Lista de Exercícios LE – 4 - Equações Médias de Reynolds

1) Mostre que a equação da energia cinética do <u>campo médio</u> K, do escoamento de propriedades constantes pode ser representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\tfrac{1}{2}U_iU_i\right)+U_j\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tfrac{1}{2}U_iU_i\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{\rho}P\cdot U_j-\overline{u_i'u_j'}U_i+2\nu U_iS_{ij}\right)-2\nu S_{ij}S_{ij}+\overline{u_i'u_j'}S_{ij}$$

Dica: multiplique a equação de NS média por Ui e reconheça o tensor desvio das tensões T' é expresso por: $T'_{i,j}=2\mu S_{i,j}-\rho\overline{u_i'u_j'}$ onde $S_{i,j}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$ ou consulte o livro do Lumley.

2) Mostre que a equação da energia cinética turbulenta, k, também pode ser representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\tfrac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(U_j\tfrac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{\rho}\overline{p'u_i'}-\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'u_j'}+2\nu\overline{u_i's_{i,j}'}\right)-2\nu\overline{s_{i,j}'s_{i,j}'}-\overline{u_i'u_j'}S_{ij}$$

onde a quantidade $s'_{i,j}$ é o tensor de deformação das flutuações:

$$s_{i,j}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)$$

Dica: consulte livro do Lumley, cap. 3.

3) Mostre que as equações que representam o traço do tensor de Reynolds, (as tensões normais) para um escoamento de cisalhamento puro, Couette (veja LE2) tem a forma conforme mostrado abaixo:

$$\tfrac{1}{2}\overline{u'^2}\rightarrow 0=\overline{u'v'}\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\overline{p'\frac{\partial u'}{\partial x}}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\tfrac{1}{2}\overline{u'^2v'}\right)-\frac{1}{3}\varepsilon$$

$$\tfrac{1}{2}\overline{v'^2}\rightarrow 0=0+\frac{1}{\rho}\overline{p'\frac{\partial v'}{\partial y}}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\overline{p'v'}}{\rho}+\tfrac{1}{2}\overline{v'^2v'}\right)-\frac{1}{3}\varepsilon$$

$$\tfrac{1}{2}\overline{w'^2}\rightarrow 0=0+\frac{1}{\rho}\overline{p'\frac{\partial w'}{\partial z}}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\tfrac{1}{2}\overline{w'^2v'}\right)-\frac{1}{3}\varepsilon$$