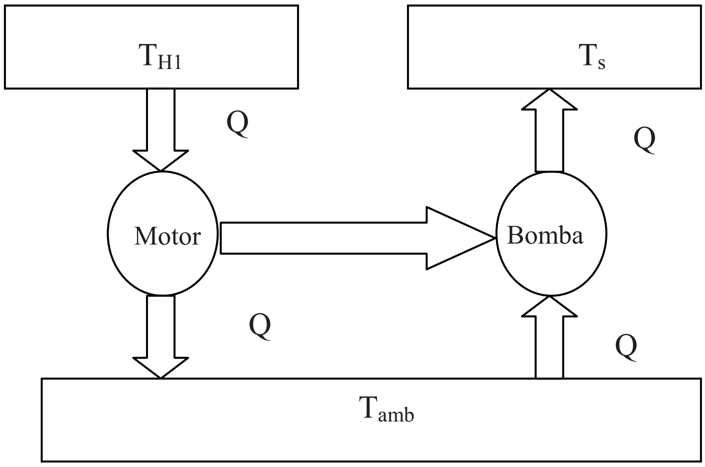
1. Você é consultor técnico de uma empresa de engenharia que acaba de conseguir um contrato para a reforma e adequação de um sistema de aquecimento de um grande hotel nos Alpes Suíços. Em uma visita às instalações do hotel você verifica que o sistema atual é composto de uma fornalha que produz Q_{H1} de calor, o qual é direcionado diretamente para o aquecimento do hotel. Você analisando a situação pensa em trocar esse sistema por um baseado em uma bomba de calor acionada por um motor térmico. Os diretores do hotel não acreditam que sua idéia possa ser vantajosa e afirmam que o seu sistema será sempre menos eficiente que o aquecimento direto. Usando argumentos termodinâmicos e o diagrama esquemático, mostre que é possível que o seu sistema possa ser mais vantajoso que o original. Assuma em sua análise que todas as máquinas funcionam como máquinas de Carnot.



1) ASSUMINDO QUE TODO O TRABALHO PRODUZIDO PELO MOTOR SEJA USADO NA BOMBA

$$W_M = W_B$$

$$W_M = \eta\, Q_{H1} \qquad e \qquad W_B = Q_{H2}/\beta$$

COMO BOMBA E MOTOR SÃO DE CARNOT PODE-SE ESCREVER QUE

$$\eta = 1 - \frac{T_{amb}}{T_{H1}} \qquad e \qquad \beta = \frac{1}{1 - \frac{T_{amb}}{T_{sala}}}$$

$$\therefore \left(1 - \frac{T_{amb}}{T_{H1}}\right) Q_{H1} = \left(\frac{1}{1 - \frac{T_{amb}}{T_{sala}}}\right)^{-1} Q_{H2}$$

$$\text{ou} \quad \frac{Q_{H2}}{Q_{H1}} = \left(1 - \frac{T_{amb}}{T_{H1}}\right)\left(\frac{1}{1 - \frac{T_{amb}}{T_{sala}}}\right)$$

$$= \left(\frac{T_{H1} - T_{amb}}{T_{H1}}\right)\left(\frac{T_{sala}}{T_{sala} - T_{amb}}\right)$$

$$= \frac{T_{sala}}{T_{H1}}\left(\frac{T_{H1} - T_{amb}}{T_{sala} - T_{amb}}\right)$$

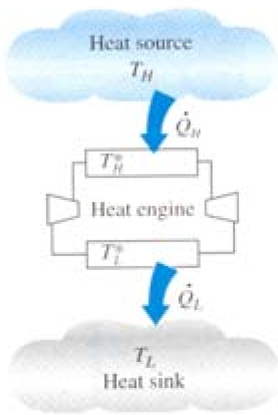
$T_{sala} < T_{H1} \qquad T_{sala} > T_{amb}$

Considerando que $T_{H1} >> T_{amb} \Rightarrow \frac{Q_{H2}}{Q_{H1}} = \frac{T_{sala}}{T_{sala} - T_{amb}} > 1$

Aquecimento direto $\Rightarrow \frac{Q_{H2}}{Q_{H1}} = 1$

$\therefore$ O sistema proposto pode ser mais vantajoso!

2. Quando deduzimos a expressão para o cálculo da eficiência de um motor de Carnot consideramos que os reservatórios estavam em equilíbrio com as fontes de calor durante o processo de transferência de calor. Isso é, consideramos que $T^*_H = T_H$ e $T^*_L = T_L$ e que não havia irreversibilidades externas. Nesse caso, a eficiência foi determinada como sendo $\eta = 1 - T_L/T_H$. Entretanto, na realidade, deve-se manter uma diferença finita de temperatura entre as fontes de calor e os reservatórios para se ter uma transferência de calor aceitável ($T^*_H \neq T_H$ e $T^*_L \neq T_L$). As transferências de calor entre os reservatórios podem ser calculadas como:



$$\dot{Q}_H = (hA)_H \left(T_H - T^*_H\right)$$
$$\dot{Q}_L = (hA)_L \left(T^*_L - T_L\right)$$

onde h e A são os coeficientes de troca de calor e área, respectivamente. Considerando que h, A, T_H e T_L são constantes, mostre que a trabalho nesse motor será máximo quando:

$$\frac{T^*_L}{T^*_H} = \left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}$$

e que o máximo trabalho líquido será nesse caso de:

$$\dot{W}_{max} = \frac{(hA)_H \, T_H}{1 + (hA)_H/(hA)_L}\left[1 - \left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}\right]^2$$

Obs. Considere que T^*_L/T^*_H é a variável pelo qual o trabalho deverá ser maximizado.

3) A potência do motor pode ser determinada por

$\dot{W} = \eta\, \dot{Q}_H$, onde $\eta = 1 - T_L^*/T_H^*$ (Motor de Carnot)

Desta forma:

$$\dot{W} = \left(1 - \frac{T_L^*}{T_H^*}\right) . (hA)_H . \left(T_H - T_H^*\right) \quad \text{ou}$$

$$\frac{\dot{W}}{(hA)_H . T_H} = \left(1 - \frac{T_L^*}{T_H^*}\right) \left(1 - T_H^*/T_H\right)$$

Fazendo com que $r = T_L^*/T_H^*$ e $x = (1 - T_H^*/T_H)$

$$\frac{\dot{W}}{(hA)_H T_H} = (1-r)x.$$

Como o ciclo motor é reversível:

$$\frac{T_H^*}{T_L^*} = \frac{Q_H}{Q_L} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{(hA)_H\ (T_H - T_H^*)}{(hA)_L\ (T_L^* - T_L)} = \frac{(hA)_H}{(hA)_L} \frac{(1 - T_H^*/T_H)}{(T_L^*/T_H - T_L/T_H)}$$

Escrevendo que $\frac{T_L^*}{T_H} = \frac{T_L^*}{T_H^*} . \frac{T_H^*}{T_H} = r(1-x)$

$$\therefore \frac{1}{r} = \frac{(hA)_H}{(hA)_L} \frac{x}{(r(1-x) - T_L/T_H)}$$

$$\frac{(hA)_L}{(hA)_H} \cdot \frac{1}{r} = \frac{x}{r - rx - T_L/T_H}$$

$$\frac{(hA)_L}{(hA)_H} \cdot \frac{\cancel{r}(1-x)}{\cancel{r}} - \frac{(hA)_L}{r(hA)_H} \cdot \frac{T_L}{T_H} = x$$

$$\frac{(hA)_L}{(hA)_H}(1-x) - \frac{1}{r}\frac{(hA)_L}{(hA)_H} \cdot \frac{T_L}{T_H} = x$$

$$\frac{(hA)_L}{(hA)_H}\left(1 - \frac{1}{r}\frac{T_L}{T_H}\right) = x\left(1 + \frac{(hA)_L}{(hA)_H}\right)$$

$$\therefore x = \frac{(hA)_L/(hA)_H\,(r - T_L/T_H)}{r\left[1 + (hA)_L/(hA)_H\right]}$$

$$x = \frac{r - T_L/T_H}{\left[(hA)_H/(hA)_L + 1\right] r}$$

$$\therefore \frac{\dot{W}}{(hA)_H \cdot T_H} = \frac{(1-r)(r - T_L/T_H)}{\left[(hA)_H/(hA)_L + 1\right] \cdot r}$$

Derivando p/ saber o ponto crítico

$$\frac{dW}{dr} = \frac{\left[-(r - T_L/T_H) + (1-r)\right] \cdot r - (1-r)(r - T_L/T_H)}{r^2} = 0$$

$$= \frac{\left[-r + T_L/T_H + 1 - r\right] r - \left(r - T_L/T_H - r^2 + rT_L/T_H\right)}{r^2} = 0$$

$$\therefore -2r^2 + \cancel{rT_L/T_H} + \cancel{r} - \cancel{r} + T_L/T_H + r^2 - \cancel{rT_L/T_H} = 0 \quad \therefore r = \left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}$$

$$\therefore \left(\frac{T_L^*}{T_H^*}\right) = \left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}$$

Verificando se é ponto de máximo.

$$\dot{W}_{MAX} = \frac{(hA)_H \cdot T_H \left(1 - T_L^*/T_H^*\right)\left(T_L^*/T_H^* - T_L/T_H\right)}{\left[1 + (hA)_H/(hA)_L\right]\left[\frac{T_L^*}{T_H^*}\right]}$$

$$\dot{W}_{MAX} = \frac{(hA)_H \cdot T_H}{1 + \frac{(hA)_H}{(hA)_L}} \cdot \left[\frac{\left[1 - \left(T_L/T_H\right)^{1/2}\right]\left[\left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2} - \left(\frac{T_L}{T_H}\right)\right]}{\left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}}\right]$$

$$\left[\frac{(1-r)(r-r^2)}{r}\right]$$

$$\left[\frac{\cancel{r}(1-2r^2+r^2)}{\cancel{r}}\right]$$

$$\left[(1-r)^2\right]$$

$$\dot{W}_{MAX} = \frac{(hA)_H \cdot T_H}{1 + \frac{(hA)_H}{(hA)_L}} \left[1 - \left(\frac{T_L}{T_H}\right)^{1/2}\right]^2$$