Lista de Exercícios Nº 1

1. Expresse as componentes das expressões abaixo para um sistema de coordenadas cartesianas:

$$\left(\nabla\cdot\vec{V}\right);\ \left(\nabla\vec{V}\right);\ \left(\nabla\cdot\vec{V}\vec{V}\right)$$

Admita que as direções 1, 2 e 3 estão representadas pelos eixos x, y, z com as respectivas velocidades u, v e w.

2. Escreva a equação abaixo em termos das coordenadas cartesianas retangulares x, y, z e das respectivas velocidades u, v, w.

$$\frac{\partial\left(\rho\vec{V}\right)}{\partial t}+\left(\nabla\cdot\rho\vec{V}\vec{V}\right)=-\nabla P+\nabla\cdot\tau+\rho\vec{g}$$

Observação: a equação acima é a forma diferencial da eq. da conservação do momento, note que τ é o tensor das tensões.

3. Mostre que:

$$\nabla x\nabla\varphi\equiv 0;\quad \nabla\cdot\nabla x\vec{V}\equiv 0$$

4. Mostre que:

$$\vec{n}\cdot\rho\vec{V}\vec{V}=\rho\vec{V}\left(\vec{n}\cdot\vec{V}\right)$$

5. Calcule ambos os lados da igualdade sobre a região limitada pelos planos: x_1=0, x_1=1; x_2=0, x_2=2; x_3=0, x_3=4,

$$\int_V\left(\nabla\cdot\vec{V}\right)\cdot dV=\int_S\left(\vec{n}\cdot\vec{V}\right)\cdot dS$$

considerando o vetor
$V=\delta_1x_1+\delta_2x_2+\delta_3x_3$

6. Mostre que:

$$\left(d\vec{r}\cdot\nabla\right)\varphi=d\varphi$$

onde φ é um escalar e
$dr=\delta_1dx+\delta_2dy+\delta_3dz$

7. O vetor vorticidade é definido por:

$$\vec{\omega}=\nabla x\vec{V}$$

mostre que a magnitude do vetor vorticidade é definida por:

$$\omega^2=\sum_j\sum_k\frac{\partial V_k}{\partial x_j}\left(\frac{\partial V_k}{\partial x_j}-\frac{\partial V_j}{\partial x_k}\right)$$