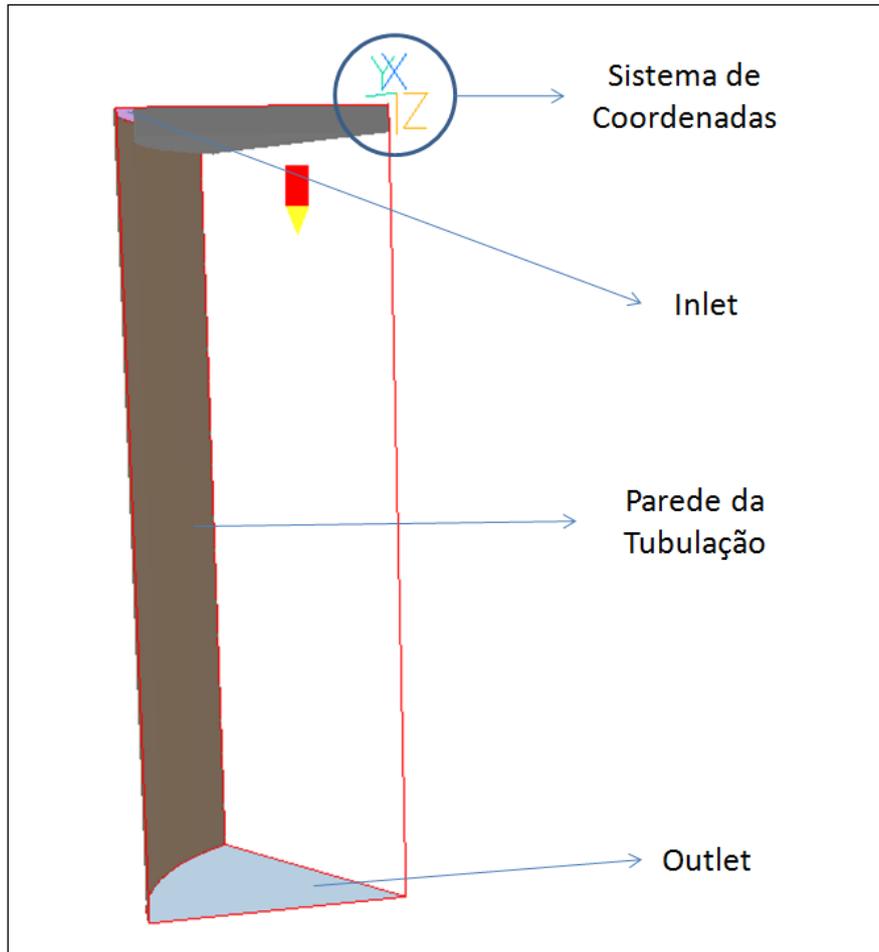


Figura 5 - Domínio do Sistema

Tabela 1 - Número de células do domínio para simulação

Diâmetro do duto (D) (mm)	Velocidade de mistura (J) (m/s)	NX	NY	NZ
50	1	1	32	315
50	2	1	32	315
50	3	1	32	315
75	1	1	32	420
75	2	1	32	420
75	3	1	32	420
100	1	1	42	560
100	2	1	42	560
100	3	1	42	560

Foi estudado um total de nove casos, com tubos variando entre 50, 75 e 100 mm de diâmetro e velocidades de mistura de 1, 2 e 3 m/s. Em todas as situações optou-se por um sistema de coordenadas móvel (se deslocando junto da bolha) a fim de simplificar o trabalho. Nessas coordenadas o referencial móvel se desloca com uma velocidade U_T junto com a bolha Taylor e assim é possível enxergá-la como se estivesse parada e como consequência o líquido se movendo (na entrada do domínio) a uma velocidade igual a $U_T + U_F$ no sentido descendente. A parede do tubo, que no referencial inercial está em repouso, passa com tal mudança a apresentar uma velocidade igual a do nariz da bolha (U_T). A figura (6) mostra a comparação entre o modelo no referencial inercial, à esquerda, e nova configuração assumida para o processamento computacional, à direita. Dessa maneira é possível observar que a velocidade axial no novo referencial ($W2$) é definida como a velocidade no referencial inercial ($W1$) menos a velocidade correspondente ao nariz da bolha (U_T).

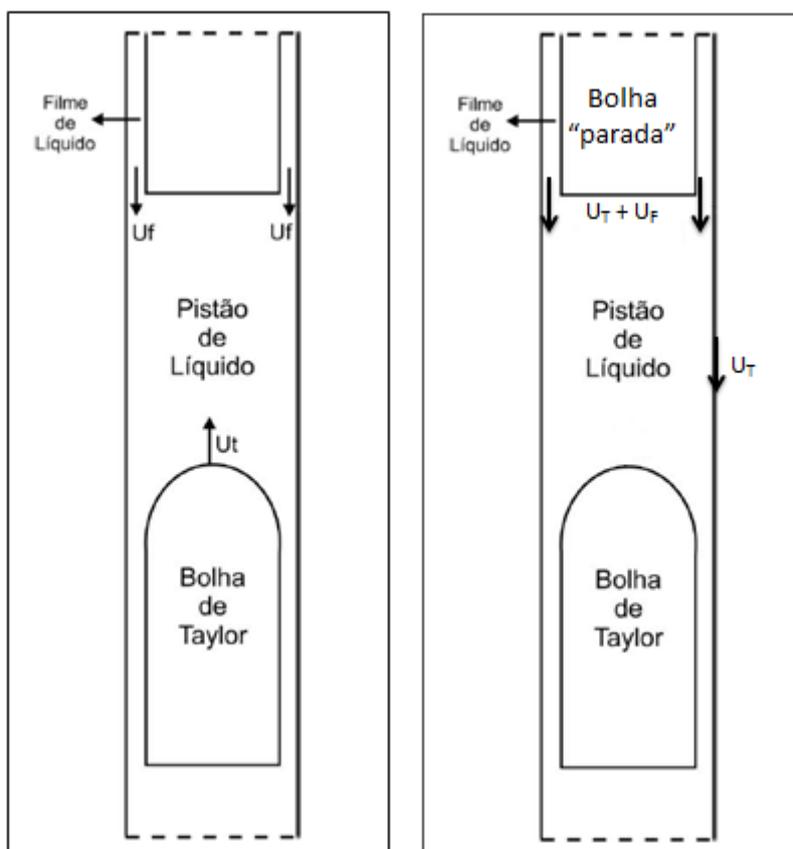


Figura 6 - Configuração do escoamento a) referencial inercial (à esquerda) e b) referencial móvel (à direita)

3.2 Características do Modelo Computacional

Todas as simulações apresentaram algumas características em comum com relação ao setup computacional. Além do sistema de coordenadas utilizado (citado na seção 3.1), cada um dos nove casos apresenta-se em regime permanente, com 7000 iterações, modelo de turbulência KECHEN e mesmas propriedades de fluido, explicitadas na tabela (2).

Tabela2 - Propriedades dos Fluidos

Fluido	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (Pa.s)
Líquido (Água)	999	1.10^{-3}
Gás (Ar)	1,29	$1,74.10^{-5}$

O número de volumes na direção radial entre a parede da tubulação e o início da bolha, ou seja, região que compreende exatamente a largura do filme de líquido, não foi selecionado ao acaso, mas sim de acordo com a lei da parede (“law of the wall”) para escoamentos turbulentos. Segundo ela, a velocidade média de um escoamento turbulento em certo ponto é proporcional ao logaritmo da distância entre este ponto e a parede do tubo. As constantes de proporcionalidade k e C^+ são 0.41 e 5 respectivamente, obtidos empiricamente para tubulação com parede lisa. A figura (7) e as equações (8) a (11) detalham esta metodologia.

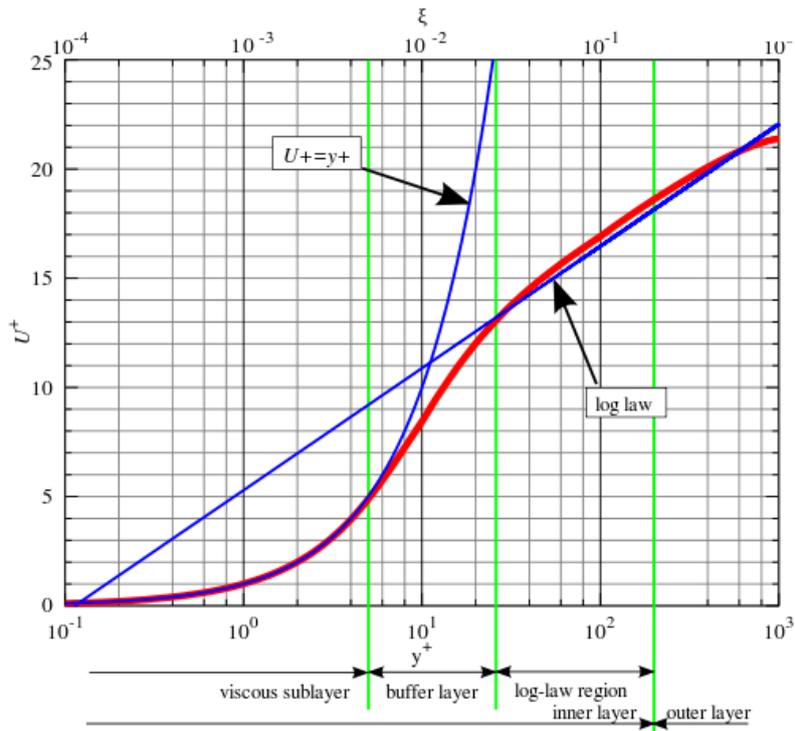


Figura 7 - Lei da parede

$$u^+ = \frac{1}{k} \cdot \ln y^+ + C^+$$

Equação (8)

Sendo:

$$y^+ = \frac{y \cdot u_T}{\nu}$$

Equação (9)

$$u_T = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Equação (10)

$$u^+ = \frac{u}{u_T}$$

Equação (11)

Para a condição de escoamento turbulento e modelo KECHEN, espera-se valores de Y^+ de pelo menos 60 a fim de se obter resultados simulados coerentes com a teoria apresentada. Através da equação (9) é possível relacionar y^+ com a distância entre o ponto e a parede (y) e ainda através da análise de como o software de volumes finitos Phoenix[®] organiza sua malha para o cálculo foi possível observar que o comprimento de um volume

da simulação (δ') é o dobro do valor da variável y . Desta forma, conhecendo os parâmetros de entrada é possível determinar a distância de um volume de controle e conhecendo a largura do filme de líquido calcula-se facilmente o número mínimo de células entre a parede e a bolha para que a lei da parede seja respeitada.

Com intenção de validar os resultados do modelo computacional, utilizou-se como comparação a equação de Blasius que permite obter o valor teórico analítico esperado para a tensão superficial na parede da tubulação. Essa metodologia foi utilizada pois espera-se que a uma distância bem grande do final da bolha o perfil completamente desenvolvido seja reestabelecido.

O cálculo analítico da tensão na parede (τ/ρ) inicia-se com a obtenção do número de Reynolds da mistura água – ar, que neste caso é função da viscosidade do líquido, da velocidade de mistura e diâmetro da tubulação. Em seguida o fator de atrito é estimado, somente em função de Reynolds, permitindo por ultimo calcular a tensão como uma relação entre este e a velocidade de mistura. As equações (12), (13) e (14) exemplificam cada etapa deste processo de cálculo.

$$Re_m = \frac{J.D}{\nu} \quad \text{Equação (12)}$$

$$f = \frac{0.316}{Re_m^{0.25}} \quad \text{Equação (13)}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{f.J^2}{8} \quad \text{Equação (14)}$$

Como resultado dessa comparação, a tabela (3) evidencia que os valores simulados ficaram coerentes com os obtidos por Blasius. Os dados apresentados se mostraram muito próximos do analítico e em dois dos casos (em 75 e 100 mm para $J = 2$ m/s) foram exatamente iguais. Apesar de o erro percentual mostrar uma diferença relativamente alta em alguns casos, chegando a 4.55% no pior deles, em termos absolutos nota-se que o valor está totalmente de acordo com o esperado, visto que a diferença é somente notada na quarta casa decimal após a vírgula.

Tabela 3 - Comparação τ/ρ Simulado vs Blasius

Diâmetro (mm)	Veloc. de mistura (J) (m/s)	τ/ρ Blasius	τ/ρ Simulado	Erro absoluto	Erro percentual (%)
50	1	0.0026	0.0025	0.0001	3.85
50	2	0.0089	0.0087	0.0002	2.25
50	3	0.0181	0.0179	0.0002	1.10
75	1	0.0024	0.0023	0.0001	4.17
75	2	0.0080	0.0080	0.0000	0.00
75	3	0.0163	0.0164	0.0001	0.61
100	1	0.0022	0.0021	0.0001	4.55
100	2	0.0075	0.0075	0.0000	0.00
100	3	0.0152	0.0155	0.0003	1.97

3.3 Condições de Contorno

Dados os parâmetros de entradas para os nove casos (tubo de 50, 75 e 100 mm com velocidades de mistura de 1, 2 e 3 m/s), o processo de cálculo das condições de contorno inicia-se.

As condições de contorno do sistema são: velocidade de translação do nariz da bolha (U_T), velocidade do filme de líquido (U_F) e a espessura do filme δ .

Inicialmente calcula-se a velocidade de translação da bolha (U_T) através da equação (3) de Zukoski (1966) apresentada na seção 2. Como visto, ela é função de duas constantes de valor imediato (gravidade do local e diâmetro do duto) e ainda das densidades dos fluidos envolvidos. O passo seguinte consiste em calcular o parâmetro “ α ” através de processo gráfico ou iterativo, utilizando a equação (6) e a equação de balanço de massa (15). Nos casos analisados preferiu-se escolher uma faixa de variação para “ α ” e construir os gráficos de Brotz (equação 6) e balanço de massa (15) em função desta, de maneira que o ponto de intersecção dos dois representa exatamente o valor desejado de α para o caso estudado.

$$U_F = U_T + \frac{(J - U_T)}{(1 - \alpha)} \quad \text{Equação (15)}$$

Para ilustrar o processo de obtenção de alpha, a figura (8), mostra o caso calculado para a simulação de um tubo de 75 mm e velocidade de mistura J igual a 1 m/s. Note que o valor do eixo das abcissas no ponto de encontro das duas curvas é exatamente o valor de α explicitado na tabela (4), como mostrado no detalhe a direita da figura (8). Tendo em mãos o valor de alpha, a espessura do filme de líquido pode ser facilmente determinada através da equação (7) de Dukler e Fernandes (1983).

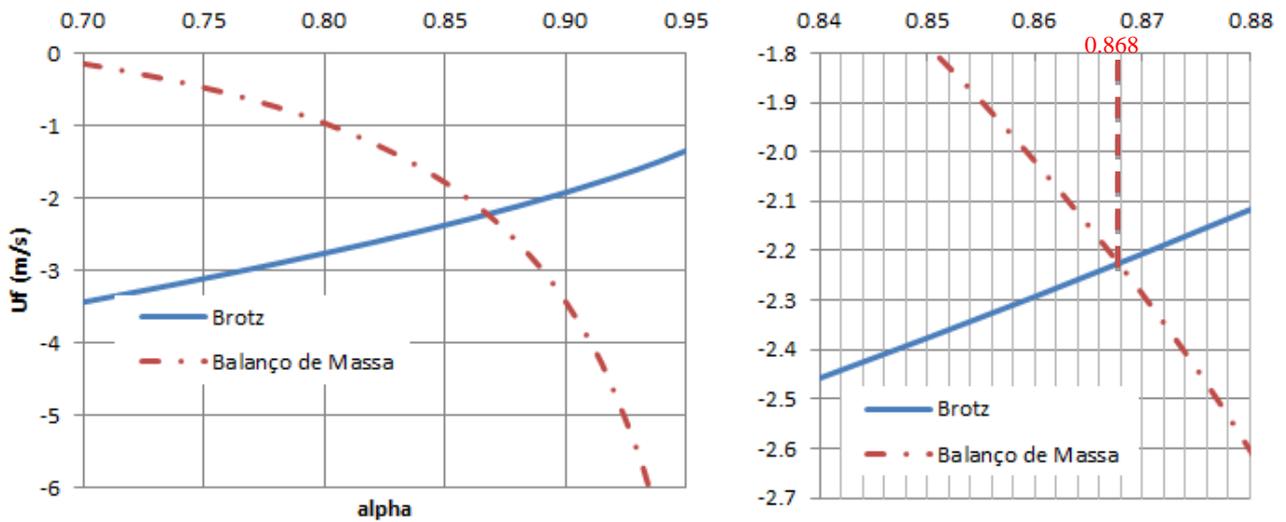


Figura 8 - Processo de obtenção do parâmetro alpha para tubo de 75 mm e 1 m/s

Tabela4 - Valores de alpha e delta

D (mm)	J (m/s)	U_T (m/s)	U_f (m/s)	α	δ (mm)
50	1	1,44	1,83	0,866	1,74
50	2	2,64	1,88	0,859	1,83
50	3	3,84	1,91	0,854	1,90
75	1	1,49	2,22	0,868	2,56
75	2	2,69	2,28	0,861	2,70
75	3	3,89	2,32	0,857	2,78
100	1	1,54	2,55	0,869	3,39
100	2	2,77	2,62	0,862	3,56

De maneira geral, apesar de se modelar o sistema para um referencial se movendo junto com a bolha, durante as análises foram construídos gráficos e linhas de corrente no referencial inercial. Para isso algumas considerações tiveram que ser tomadas, como a relação entre a velocidade de translação no referencial móvel e estacionário, retratada na equação (16) abaixo. Vale ressaltar ainda que para a direção radial, o escoamento apresenta mesma velocidade em ambos os referenciais, ou seja, $V_1 = V_2$.

$$W_2 = W_1 - U_T$$

Equação 16

Com relação às linhas de corrente foi necessário um pós-processamento no arquivo de saída do software Phoenics® 2010 (arquivo phi), pois o mesmo só é capaz de retratar tais linhas no referencial imposto inicialmente, que neste caso é o móvel. Para isso foi necessário modificar todos os valores do arquivo referentes à W_1 , transformando-os em W_2 através de um código de programação criado em Labview que reconhecia quais eram os dados referentes à variável velocidade axial W_1 e o subtraía a constante U_T para o caso especificado e em seguida arquivava o novo resultado no lugar anterior, sem afetar a estrutura do arquivo.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

A geração dos resultados bem como suas análises foram cuidadosamente divididas de forma a se estudar cada um dos pontos chave do fenômeno, tais como o comprimento da esteira, velocidades axiais, determinação de pontos críticos, linhas de corrente, etc. Em muitos desses pontos tomou-se o cuidado de se comparar os valores obtidos na simulação computacional com os resultados dos mais diversos trabalhos já publicados na área.

Como padrão para as análises, plotou-se basicamente 3 informações: tensão na parede ao longo do eixo longitudinal, velocidade axial do escoamento na parede e velocidade axial no centro da tubulação. A partir delas outros gráficos foram construídos com o intuito de adimensionalizar alguns parâmetros e com isso entender um pouco melhor o comportamento do dado fenômeno. Estudou-se ainda as linhas de corrente na zona próxima a bolha (na região definida como esteira próxima) e o ponto de estagnação presente na parede do tubo, crítico para a caracterização do escoamento. Vale ressaltar que o primeiro $0.5D$ do comprimento Z dos tubos simulados caracteriza-se pela presença da bolha Taylor e portanto deve ser desconsiderado em algumas situações (como no caso do mapeamento das velocidades na direção axial).

Pode-se definir 3 principais regiões para o estudo do escoamento em golfadas. A primeira delas é a região de esteira próxima (“near wake”) na qual predomina o fenômeno de recirculação do filme à jusante da bolha alongada. A segunda refere-se à região de esteira afastada (“far wake”), onde o escoamento possui um único sentido e está basicamente em desenvolvimento para alcançar o regime hidraulicamente desenvolvido. Por último a região desenvolvida propriamente dita, localizada longe da calda da bolha, onde o regime plenamente desenvolvido se faz presente e o efeito de esteira não é mais observado entre bolhas consecutivas. A figura (9) detalha de maneira genérica (fora de escala) cada uma dessas zonas para um referencial inercial. Essas regiões serão levadas em consideração nas próximas seções durante o processo de análise de resultados.

Através ainda da figura abaixo, é possível definir alguns pontos que serão abordados em seguida. O primeiro deles é o ponto de estagnação na região da parede da

tubulação, constatado através da análise conjunta entre linhas de corrente, tensão e velocidade na parede obtida nas simulações computacionais, que caracterizará o final da região de esteira próxima e início da afastada. Além disso, foi possível notar com o estudo que independentemente da velocidade do escoamento e diâmetro do duto, a posição de máxima velocidade axial está a uma distância de aproximadamente $1D$ do final da bolha Taylor. Nota-se por fim que, como a velocidade do fluido logo após a bolha é igual a U_T , este desacelera desde o ponto de máxima velocidade até atingir a bolha.

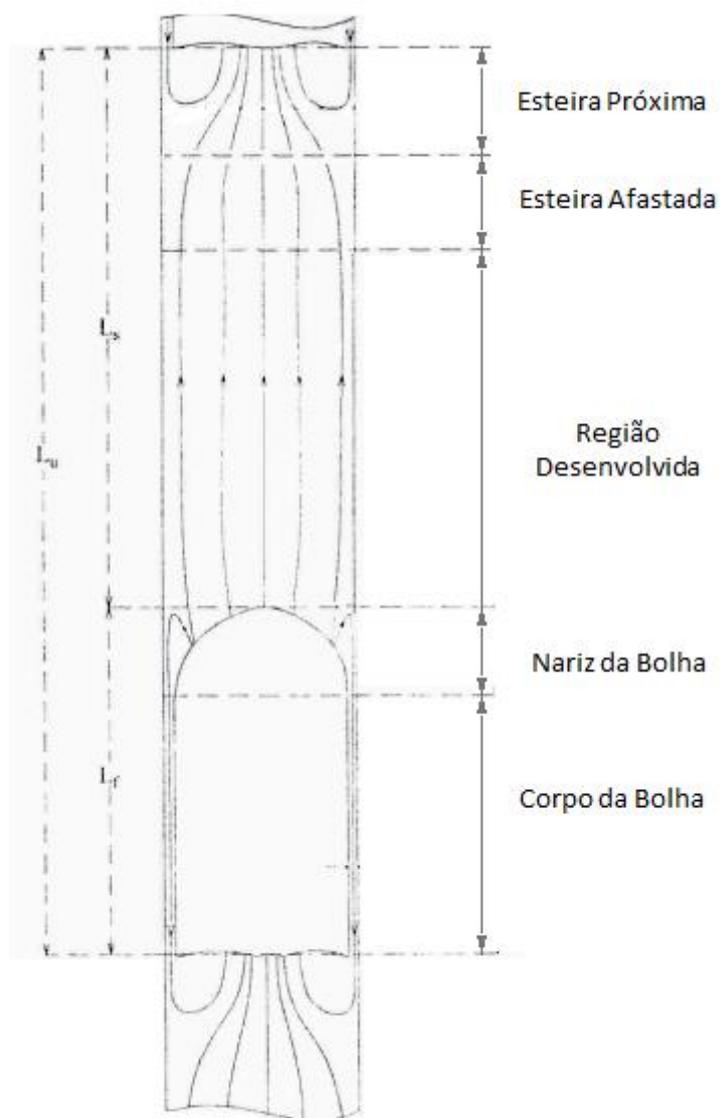
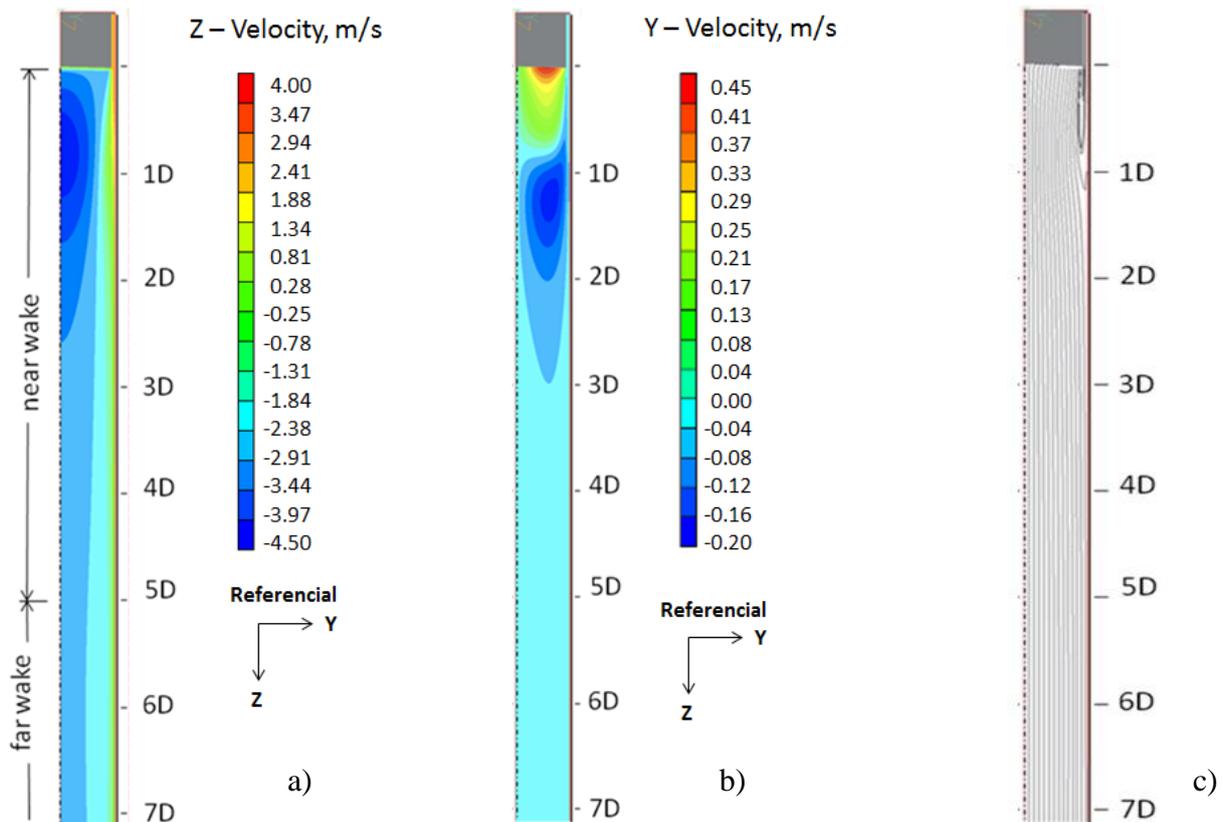


Figura 9- Regiões do Escoamento

4.1 – Linhas de corrente

Com o auxílio de programação em Labview foi possível traçar as linhas de corrente para o escoamento em um referencial estacionário. Para ilustrar os resultados tomou-se como exemplo um tubo de 75 mm de diâmetro e velocidade de mistura $J = 2$ m/s. O comportamento das linhas ficou de acordo com o esperado, com o fluido no sentido descendente na região do filme, desacelerando até atingir velocidade nula e então mudando sua direção e passando a se mover no mesmo sentido do resto do fluido. Somente pela figura 10-c não é possível verificar seu exato ponto de estagnação, pois a imagem não fornece resolução suficiente para tal, uma vez que o comprimento do modelo é muito maior que sua largura e a presença de poucos volumes na direção radial entre a parede e o início da bolha impossibilitam a visualização da exata posição do ponto de estagnação. Mesmo assim, com o auxílio do gráfico de perfil de velocidades na parede e a imagem da linha de velocidade nula no escoamento (figura 10-d) é possível notar um ponto de estagnação na região próxima a parede a distância entre 4 e 6 D (dependendo das características da simulação). Além disso, vê-se uma estrangulação das linhas de corrente na zona próxima a jusante da bolha, o que justifica neste local um pico de velocidade, com máximo a uma distância de $0.95D$ do final da bolha (em média).



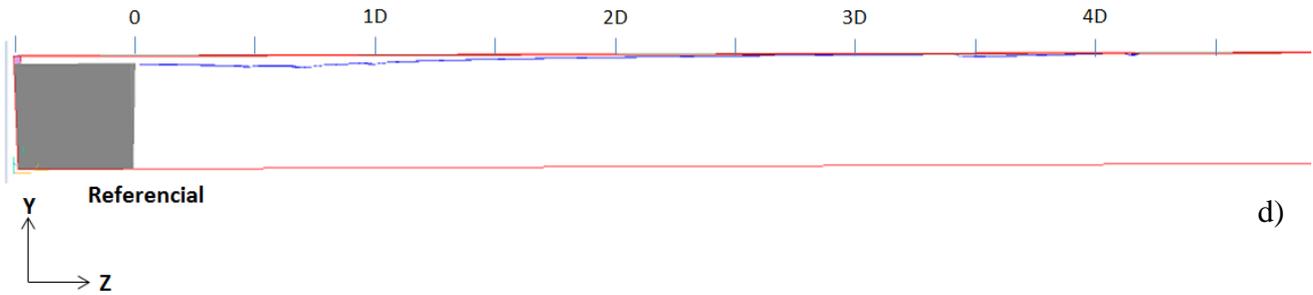


Figura 10 - a) perfil de velocidade axial W_2 ; b) Perfil de velocidade radial U_2 ; c) linhas de corrente. Tubo de 75 mm e $J= 2\text{m/s}$; d) Linha de velocidade nula do escoamento.

Traçaram-se ainda as linhas de corrente para o referencial móvel com o objetivo de enfatizar a presença do fenômeno de recirculação na região de esteira próxima. Como de se esperar, o comportamento das linhas observadas ficou de acordo com a teoria e confrontando as figuras 11-b e 11-c com o perfil de velocidades radial (figura 10-b) nota-se que a recirculação está diretamente relacionada à velocidade radial não nula, que para o caso acima utilizado como exemplo compreende toda a região desde a jusante da bolha até uma distância de aproximadamente 3 D.

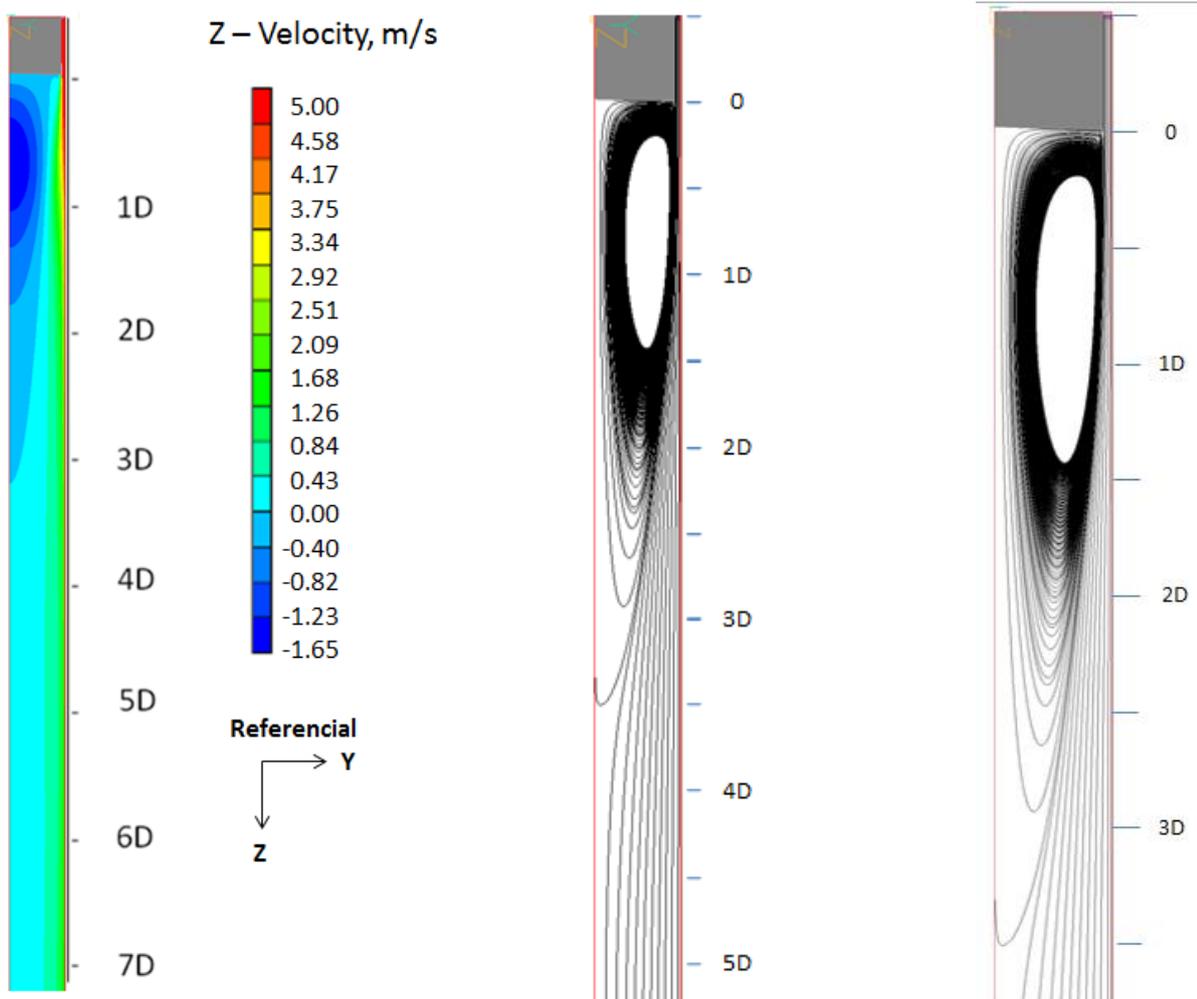


Figura 11 – Referencial Móvel: a) velocidade axial W_1 ; b) Linhas de corrente; c) Linhas de corrente (zoom). Tubo de 75 mm e velocidade de mistura de 2m/s.

4.2 – Velocidade Axial na Linha de Centro

Um dos gráficos mais importantes para o processo de análise é o de velocidade axial na linha de centro do duto. Ele é capaz de prover diversas informações tais como pontos críticos e o comprimento de esteira próxima, caracterizada pela presença do fenômeno de recirculação do fluido à jusante da bolha.

Uma análise geral das curvas de velocidade axial para as simulações mostrou um comportamento que se repete em todos os casos: com o aumento da distância axial (Z/D), há um aumento da velocidade axial da bolha, que chega a um máximo a uma distância que independe da configuração do sistema e então passa a decair, tendendo a um valor 1.2 vezes o valor de velocidade de mistura.

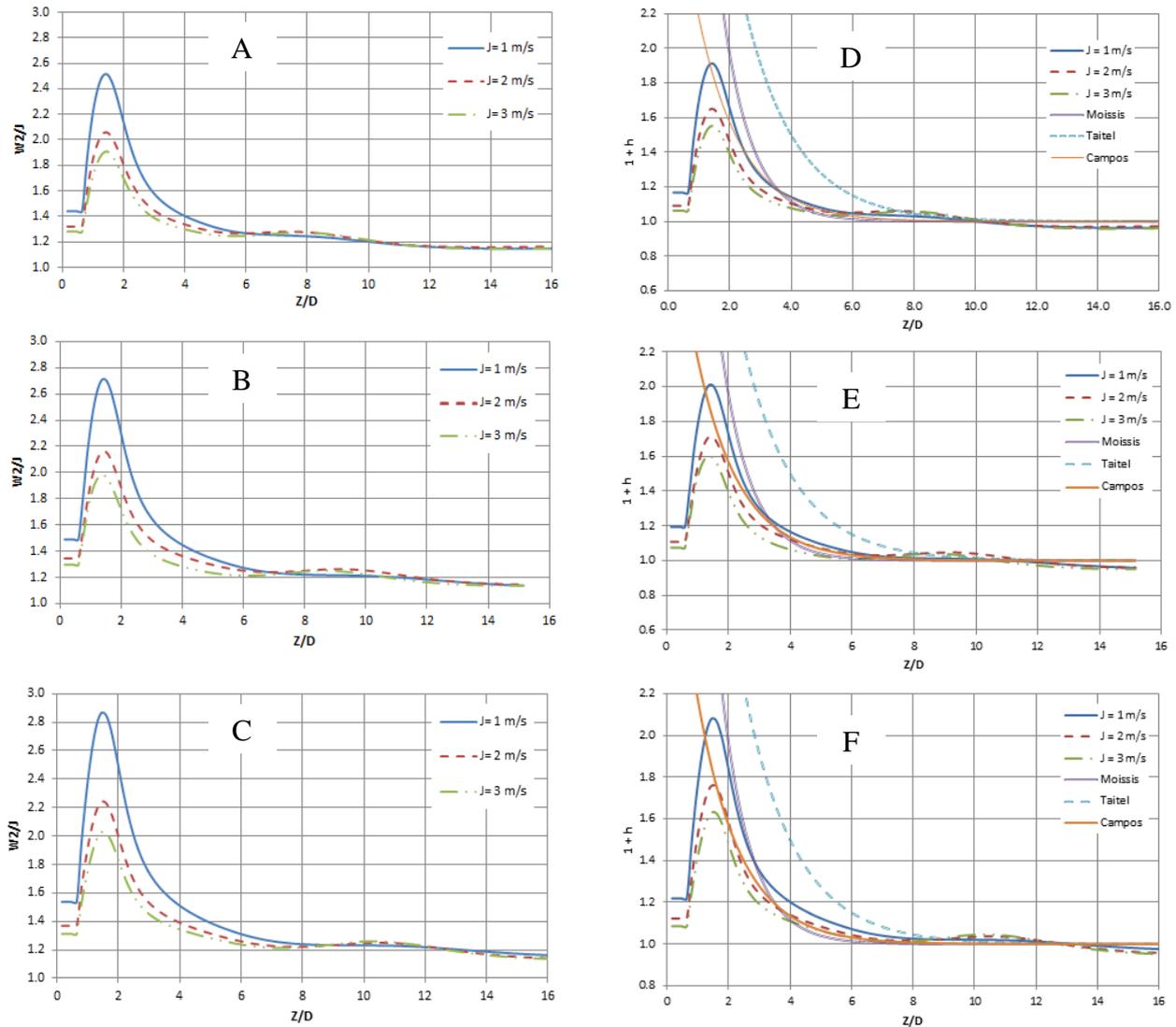


Gráfico 1 - Perfil de velocidade na linha de centro para tubo de A) 50 mm B) 75 mm C) 100 mm; Fator de esteira para tubo de D) 50 mm E) 75 mm F) 100 mm.

4.2.1 – Fator de Esteira

O fator de esteira, expressão matemática que estabelece a forma de decaimento da velocidade axial do pistão de líquido em função do comprimento do mesmo, é definido de maneira geral segundo a equação 17.

$$U_T = (1 + h) \cdot (C_0 \cdot J + C_\infty \cdot \sqrt{8 \cdot D}) \tag{Equação 17}$$

Onde U_T é a velocidade de translação da bolha, $(1 + h)$ é o fator de esteira e C_0 e C_∞ constantes definidas no capítulo 2.

Alguns são os estudos feitos nessa área, entre eles: Moissis e Griffith, Taitel e Barnea e Campos. Em cada um deles uma expressão empírica distinta para $(1 + h)$ foi estabelecida e estão explicitadas na equação 18. Em vista disso plotou-se o comportamento do fator de esteira para cada um dos nove casos simulados e comparou-se com as curvas experimentais. Os gráficos 1-d a 1-f apresentam os resultados. Vale ressaltar que em todos os gráficos os primeiros $0.5D$ de comprimento devem ser desconsiderados por se tratar da região de domínio da bolha Taylor.

$$(1 + h) = \begin{cases} 1 + 8. \exp \left[-1.06. \left(\frac{L_s}{D} \right) \right] ; \text{ para Moissis e Griffith} \\ 1 + 5.5. \exp. \left[-6. \left(\frac{L_s}{L_{stab}} \right) \right] ; \text{ para Taitel e Barnea} \\ 1 + 2.4. [\exp(-0.8. \frac{Z}{D})]^{0.9} ; \text{ Campos} \end{cases} \quad \text{Equação 18}$$

As curvas simuladas se assemelham bastante à proposta por Moissis et al para comprimentos de pistão de líquido acima de $4D$ aproximadamente. Para a região próxima à traseira da bolha a equação empírica prevê um aumento contínuo de velocidade axial, porém o mesmo não é notado nas simulações, uma vez que o escoamento nessa zona desacelera até atingir a velocidade da bolha alongada. Essa discrepância, também notada para os casos de Taitel e Barnea e ainda de Campos, deve-se principalmente ao fato de nenhum dos estudos levarem em consideração a divisão da zona de esteira em duas regiões (próxima e afastada), como realizado no presente trabalho.

Comparando-se a equação de Campos com as simulações, nota-se que das formulações empíricas esta é a que mais se aproxima dos resultados obtidos computacionalmente. Diferentemente da expressão de Moissis, Campos se aproxima perfeitamente das simulações mesmo para comprimentos de pistão pequenos (próximo de $1.5D$) e para os casos especiais de tubo com 50mm e velocidade de mistura de 1 m/s e 75 e 100 mm para $J= 2\text{m/s}$ os valores empírico e simulados são igual em praticamente toda a extensão de comprimento estudado.

Taitel e Barnea é dentre os estudos o que mais se afasta dos resultados obtidos. Seu comportamento só se aproxima com relativa precisão para comprimentos de pistão longo (maiores que 5D). Em contrapartida para comprimentos curtos Taitel não representa o comportamento observado pelos outros estudos.

4.2.2 – Pico de velocidade

Um ponto interessante no estudo do fenômeno de escoamento slug flow é a posição do ponto de velocidade máxima. Esta se mostrou praticamente invariável nas simulações, localizada a 1D da traseira da bolha como evidencia a tabela 5 a seguir.

Tabela 5 - Posição da velocidade de pico do escoamento

D (mm)	J (m/s)	Pico (Z/D)
50	1	1.10
50	2	0.95
50	3	0.95
75	1	1.00
75	2	1.00
75	3	0.90
100	1	0.95
100	2	0.95
100	3	0.95

4.2.3 – Comprimento estável da Esteira

Com o intuito de se analisar o comprimento estável da esteira em cada simulação, tomou-se como base os valores da velocidade axial na linha de centro ($r/R = 0$) no referencial estacionário. Para a determinação quantitativa do final da esteira, estabeleceu-se como parâmetro base uma variação menor do que 2% em relação à velocidade apresentada no final do tubo (saída do sistema simulado).

Durante o processo de simulação, o comprimento do tubo foi dividido em 100 partes iguais para a obtenção da base de dados das velocidades axiais na linha de centro para

registro do comprimento de esteira. Através dos resultados obtidos e o processo de cálculo explicitado no parágrafo anterior foi possível construir a tabela (6) a seguir.

Os resultados apresentados ficaram de acordo com o esperado e dentro da variação mostrada por Moïssis e Griffith (1962), na qual concluíram que o comprimento estável de esteira varia entre 8 e 16 D para tubulação vertical. Em geral as simulações apresentaram um comprimento em torno de 11 D para tubos de 50 mm, 13 D para tubos de 75 mm e 14 D no caso da simulação de 100 mm de diâmetro.

Tabela 6 - Comprimento de esteira estável

D (mm)	J (m/s)	Re_m	L_w/D
50	1	5.0E+04	11.5
50	2	1.0E+05	11.0
50	3	1.5E+05	11.4
75	1	7.5E+04	13.3
75	2	1.5E+05	12.9
75	3	2.2E+05	12.3
100	1	1.0E+05	14.2
100	2	2.0E+05	14.4
100	3	3.0E+05	14.2

4.3 – Velocidade Axial na Parede

Como citado anteriormente, a esteira próxima é definida como a região na qual predomina o fenômeno de recirculação do filme à jusante da bolha alongada. Seguindo esta definição e a análise dos resultados obtidos determinou-se como ponto final desta zona o ponto de estagnação localizado na parede da tubulação (computado a partir da traseira da bolha).

É necessário um estudo conjunto entre a tensão e o perfil de velocidade axial na parede do tubo para a determinação do ponto de término da esteira próxima e início da esteira afastada. Neste ponto, por se tratar de uma região de estagnação do fluido, é

caracterizada por tensão e velocidade (no referencial inercial) nulas. A tabela 6 mostra os resultados encontrados através das análises conjuntas entre os gráficos 2-a a 2-f.

Como de se esperar, o ponto de velocidade axial nula é exatamente igual ao de tensão nula. Em geral nota-se a partir da tabela 7 que o comprimento de esteira próxima (medido a partir do final da bolha alongada) decresce com o aumento da velocidade de mistura e aumenta quanto maior for o diâmetro do duto (para uma mesma velocidade J).

Somente como análise complementar nota-se que ao adimensionalizar a curva de velocidade axial na parede do tubo em relação à velocidade de mistura, ou seja, W_2/J , para um mesmo diâmetro as curvas se colapsam a partir dos pontos de estagnação observados.

É possível notar ainda que o fenômeno de recirculação presente na região de esteira próxima é caracterizado também pela presença de velocidades radiais não nulas, como detalhado na figura 1-b para o caso exemplo de tubo de 75mm e velocidade de mistura de 2 m/s.

Tabela 7 - Comprimento Esteira Próxima (medidos em Z/D, a partir da cauda da bolha).

D (mm)	J (m/s)		
	1	2	3
50	4.0	3.8	3.8
75	5.1	4.6	3.9
100	5.5	5.3	5.2

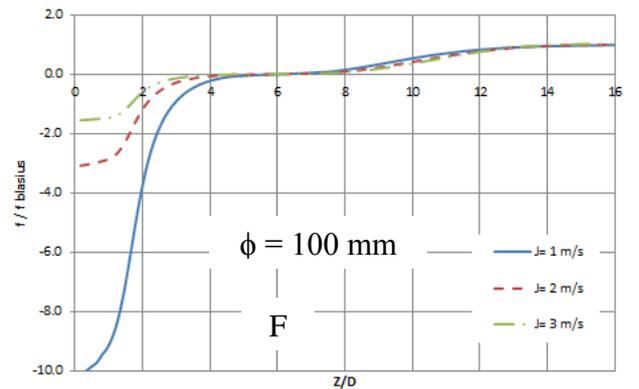
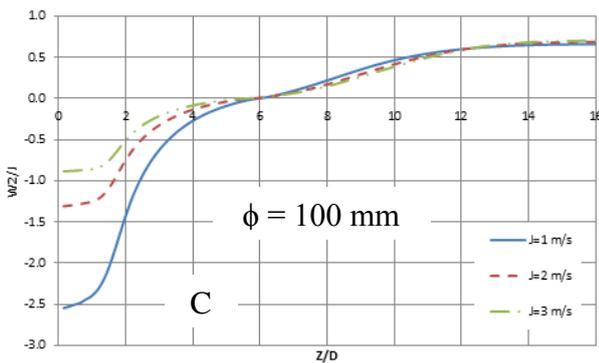
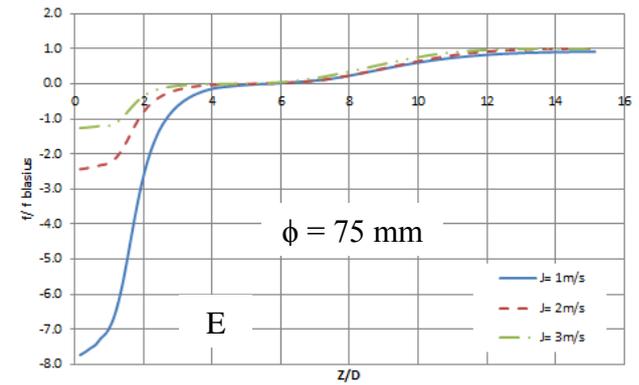
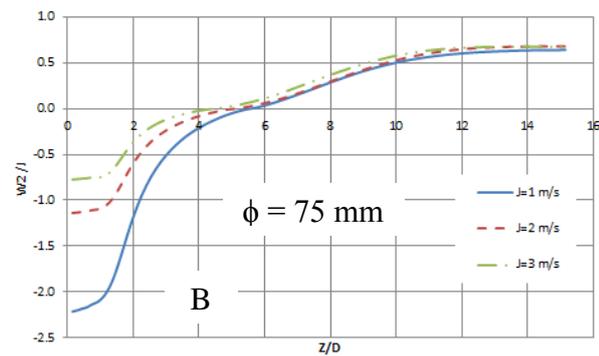
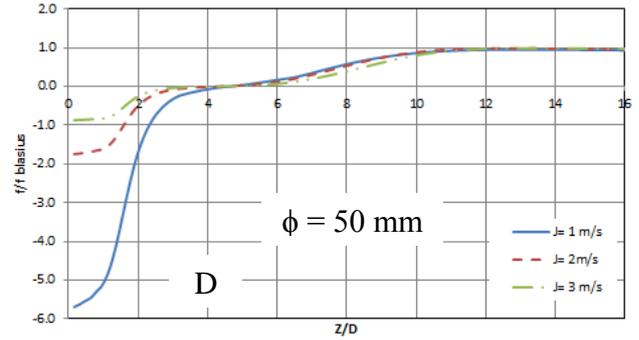
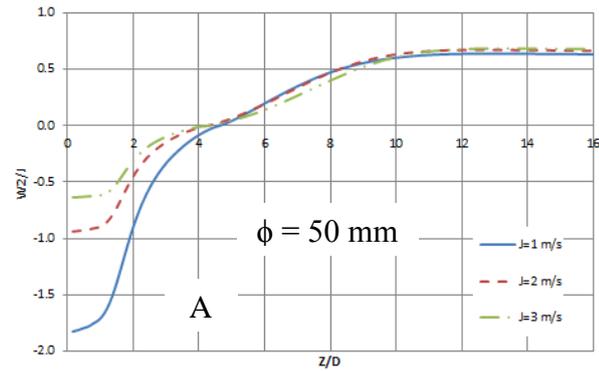


Gráfico 2 - Perfil adimensional de velocidade axial na parede do tubo (de A a C) ; Tensão na parede (de D a F)

4.4 – Tensão na Parede

Durante as seções 3.2 e 4.3 algumas das características observadas pela tensão na parede do tubo já foram descritas, tais como a localização do ponto de estagnação do fluido e a validade do modelo matemático pela comparação entre a tensão simulada para longas distâncias e a calculada segundo a equação de Blasius descrito pelas equações 12 a 14. Com relação a esta, vale reiterar o resultado satisfatório obtido e observado pelos gráficos 2 – D, E e F, na qual para todas as simulações é possível perceber que para

distâncias acima de 10 a 12 D a relação tensão simulada por tensão calculada (f / f_{blasius}) é igual a 1, ou seja, a partir deste ponto o modelo computacional agiu exatamente como era de se esperar, calculando uma tensão na parede igual a Blasius.

Uma segunda análise realizada como estudo complementar foi o cálculo da tensão média em função do comprimento do pistão de líquido. Para isso tomou-se como base os valores obtidos para a tensão local na parede (gráfico 2- D a F) e integrou-se tais resultados no decorrer da distância axial “z”. O gráfico 3- A a C mostra a curva obtida.

Os gráficos explicitam que a influência do jato de líquido descendente na lateral da bolha na tensão da parede é tão grande que a tensão devido a movimentação ascendente do pistão de líquido só o iguala para distância bem grandes (da ordem de 10 a 12 D), e para velocidades de mistura baixa (1 m/s), essa distância é maior ainda, de forma que o comprimento total simulado de pistão não foi suficiente para igualar a influencia da tensão na entrada do sistema de maneira a se observar esse efeito. Espera-se que para distancias suficientemente grande o valor de $f_{\text{médio}}/f_{\text{blasius}}$ tenda a 1, indicando que o valor médio a partir de tal distância é numericamente igual ao valor calculado por Blasius.

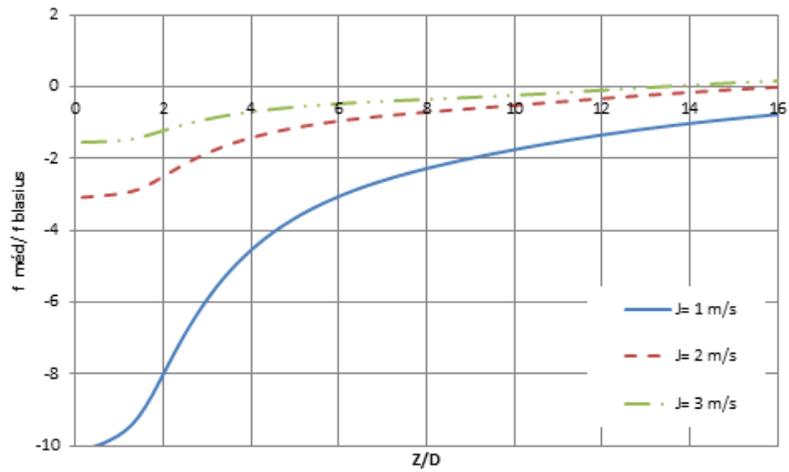
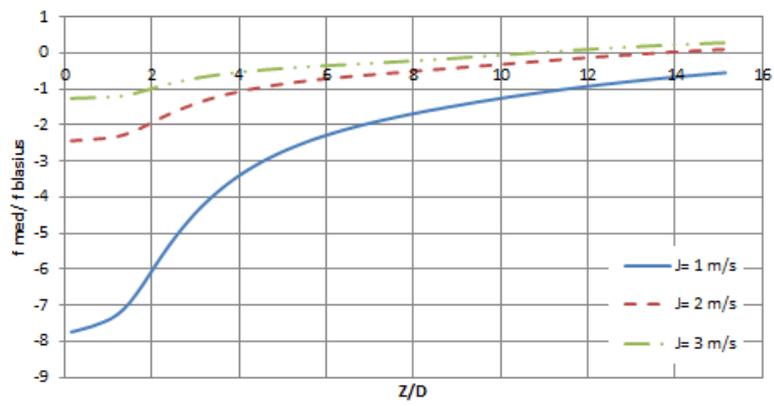
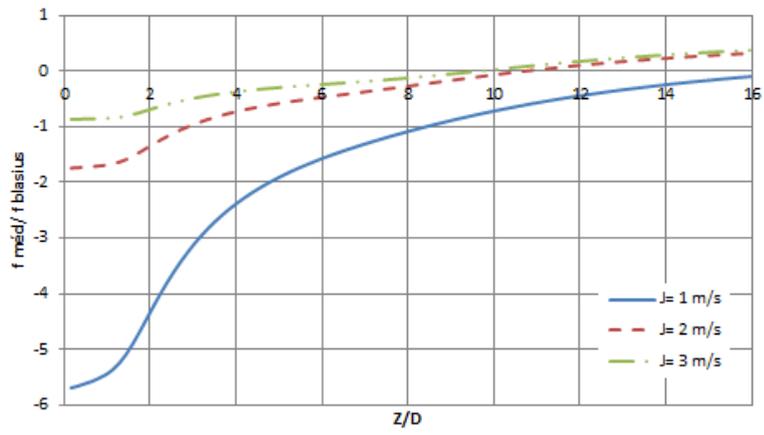


Gráfico 3 - Tensão média na parede para tubo de: A) 50 mm ; B) 75 mm e C) 100 mm

Capítulo 5

Conclusões

O estudo empírico do comportamento da esteira de uma bolha Taylor em tubulação vertical, bem como a interação entre bolhas neste mesmo padrão é um assunto recorrente na área de escoamentos bifásicos e amplamente discutido desde início de 1960. A partir de tais estudos, propôs-se um modelo matemático construído através do software de volumes finitos Phoenix[®] 2010 com o intuito de simular computacionalmente este tipo de padrão de escoamento de maneira que fosse capaz de reproduzir os resultados de laboratório.

Todas as simulações foram validadas tendo como base as bibliografias já citadas anteriormente e apresentaram, de modo geral, resultados satisfatórios e dentro do esperado para o modelo. Observou-se através do perfil de velocidades na linha de centro um comportamento invariável e característico do escoamento: pico de velocidade a uma distância de $1 D$ da calda da bolha, independente das condições impostas a simulação, tais como diâmetro da tubulação e velocidade da mistura gás- líquido J .

A análise das informações referentes ao perfil de velocidade axial e tensão na parede do duto, bem como o mapa de velocidade radial constatou que o comprimento de esteira próxima varia entre 4 e $6 D$ e que para um mesmo tubo, quanto maior a velocidade de mistura J , menor a esteira. Em contrapartida, se uma mesma velocidade for imposta a tubulações com diâmetros distintos, maior será tal comprimento quanto maior for o diâmetro em questão.

Foram propostas ainda a análise e a representação gráfica do perfil de decaimento da velocidade da bolha Taylor em função do tamanho do pistão de líquido. Para isso estabeleceu-se a curva de fator de esteira $(1 + h)$ para cada uma das simulações e comparou-se com três estudos: Campos, Moissis e G. e Taitel e Barnea. Mais uma vez os resultados computacionais se mostraram coerentes com o experimental, principalmente com relação as curvas propostas por Campos na qual, para comprimentos de pistão maiores que $1.5D$, o decaimento simulado se aproxima muito do empírico. Entretanto, para

distâncias muito pequenas (entre 0 e $1.5D$) o modelo computacional se afasta muito das equações propostas nas bibliografias pois nestas não é feita a diferenciação entre esteira próxima e afastada e considera-se um aumento exponencial da velocidade quanto menor for a distância entre bolhas consecutivas, sem levar em consideração que a bolha que vem atrás deve ter a mesma velocidade da que vem a sua frente quando o pistão de líquido tende a zero, ou seja, quando o fenômeno de coalescência ocorre.

Referências Bibliográficas

- Barnea D. e Taitel Y., 1993. "A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow" Int. J. Multiphase Flow, 19 (5): 829- 838.
- Campos, J.B.L.M., Mayor, T.S., Ferreira, V., e Pinto, A.M.R.L., 2008. "Hydrodynamics of gas-liquid slug flow along vertical pipes in turbulent regime– An experimental study" Int. Journal of Heat and Fluid Flow, pp 1039 – 1053.
- Dukler A. E., Moalem Maron D., e Brauner N. 1985. "A physical model for predicting the minimum stable slug length". Chem. Eng. Sci., 40, 1379-1385.
- Fávaro, G. A. A. 2011. "Escoamento de líquido na esteira de uma bolha Taylor". FEM UNICAMP.
- Moissis, R. e Griffith P. 1962, "Entrance Effects in a Two Phase Slug Flow." A.S.M.E. Journal of Heat Transfer.
- Nicklin, D. J. , Wilkes, J. O. , Davidson, J. F. 1962. "Two-phase flow in vertical tubes". Trans. Inst. Chem., v.40, pp.61-68.
- Pinto A. M. F. R.; Coelho Pinheiro M. N.; Campos J. B. L. M. 1998. "Coalescence of two gas slugs rising in a co-current flowing liquid in vertical tubes". Chemical engineering science. v. 53, n. 16, pp. 2973-2983.
- Polonsky, S. Shemer, L. Barnea, D. 1999. "The relation between the Taylor bubble motion and the velocity field ahead of it". International journal of multiphase flow, v.25, pp. 957-975.
- Taitel, Y., Barnea, D. & Dukler, A. E. 1980. "Modeling flow pattern transitions for gas-liquid flows in vertical rod bundle". Int. J. Multiphase Flow, 509-524.
- Talvy, C. A., Shemer, L., Barnea, D. 2000. "On the interaction between two consecutive elongated bubbles in a vertical pipe". International Journal of Multiphase Flow, pp 1905-1923.