

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

TRABALHO DE GRADUAÇÃO II EM ENGENHARIA MECÂNICA

Escoamento de Líquido na Esteira de uma Bolha de Taylor

Gabriel Augusto Alves Fávaro

Campinas

2011

1. RESUMO

O escoamento gás-líquido em golfadas (slug flow) é caracterizado pela sucessão de bolhas de gás alongadas, conhecidas como bolhas de Taylor. É sabido que quando existe duas ou mais bolhas em uma tubulação, é possível ocorrer a interação entre as mesmas devido à distância entre elas e a presença da esteira, região dinamicamente caracterizada por instabilidades e recirculações de fluido.

O presente trabalho pretende simular a região conhecida como pistão de líquido, calculando o comprimento do filme de líquido, velocidades de subida da bolha e do filme para avaliar numericamente o comprimento da esteira e analisar os parâmetros que influenciam o seu tamanho.

Palavras Chaves: Mecânica dos Fluídos, Escoamento Bifásico, Slug Flow, Esteira da Bolha de Taylor.

2. INTRODUÇÃO

O escoamento simultâneo de gás e liquido está presente em diversos processos industriais. Pode-se citar a presença desse tipo de escoamento na produção de petróleo, trocadores de calor, caldeiras e processos químicos.

São vários os padrões de escoamento líquido e gás e sua classificação de acordo com Taitel (1980) pode ser dividida em:

bolhas: a fase liquida é predominante e a fase gasosa é dispersa em pequenas bolhas;

pistões: a fase gasosa está presente na forma de bolhas alongadas ou bolhas de Taylor envolvida por um filme de líquido. As bolhas são caracterizadas pela extremidade inferior plana e a superior esférica. Entre duas bolhas sucessivas existe um pistão de líquido.

agitante: formado após o rompimento dos pistões gasosos do escoamento pistonado,

apresentando assim formas diversas e com difícil determinação (escoamento caótico).

anular: caracterizado por um filme líquido escoando na parede da tubulação e a fase gasosa ocupando o interior do mesmo.

O escoamento estudado neste trabalho é o pistonado (slug flow) em uma tubulação vertical, conforme a figura 1. Quando o escoamento for desenvolvido, todas as bolhas sobem com a mesma velocidade e o perfil na interface líquido-gás não se altera (formato circular na parte superior e plano na inferior), já quando este estiver em desenvolvimento e a distância entre os pistões de líquido estiverem abaixo de um valor crítico, cada bolha é influenciada pela esteira da bolha que está à sua frente e a faz subir mais rapidamente e eventualmente coalescem formando uma bolha maior.

As velocidades envolvidas em um escoamento pistonado vertical é a velocidade do filme de líquido (Uf), a velocidade do nariz da bolha (Ut) e a velocidade da mistura gáslíquido (J).



Figura 1 - Detalhes do escoamento pistonado.

A espessura do filme de líquido é representada pela letra $\delta \in \alpha$ representa a razão entre área de gás (A_G) e a área total da tubulação (A_T) em uma determina seção:

$$\alpha = {A_G} / A_T \tag{1}$$

Com os vários modelos propostos e estudados até então, um dos fatores mais importantes para o escoamento é o conhecimento da velocidade da bolha, pois é ela que transporta a maior parte do gás.

Nicklin (1962) propôs a expressão para o calculo da velocidade de translação da bolha quando o líquido está movimento, posteriormente, Zukoski (1966) acrescentou o termo da variação das massas específicas:

$$U_T = C_0 J + C_{\infty} \sqrt{g D \frac{(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L}}, \qquad (2)$$

onde U_T é a velocidade de translação da bolha alongada; J, a soma das velocidades superficiais de cada fase, $J_L e J_G$; $C_0 e C_{\infty}$ são constantes adimensionais que podem variar em função das configurações do sistema; g a aceleração da gravidade e D o diâmetro do tubo.

O valor de C_{∞} é denominado parâmetro de deslizamento e está relacionado com a velocidade de uma bolha em um líquido estagnado, seu valor depende do número de Reynolds e Eotvos. Para Reynolds maior que 200, o valor de C_{∞} é dada pela equação (3) e Eo é dado pela equação (4).

$$C_{\infty} = \frac{0.34}{(1 + \frac{3805}{Eo^{3,06}})^{0,58}} \tag{3}$$

$$Eo = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD^2}{\sigma} \tag{4}$$

em que σ representa a tensão superficial na interface gás-liquido.

A constante C_0 , é definida como a razão entre a velocidade máxima e média do líquido. Para escoamentos turbulentos seu valor é de 1,2 e para laminares 2,0. Na figura 2 são mostradas as linhas de correntes para ilustração de dois casos distintos: em (A) temos um referencial estacionário e em (B) um referencial se movendo com a velocidade de subida da bolha, Ut.



Figura 2 - Linhas de Corrente para um sistema de referência estacionário (A) e um sistema com velocidade Ut (B).

A condição de um fluxo estável, sem a presença de coalescência entre as bolhas é caracterizada por uma distância mínima entre as mesmas, conhecida como L_{STAB} . O filme de escoamento líquido em vertical, um representado na figura 1, tem velocidade U_F . Esse filme descendente encontra o pistão de líquido que esta se movendo para cima, assim esse líquido é continuamente recebido pelo pistão e acelerado (em um sentido contrário ao seu movimento) até chegar à velocidade do mesmo.

A região caracterizada pela formação de vórtices devido à mistura de líquido em direções contrárias é denominada pela letra L_W , ela implica na formação de uma camada limite de quantidade de movimento que é constantemente destruída e restabelecida ao longo do pistão de líquido fora da região de esteira.

A velocidade do pistão é estabilizada quando a espessura da camada limite se aproxima do valor do raio do tubo para todos os pistões.

Na região em que o escoamento não é desenvolvido, existem pistões com comprimentos variáveis, resultando em bolhas com diferentes velocidades e espessuras da camada limite. O resultado é a aceleração da bolha traseira e eventualmente a coalescência entre elas, processo caracterizado até o desenvolvimento do escoamento. Na figura 3 (A) pode-se comparar a divergência entre o padrão de escoamento estável e desenvolvido (com comprimentos de pistões e espessura da camada limite bem determinados) com um escoamento em desenvolvimento (com variados comprimentos de pistões e camadas limites), representado em (B).



Figura 3 - Comparação entre fluxo desenvolvido (A) e em desenvolvimento (B).

Dukler e Fernandes (1983) deduziram a fórmula da velocidade para o filme de líquido baseando-se nos trabalhos de Brotz, considerando unidimensional, axi-simétrico, estável e ausência de cisalhamento interfacial. Para a espessura, δ :

$$\delta = \frac{D}{2} (1 - \alpha^{0,5}), \qquad (5)$$

em que α representa a fração de vazio da bolha de Taylor e D, o diâmetro do tubo. A velocidade (U_F) é dada na equação (6).

$$U_F = 9,916 \sqrt{gD(1-\alpha^{0,5})}$$
 (6)

A região de estudo do presente trabalho é de grande complexidade. Ela é conhecida como região de esteira e pode influenciar na velocidade da bolha seguinte. Os trabalhos que tratam do escoamento na esteira não são muitos e os dados experimentais são escassos. Campos e Guedes de Carvalho (1988) classificaram três diferentes padrões de fluxo de acordo com a função do inverso da viscosidade cinemática, N_f , dado pela equação (7):

$$N_f = \frac{\sqrt{gD^3}}{\gamma} \tag{7}$$

O tipo 1 ocorre para Nf<500, o tipo 2 para 500<Nf<1500 e por fim, o tipo 3 para Nf>1500. É importante mencionar que para Nf>500, a esteira não apresenta um limite bem definida.

Apesar dessa dificuldade, Campos e Guedes de Carvalho (1988) conseguiram obter uma relação entre o tamanho da esteira, (L_W) , em função de N_f , variando de 100 a 500.

$$\frac{L_W}{D} = 0.30 + 1.22.10^{-3} N_f \tag{8}$$

$$p/100 < N_f < 500$$

Analisar o perfil de velocidade no pistão de líquido é um item crucial para avaliar o comprimento da esteira. Moissis e Griffith (1962) foram os pioneiros a investigar o processo de desenvolvimento do fluxo pistonado. Apesar de utilizar uma bolha de plástico, sua contribuição está relacionada com a observação de que a velocidade da bolha é afetada pelo perfil de velocidade do líquido a frente da bolha.

A figura 4 representa o perfil de velocidade formado atrás da bolha em função distancia radial e axial.



Figura 4 - Distribuição de velocidade atrás da bolha. Moissis et. al. (1962).

Baseado nas conclusões de Moissis & Griffith (1962), em que o valor da velocidade máxima do líquido decai com a distância entre as bolhas e que a velocidade das mesmas é inversamente proporcional ao comprimento do pistão de líquido, foi proposto o fator de influência de esteira:

$$h = Bexp(-\beta \frac{L}{L_{STAB}}), \tag{9}$$

onde *L* é o comprimento do pistão de líquido (soma do comprimento da esteira e o comprimento da região desenvolvida), L_{STAB} é o comprimento do pistão com fluxo estável, B e β são constantes adimensionais. O fator influência a velocidade de translação da bolha da seguinte forma:

$$U_T = (C_0 J + C_{\infty} \sqrt{gD})(1+h)$$
(10)

Os resultados para os valores de B e β foram respectivamente, 5,5 e 6,0. Já o valor l_{STAB} de é de proximamente 10D para velocidades da mistura baixas (da ordem de 0,01 m/s) e de 15D para velocidade da mistura alta (da ordem de 0,75 m/s).

Pinto(1998), utilizando um aparato experimental baseado em transdutores de resposta rápida para diferença de pressão, analisou a interação entre duas bolhas em um tubo vertical e obteve equações para o comprimento estável em função de N_f .

Para $N_f < 1500$, o comprimento L_{STAB} aumenta com os valores de N_f . Para esteiras turbulentas ($N_f > 1500$) o comprimento estável é independente de N_f , apresentando $L_{STAB}/D = 12,5$.

3. MÉTODO NÚMERICO

Objetivo: simular a esteira da bolha no pistão de líquido e analisar o comportamento do campo de velocidade.

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o software de volumes finitos PHOENICS® versão 2010. O sistema de coordenadas empregado foi o cilíndricopolar tendo o eixo z paralelo à direção axial. Explorando o fato que o escoamento é axisimetrico a malha é bi-dimensional possuindo volumes nas direções axial e radial e apenas 1 volume na direção angular. As dimensões do domínio na direção radial e axial são, respectivamente D/2 e 8D onde D é o diâmetro do tubo. O referencial se desloca com velocidade U_T , a velocidade da bolha. Desta maneira pode-se 'congelar' a bolha e estudar o efeito esteira. Uma entrada de fluido está posicionada no início do eixo Z. Ela possui a forma anular e corresponde ao filme de líquido descendente. A velocidade na entrada passa a ser $U_T + U_F$. A parede do tubo apresenta a velocidade U_T e saída de fluido está localizada ao final do eixo Z e ocupa toda a seção transversal do tubo. Na saída foi especificada uma pressão constante. A figura 5 ilustra o domínio.



Figura 5 - Domínio utilizado para simulação

O modelo de turbulência utilizado no programa foi o de KE Low-Reynolds e a grade gerada foi com espaçamento não uniforme, apresentando menores volumes próximos à parede do tubo e ao inlet, regiões nas quais apresentam maiores variações de velocidades e pressões além de ter maior interesse, pela presença da esteira.

A fim de validar o sistema utilizado, foram procurados na literatura estudos experimentais que sustentassem os valores simulados, no entanto, não foram encontrados dados com escoamento turbulento.

Espera-se que a jusante da esteira da bolha, o perfil de velocidade restabeleça e apresente um perfil desenvolvido. Como forma de validação da metodologia procurou-se encontrar se a solução numérica aproxima-se assintoticamente do perfil hidrodinamicamente desenvolvido comparando-se sua velocidade máxima e a tensão na parece, τ/ρ .

O calculo da tensão na parede analítico é realizada partindo do número de Reynolds da

mistura, equação (12), para calcular assim o fator de atrito através da relação de Blausius (13) e por fim, calcular o valor da razão através da equação (14).

$$Re(m) = \frac{JD}{N} \tag{12}$$

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \tag{13}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{f J^2}{8} \tag{14}$$

3.1 Condições de Contorno

Para calcular todos os parâmetros de cada caso simulado, foram definidas as condições de entrada. Os diâmetros utilizados foram 26, 50 e 75 mm com velocidade de mistura (J) de 1,2 e 3 m/s.

Tabela 1 - Parâmetros de entrada

D (mm)	J (m/s)	μL (Pa.s)	μG (Pa.s)	ρL (kg/m³)	ρG (Kg/m³)	σ (N/m)
26	1	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
26	2	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
26	3	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
50	1	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
50	2	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
50	3	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
75	1	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
75	2	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02
75	3	1,0E-03	1,74E-05	999	1,29	7,28E-02

Com os dados de entrada, foram calculadas as condições de contorno para os diferentes tubos. Condições essas: velocidade do nariz da bolha, Ut; velocidade do filme de líquido, U_F e espessura do filme, δ .

Inicialmente U_T é calculado com a equação (15). O passo seguinte é calcular α através de um processo iterativo com a equação de Brotz (6) e a equação de balanço de massa (15):

$$U_F = U_T + \frac{(J - U_T)}{(1 - \alpha)}$$
(15)

Com α é possível calcular a velocidade e espessura do filme de líquido, equações (6) e (5), respectivamente. O gráfico da figura 6 mostra as duas funções plotadas em função da variação de α ; quando elas cruzam, o valor resulta na mesma velocidade U_F , satisfazendo o sistema.



Figura 6 - Gráfico para Obtenção de alpha

A tabela 2 é então construída para realizar as simulações numéricas.

Tabela 2 – Parâmetros calculados para simulações numéricas.

D (mm)	J (m/s)	Ut (m/s)	Uf (m/s)	α	δ (m)
26	1	1.37	1.33	0.863	9.23E-04
26	2	2.57	1.37	0.855	9.79E-04
26	3	3.77	1.39	0.851	1.01E-03
50	1	1.44	1.83	0.866	1.74E-03
50	2	2.64	1.88	0.859	1.83E-03
50	3	3.84	1.91	0.854	1.90E-03
75	1	1.49	2.22	0.868	2.56E-03
75	2	2.69	2.28	0.861	2.70E-03
75	3	3.89	2.32	0.857	2.78E-03

Os valores analíticos da tensão de cisalhamento na parede para cada simulação são apresentados na tabela 3 como referência.

Tabela 3 - Valores de τ/ρ analíticos

D (mm)	J (m/s)	Re(m) f		$^{\tau}/ ho$
26	1	2,59E+04	2,49E-02	0,003
26	2	5,18E+04	2,09E-02	0,010
26	3	7,77E+04	1,89E-02	0,021
50	1	4,98E+04	2,12E-02	0,003
50	2	9,96E+04	1,78E-02	0,009
50	3	1,49E+05	1,61E-02	0,018
75	1	7,47E+04	1,91E-02	0,002
75	2	1,49E+05	1,61E-02	0,008
75	3	2,24E+05	1,45E-02	0,016

3.2 Resultados Numéricos

Para demonstrar os resultados obtidos em cada simulação, tomou-se como exemplo o tubo de 75 mm cujo escoamento apresenta velocidade de mistura igual a 3 m/s.

Adotou-se a convenção de que a velocidade na direção do eixo Z e Y com o referencial em movimento é denominada, respectivamente, $W_1 \, e \, V_1$; a velocidade com o referencial estacionário no eixo Z e Y é representada, respectivamente, por $W_2 \, e \, V_2$. As equações (16) e (17) são utilizadas para obter as velocidades no referencial estacionário.

$$W_2 = W_1 - U_t , (16)$$

$$V_2 = V_1.$$
 (17)

A figura 7 mostra o gráfico de contorno para a velocidade W_1 e a figura 8 a velocidade V_1 . Em (1) temos uma escala do domínio 1:1 e em (2) mostra maiores detalhes a região da esteira.



Figura 7 - Vel. Axial W1 para D=75mm e J=3m/s

Na figura 9 temos quatro gráficos para analisar a região da esteira, com as linhas de corrente e vetores de W_1 , além de observar a tensão de cisalhamento para cada volume do domínio. A linha pontilhada mostrada de (1) a (4) representa o fim do comprimento da esteira, L_w e início da região desenvolvida, L_D .

Na figura 9 (1), são traçadas as linhas de corrente do domínio; nas regiões próximas à parede, o fluido atravessa o tubo sendo influenciado pelo movimento da parede, já as regiões mais próximas da bolha ocorrem a inversão de velocidades, no INLET o fluido entra com uma velocidade positiva $(U_T + U_F)$ e qualquer velocidade negativa indica a inversão de sentido, caracterizando pela região esteira, ponto de recirculações (até da aproximadamente 0,2 m) e depois segue o fluxo das demais linhas, indo em direção ao OUTLET. Em (2) temos o gráfico de vetores da velocidade W_1 , novamente podendo observar a magnitude das velocidades na região de recirculação, além de notar a

influência da parede com velocidade Ut arrastando o fluído na direção do OULET.



Figura 8 - Vel. radial V1 para D=75mm e J=3 m/s

Em (3) é plotado o gráfico do cisalhamento na parede, τ/ρ . É importante notar que enquanto os valores de cisalhamento nas simulações levam em conta a diferença entre as velocidades locais da parede e do fluido imediatamente acima dela, o valor analítico, representado pelos traços em cinza, considera as condições para um perfil hidrodinamicamente desenvolvido com a velocidade da mistura (J). Assim é de se esperar que enquanto o domínio estiver sob influência da esteira, exista uma grande variação dessa razão (como é visto até o fim de L_w).

No gráfico da figura 9 (4) é plotado a velocidade W_1 no centro do tubo, em r/R=0. Nota-se a variação dessa velocidade na região da esteira e depois uma estabilização da mesma na região desenvolvida.



Figura 9 – Linhas de Corrente (1); Gráfico de Vetores de W1 (2); tensão de cisalhamento na parete do tubo (3) e velocidade W1 no centro do tubo (r/R=0) (4).



Figura 10 – Perfis de velocidades axiais e radiais para um referencial estacionário em diferentes posições axiais.

Na figura 10 são traçados os perfis de velocidade com referencial estacionário, W2 e V2 para direções axial e radial respectivamente. Observa-se que para as menores razões z/D o perfil não está desenvolvido, como era de se esperar, além de notar os sentidos de velocidade esperados, conforme mostrados nas linhas de corrente da figura 2 (A), onde existem velocidades negativas próximas ao INLET.

Além da analise da tensão na parede, o número normalizado da distância à parede, conhecida como Y+, é outra ferramenta de suporte para análise da convergência de cada simulação. Em função do modelo de turbulência adotado, este número deve atender um critério de valor; para o modelo KE Low-Reynolds o valor de Y+ deve ser menor que 5 em todo o domínio. A tabela 4 apresenta os maiores valores encontrados em cada caso estudado e no gráfico da figura 11 é mostrado a variação de Y+ ao longo do eixo Z para o tubo de 75 mm e velocidade de mistura 3 m/s.



Figura 11 - Y+ ao longo do eixo Z.

	т – шалшо	em caua simu	aça
D (mm)	J (m/s)	Y+ máx.	
26	1	0,36	
26	2	0,60	
26	3	0,87	
50	1	0,96	
50	2	1,16	
50	3	1,57	

Tabela 4 - Y+ máximo em cada simulação

Com relação ao gráfico da razão τ/ρ na parede, ao longo do eixo Z, todas as simulações tiveram uma proximidade relativa em relação ao valor esperado, conforme item (3) da figura 9.

1

2

3

1.65

2.06

2,73

75

75

75

3.3 Cálculo do Comprimento da Esteira, Lw

Para avaliar o comprimento da esteira de cada simulação, foram analisados todos os gráficos da velocidade W2 na linha de centro, r/R=0. Quando essa velocidade apresentava variação, menor que 2% em relação à velocidade apresentada no OUTLET, esse comprimento foi tomado como a referência para o fim da esteira, demonstrando estar no regime desenvolvido.

No gráfico da figura 12 estão plotados as razões W_2/J de todas as velocidades de mistura para o tubo de diâmetro de 75 mm. Nota-se que as três funções aproximam assintoticamente do valor esperado, o número adimensional C_0 da equação (2).



Figura 12 - Gráfico de W2/J em função do eixo Z em r/R=0

Os valores do comprimento da esteira L_W foram obtidos de forma similar para os tubos com diâmetros menores em diferentes velocidades. A partir destes resultados foi montada a tabela 5.

Tabela 5 – Comprimento da Esteira em cada simulação

D (mm)	J (m/s)	Re(m)	Re(f)	Lw/D	δ/D
26	1	2,59E+04	3,46E+04	3,5	3,6E-02
26	2	5,18E+04	3,56E+04	3,4	3,8E-02
26	3	7,77E+04	3,61E+04	3,4	3,9E-02
50	1	4,98E+04	9,11E+04	3,8	3,5E-02
50	2	9,96E+04	9,36E+04	3,4	3,7E-02
50	3	1,49E+05	9,53E+04	3,3	3,8E-02
75	1	7,47E+04	1,66E+05	4,9	3,4E-02
75	2	1,49E+05	1,71E+05	4,1	3,6E-02
75	3	2,24E+05	1,73E+05	3,8	3,7E-02

3.4 Análise da variação do comprimento da Esteira, Lw

Com os dados obtidos da tabela 5, foi possível construir os gráficos da variação do comprimento da esteira em função dos seguintes parâmetros: o número de Reynolds da mistura, Re(m), o número de Reynolds do filme, Re(f) e da espessura do filme, δ .



Figura 13 – Influência de Re(m).

No gráfico da figura 13, os rótulos de cada ponto representam a espessura adimensional do filme, δ/D . Já na figura 14 foram plotados os valores médios para cada diâmetro de tubo, assim como os valores de máximo e mínimo, podendo assim observar que o comprimento adimensional da esteira, L_W/D , tem forte influência do Reynolds do filme.





Figura 15 – Relação da espessura do filme com o comprimento da esteira.

O comprimento adimensional da esteira $\binom{L_W}{D}$ variou de 3,5 a 5 para Re na ordem de 1,0E4 a 2,0E5. Esses comprimentos apresentaram valores bem menores que o esperado, como se pode ver em Moissis e Griffith (1962), para velocidades de misturas acima de 0,75 m/s, espera-se um comprimento estável de 8D. Já Pinto (2006) cita um comprimento estável apresentando $\frac{L_{STAB}}{D} = 12,5$ para Nf>1500.

No entanto, o presente trabalho mostrou que os valores do comprimento estável são menores, variando de 3,5D a 5D. Esse comprimento está relacionado com a interação entre a bolha e a esteira no líquido. Caso a bolha esteja sob o efeito da esteira, sua velocidade é alterada, acarretando em uma aceleração e coalescência com a bolha superior.

Para o gráfico de Re(f), enquanto este aumenta, a esteira também aumenta, sendo sensível ao aumento do diâmetro do tubo. Para valores de Re(m) e da espessura do filme, quando estes aumentam, o comprimento da esteira diminui.

Para trabalhos futuros, recomenda-se analisar uma gama maior de diâmetros de tubo afim de uma melhor avaliação dos parâmetros adimensionais com a expectativa de obter funções que relacionam L_W/D com valores de Reynolds, seja ele da mistura ou do filme; velocidade de subida da bolha; espessura e velocidade do filme de líquido além das viscosidades e densidades das fases presentes.

4. BIBLIOGRAFIA

Barnea D. e Taitel Y., 1993. "A model for slug lenght distribution in gas-liquid slug flow" Int. J. Multiphase Flow, 19 (5): 829-838.

Barnea, D., 1990. "Effect of bubble shape on pressure drop calculations in vertical slug flow". Int. J. Multiphase Flow 16, 79-89.

Dukler, A. E., Fernandes, R. C., Semiat, R. 1983. "Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes". AIChE Journal, Vol. 29, No. 6, pp. 981-989.

Dukler A. E., Moalem Maron D., e Brauner N. 1985. "A physical model for predicting the minimum stable slug length". Chem. Eng. Sci., 40, 1379-1385.

Moissis, R. e Griffith P., "Entrance Effects in a Two Phase Slug Flow." A.S.M.E. Journal of Heat Transfer, Fevereiro, 1962.

Nogueira, S. et al. "Flow patterns in the wake of a Taylor bubble rising through vertical columns of stagnant and flowing Newtonian liquids: An experimental study". Chemical Engineering Science. 61. ed. Elsevier, 2006b. p. 7199-7212.

Nicklin, D. J., Wilkes, J. O., Davidson, J. F. 1962. "Two-phase flow in vertical tubes". Trans. Inst. Chem., v.40, pp.61-68.

Pinto A. M. F. R.; Coelho Pinheiro M. N.; Campos J. B. L. M. 1998. "Coalescence of two gas slugs rising in a co-current flowing liquid in vertical tubes". Chemical engineering science. v. 53, n. 16, pp. 2973-2983.

Polonsky, S. Shemer, L. Barnea, D. 1999. "The relation between the taylor bubble motion and the velocity field ahead of it". International journal of multiphase flow, v.25, pp. 957-975.

Taitel, Y., Barnea, D. & Dukler, A. E. 1980. "Modeling flow parttern transitions for gas-liquid flows in vertical rod bundle". Int. J. Multiphase Flow, 509-524.