

# Trabalho

**Prof. Dr. Ricardo A. Mazza**  
**2PFG/DE/FEM/UNICAMP**

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 1

---

---

---

---

---

---

---

---

# Trabalho

- **Pode ser definido como sendo uma força que age através de um deslocamento na direção da força:**  
$$W = \int_1^2 F \cdot dx$$
- **Essa relação permite calcular o trabalho necessário para levantar um peso, esticar um fio ou mover uma partícula carregada através de um campo eletromagnético;**

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 2

---

---

---

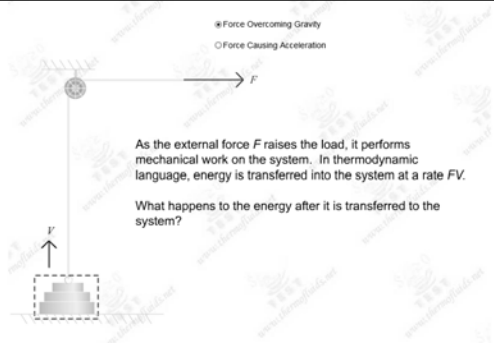
---

---

---

---

---



As the external force  $F$  raises the load, it performs mechanical work on the system. In thermodynamic language, energy is transferred into the system at a rate  $FV$ .

What happens to the energy after it is transferred to the system?

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 3

---

---

---

---

---

---

---

---

## Definição Termodinâmica de Trabalho

- **Aquela definição não é a adequada na termodinâmica;**
- **Na termodinâmica, define-se trabalho como:**
  - *Há trabalho se o único efeito sobre o meio puder ser considerado com o levantamento de um peso;*
    - *Meio é tudo externo ao sistema;*
    - *Deve ficar bem claro que um peso não é necessariamente levantado;*
      - *O único efeito externo ao sistema poderia ser o levantamento de um peso;*
- **Da definição de trabalho, pode-se dizer que uma característica dessa grandeza é depender do caminho percorrido;**

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 4

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

As the gas contained in the piston-cylinder device cools down, the pressure inside remains unchanged (can you find it from a free body diagram of the piston?) and volume decreases. If you calculate the boundary work from integral  $p dV$ , it will be a negative quantity. But if the work is negative, how can the system raise the weight?

As intuitive as it may seem, the gas is not doing the work of raising the weight. It is the atmosphere which is doing boundary work in pushing the piston against two agents: the push force on the piston from the gas inside, and the pull force of the link on the piston from outside. Only part of the atmospheric work is transferred as boundary work into the cylinder (which explains the negative sign of  $W_B$ ).

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 5

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Convenção de Sinais para Trabalho

- **O trabalho é uma grandeza escalar e é definido como o produto escalar entre a força e o deslocamento;**
  - *Grandezas vetoriais;*
$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$
- **Na termodinâmica é importante saber se o trabalho esta sendo realizado pelo sistema ou sobre o sistema, e é definido pela convenção de sinais;**
  - *Trabalho realizado sobre o sistema é negativo;*
  - *Trabalho realizado pelo sistema é positivo;*

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 6

---

---

---

---

---

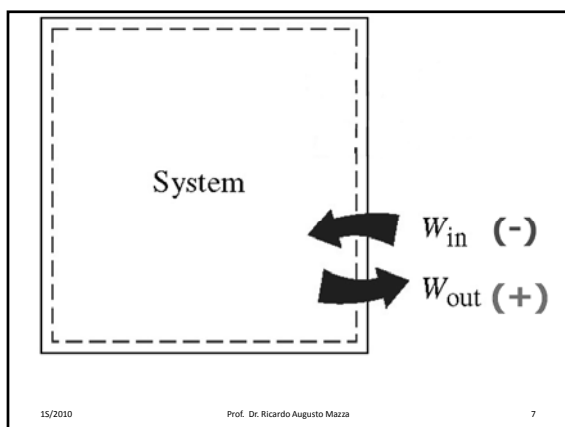
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

**Trabalho Realizado por Movimento de Fronteira**

- É uma forma idealizada de muitas aplicações termodinâmicas;
- Pode ser ilustrado pela expansão de um gás no interior de um cilindro e que movimentava um pistão de massa constante;
  - O gás se expande porque a pressão do gás é infinitesimalmente maior que a pressão atmosférica e a do peso do pistão;
  - Essa diferença de pressão faz com que o pistão inicie seu movimento;

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 8

---

---

---

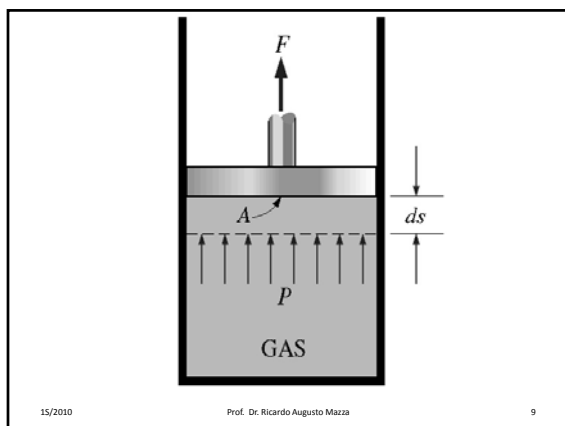
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

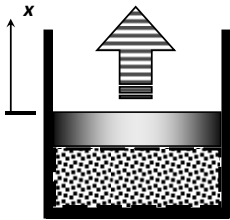
---

---

---

### Determinando o Sistema

- Considerando que:
  - Sistema é o gás contido no interior do cilindro;
  - Processo é quase estático;
    - As propriedades do sistema são as mesmas do gás;



Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 15/2010 10

---

---

---

---

---

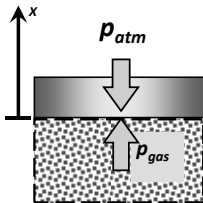
---

---

---

### Balanço de Forças

- Processo quase estático
  - Aceleração nula;
  - Somatória de força atuando no pistão é zero;
- Identificando todas as forças que atuam no sistema:



$$F_{\text{gas}} = p_{\text{gas}} A = p_{\text{atm}} A + m_p \cdot g$$

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 15/2010 11

---

---

---

---

---

---

---

---

### Calculando o trabalho

- O trabalho total realizado pode ser então calcula como:

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta W = \int_1^2 F \cdot dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta W = \int_{x_1}^{x_2} p_{\text{gas}} A dx = \int_{x_1}^{x_2} [p_{\text{atm}} A + mg] dx$$

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 12

---

---

---

---

---

---

---

---

## Significa dos termos

- Os termos representados pela equação anterior significam:

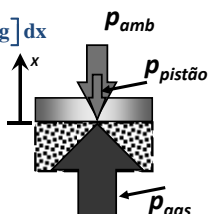
$$\int_{x_1}^{x_2} \delta W = \int_{x_1}^{x_2} p_{\text{gas}} A dx = \int_{x_1}^{x_2} [p_{\text{atm}} A + mg] dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} p_{\text{atm}} A dx$$

Trabalho realizado pelo gás contra a vizinhança

$$\int_{x_1}^{x_2} (mg) dx$$

trabalho realizado pelo pistão



15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

13

---

---

---

---

---

---

---

---

## Mudanças

- Sabendo que  $dV = A \cdot dx$ , pode-se reescrever o primeiro termo do lado direito como:

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta W = \int_{V_1}^{V_2} p_{\text{gas}} dV = \int_{V_1}^{V_2} p_{\text{atm}} dV + \int_{x_1}^{x_2} m \cdot g dx$$

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

14

---

---

---

---

---

---

---

---

## Calculo do trabalho realizado pelo gás

- É necessário integrar a equação anterior;
  - Para tanto, é necessário se conhecer a relação entre a pressão e o volume deslocado;
- Essa relação pode ser:
  - Um gráfico;
  - Uma função de  $P$  em relação a  $V$  ( $P = f(V)$ );

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

15

---

---

---

---

---

---

---

---

Isothermal Expansion  
 Isentropic Expansion  
 Isobaric Expansion

$p$  remains constant

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 16

---

---

---

---

---

---

---

---

### Gás Perfeito em processo isotérmico

- Uma gás perfeito isotérmico pode-se escrever que:  

$$P \cdot V = m \cdot R \cdot T \text{ ou } P = \frac{mRT}{V} = \frac{Cte}{V}$$
- Como o trabalho é calculado por:  

$$W = \int P \cdot dV$$
- Pode-se escrever que o trabalho de uma gás perfeito em processo isotérmico é:  

$$W = \int \frac{Cte}{V} \cdot dV = mRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 17

---

---

---

---

---

---

---

---

Isothermal Expansion  
 Isentropic Expansion  
 Isobaric Expansion

$p$  remains constant

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 18

---

---

---

---

---

---

---

---

## Processo Politrópico de um GP

- Uma gás perfeito em processo politrópico pode-se escrever que:

$$P \cdot V^n = Cte \quad \text{ou} \quad P = \frac{Cte}{V^n}$$

- O trabalho é calculado por:

$$W = \int P \cdot dV$$

$$W = \int \frac{Cte}{V^n} \cdot dV = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{1-n}$$

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

19

---

---

---

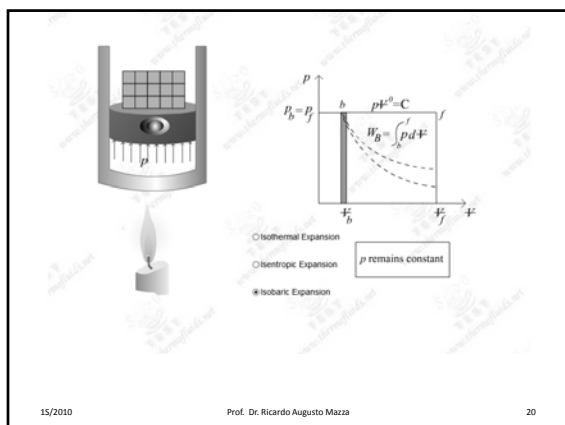
---

---

---

---

---



15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

20

---

---

---

---

---

---

---

---

## Considerações finais sobre trabalho

- Dados dois estados termodinâmicos 1 e 2, pode-se ir de um para outro por diversos caminhos quase-estático;

– A área embaixo de cada curva representa o trabalho em cada processo e é diferente;

- O trabalho envolvido em cada caso não é uma função somente dos estados finais dos processos;

– O trabalho depende do caminho que se percorre ao se ir de um estado ao outro;

- Trabalho não é uma propriedade termodinâmica;

– O trabalho é uma função de linha e  $\delta W$  é um diferencial inexato;

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

21

---

---

---

---

---

---

---

---

### Escolha da Fronteiras para a Determinação do Trabalho

- O trabalho só pode ser identificado na fronteira do sistema;
- De acordo com a localização da fronteira pode ser que não seja possível sua identificação;
- A figura ilustra essa característica;

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

22

---

---

---

---

---

---

---

---

### Expansão não resistida e o Trabalho

- O trabalho só pode ser determinado em um processo quase estático;
- Quanto se tem uma expansão não resistida, não se pode calcular o trabalho;
- Neste caso específico, o trabalho é nulo qualquer que for a fronteira adotada;

15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

23

---

---

---

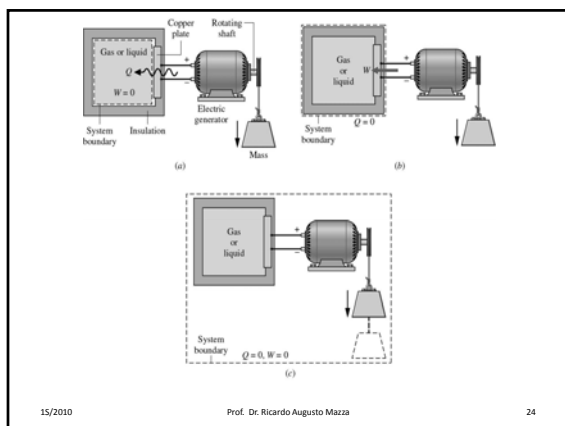
---

---

---

---

---



15/2010

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

24

---

---

---

---

---

---

---

---



**FIM !**

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 25

---

---

---

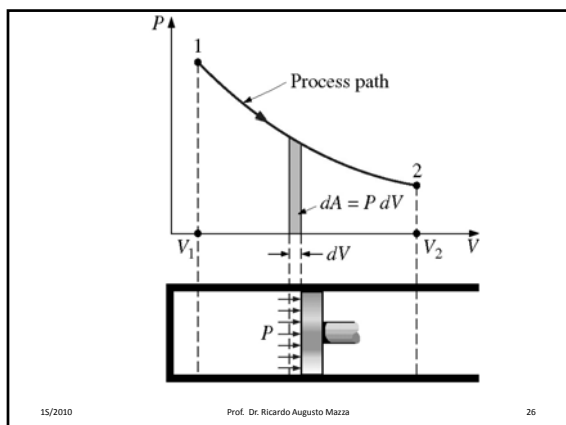
---

---

---

---

---



---

---

---

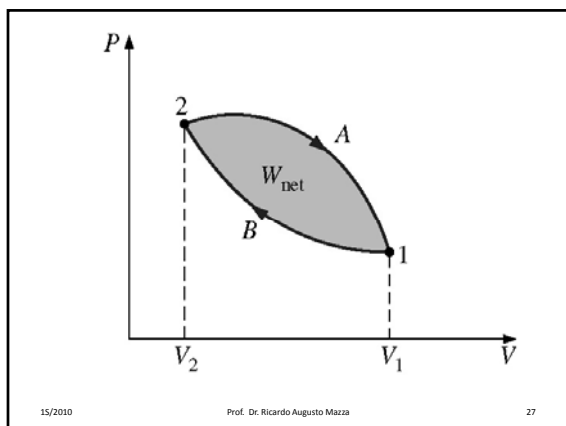
---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---

### Recapitulando propriedades termodinâmicas

- Volume, pressão e temperatura são as propriedades termodinâmicas;
- Seus valores independente de como o sistema atingiu o estado;
  - Para se determinar sua variação basta saber seu valor no estado inicial e final;
  - Suas diferenciais são exatas e a integração é bastante simples, determinada como:

$$\int_1^2 dV = V_2 - V_1$$

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 28

---

---

---

---

---

---

---

---

### Trabalho e propriedades termodinâmicas

- Trabalho depende do caminho percorrido;
  - Não pode ser considerado uma propriedade;
- Como são diferenciais inexatas, será adotado o símbolo  $\delta$  para designar esse tipo de diferencial;
- Para a integração do trabalho é necessário conhecer o caminho percorrido;
  - O trabalho integrado é denotado como sendo  ${}_1W_2$ ;
    - Representa a integral do trabalho ao longo de um caminho especificado;

15/2010 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza 29

---

---

---

---

---

---

---

---

Fronteira do Sistema 2
**Não há trabalho**

15/2010
Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza
30

---

---

---

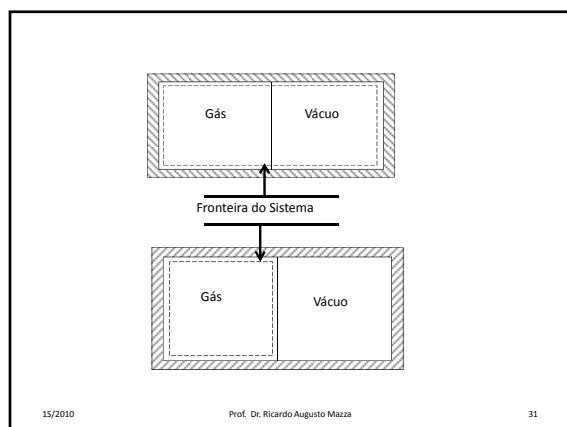
---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---