



MODELOS PARA BAIXO REYNOLDS

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



MODELO k-ε PARA BAIXO REYNOLDS



- O modelo k-ε utiliza, próximo às fronteiras sólidas, funções de parede para avaliar k e ε. O sucesso do método depende da 'universalidade' das estruturas turbulentas próximo das paredes.
- É difícil julgar se a falta de concordância entre o modelo e os dados experimentais é devido a uma fraqueza do modelo ou nas leis de parede.
- As diferenças entre modelo e os dados experimentais surgem, notadamente, em escoamentos com baixo ou transicional n. Reynolds, escoamentos transientes e também em escoamentos com separação.

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



MODELO k-e PARA BAIXO REYNOLDS

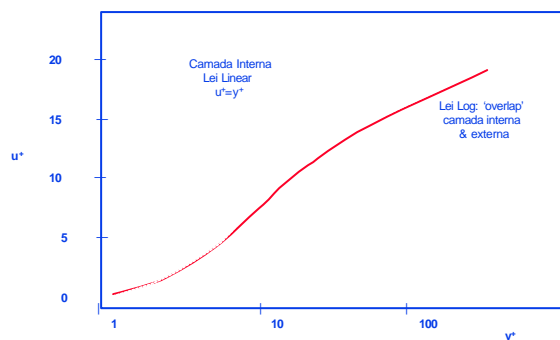


- Nestes casos, diferentemente das situações para alto n. Reynolds, a sub-camada viscosa passa a representar uma considerável região do escoamento.
- É necessário capacitar o modelo k-e para descrever o escoamento entre a parede até a camada log. Eles são denominados por modelos de Baixo Reynolds.
- O ajuste da solução do modelo para a parede, $y^+ < 1$ até a camada log, $y^+ > 30$ é realizado através da utilização de funções de amortecimento cuja função é permitir o casamento assintótico da solução nos extremos.

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



FUNÇÕES DE AMORTECIMENTO



O escoamento tem um comportamento diferenciado na região próxima da parede ($y^+ < 1$) e na região log ($y^+ > 30$). Qualquer solução de Baixo n°. Reynolds deve, obrigatoriamente, satisfazer os limites assintóticos para $y^+ \rightarrow 0$ e $y^+ \rightarrow 30$ (por exemplo).

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



FUNÇÕES DE AMORTECIMENTO



- As funções de amortecimento são introduzidas nos coeficientes dos modelos de tal forma que eles passam a representar as grandezas turbulentas nos limites assintóticos.
- Para definir as funções de amortecimento é necessário ter conhecimento:
 - 1) do comportamento das grandezas turbulentas: k , e , u , n_T etc nos limites por meio de dados experimentais ou de simulações DNS, LES.
 - 2) conhecer o limite assintótico para das grandezas turbulentas para região logarítmica (já conhecido) e para $y^+ \ll 1$ (a ser determinado).
 - 3) estabelecer uma forma funcional para atender a forma dos limites assintóticos.

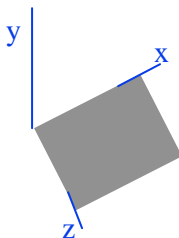
IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



LIMITE ASSINTÓTICO PARA $y^+ \ll 1$ (I)



- Tomando o plano (x,z) como a parede sólida, normal à parede temos a direção y ;
- O limite assintótico para $y^+ \ll 1$ constitui uma das bases para o estabelecimento das funções de amortecimento.
- Ele pode ser obtido a partir da expansão em série de Taylor das velocidades a partir da parede, $y = 0$ ou $y = w$:



$$u(y) = u(0) + \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w y + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_w y^2 + O(y^3)$$

$$v(y) = v(0) + \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_w y + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right|_w y^2 + O(y^3)$$

$$w(y) = w(0) + \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_w y + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_w y^2 + O(y^3)$$

IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



LIMITE ASSINTÓTICO PARA $y^+ \ll 0$ (II)



Aplicando a hipótese de não-deslizamento e com o auxílio das equações da conservação da massa e movimento pode-se mostrar que:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_w + \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_w + \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_w = 0 \rightarrow \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_w = 0$$
$$\mu \left. \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} \right|_w = \left. \frac{\partial p}{\partial x_i} \right|_w$$



LIMITE ASSINTÓTICO PARA $y^+ \ll 0$ (III)



Substituindo as definições das equações da massa e movimento nas expansões se têm as expressões para as flutuações instantâneas da velocidade:

$$u(y) = \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w y + \frac{1}{2\mu} \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_w y^2 + O(y^3)$$
$$v(y) = \frac{1}{2\mu} \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_w y^2 + \frac{1}{6\mu} \left. \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right|_w y^3 + O(y^4)$$
$$w(y) = \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_w y + \frac{1}{2\mu} \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_w y^2 + O(y^3)$$



LIMITE ASSINTÓTICO PARA $y^+ \gg 0$ (IV)



ou, em termos da média do quadrado das flutuações de velocidade:

$$\overline{u^2}(y) = \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^2 + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \Big|_w \right) y^3 + O(y^4)$$

$$\overline{v^2}(y) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^4 + \frac{1}{6\mu^2} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial y^2} \Big|_w \right) y^5 + O(y^6)$$

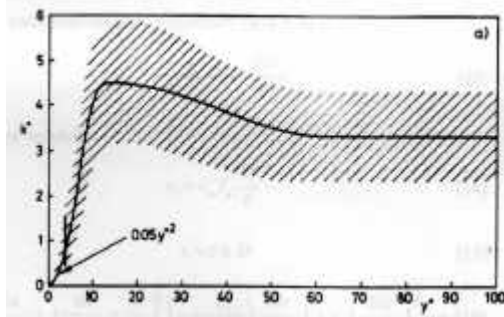
$$\overline{w^2}(y) = \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^2 + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \Big|_w \right) y^3 + O(y^4)$$

$$\overline{uv}(y) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \Big|_w \right) y^3 + O(y^4)$$

IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



LIMITE ASSINTÓTICO PARA k



Definições:

$$k^+ = k/u_\tau^2$$

e

$$y^+ = yu_\tau/\nu$$

- Os dados experimentais mostram que existe um máximo de k para $y^+ \gg 15$, k^+ é constante para $60 < y^+ < 100$ e é proporcional ao quadrado da distância $p/y^+ < 1$.
- Na região log, $30 < y^+ < 150$, a razão entre energia e tensão é constante, isto é: $k/u_\tau^2 = 3.3$.

IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



LIMITE ASSINTÓTICO PARA k



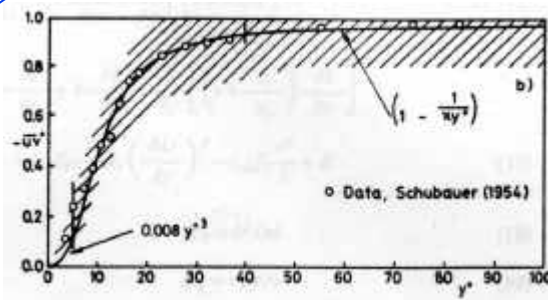
- O limite de k para $y^+ \gg 0$ é obtido das expansões da velocidade e confirmado pelos dados experimentais:

$$k = \frac{1}{2} [u^2 + v^2 + w^2] \quad \therefore y \rightarrow 0, \quad k = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^2 + \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^4 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \Big|_w \right)^2 y^2 \right]$$

- Em termos da variável interna: $k^+ \propto y^{+2}$ para $y^+ \gg 0$
- **Conclusão:** a função de amortecimento deve produzir um campo de k^+ tal que ele se aproxime de 3.3 para $60 < y^+ < 150$ e cresça quadraticamente para $y^+ \ll 1$.



LIMITE ASSINTÓTICO PARA uv



Definições:

$$uv^+ = \overline{uv} / u_\tau^2$$

e

$$y^+ = y u_\tau / \nu$$

A tensão turbulenta é nula na parede ($y = 0$), é cerca de 50% da tensão total para $y^+ \gg 10$ e na região log, $60 < y^+ < 150$ é aproximadamente constante.

Na região log, $60 < y^+ < 150$, a equação da quantidade de movimento mostra:

$$\overline{uv}^+ = 1 - \frac{1}{ky^+}$$



LIMITE ASSINTÓTICO PARA uv



O limite de uv para $y^+ \gg 0$ é obtido das expansões da velocidade e confirmado pelos dados experimentais:

$$\overline{uv}(y) = \frac{1}{4\mu} \left(\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_w \right) y^3 + O(y^4)$$

Em termos da variável interna: $uv^+ \propto y^{+3}$ para $y^+ \gg 0$

Conclusão: a função de amortecimento deve produzir um campo de uv^+ tal que ele seja constante para $60 < y^+ < 150$ e cresça cubicamente para $y^+ \ll 1$.



LIMITE ASSINTÓTICO PARA n_T



• **Definições:** $v_T^+ = v_T / v$ e $y^+ = y u_\tau / \nu$

• **A viscosidade turbulenta é definida por:** $v_T = -\frac{\overline{uv}}{(\partial U / \partial y)} \Rightarrow v_T^+ = -\frac{\overline{uv^+}}{(\partial U^+ / \partial y^+)}$

• **Na região log, $60 < y^+ < 150$: $uv^+ \gg 1$ e $dU^+ / dy^+ = 1 / (ky^+)$, então:**

$$v_T^+ \cong ky^+$$

• **Próximo da parede, $y^+ \ll 1$: $uv^+ \gg (y^+)^3$ e $U^+ = y^+$ logo $dU^+ / dy^+ = 1$, então:**

$$v_T^+ \cong (y^+)^3$$

• **Conclusão:** a função de amortecimento deve produzir um campo de n_T^+ tal que ele seja proporcional a ky^+ para $60 < y^+ < 150$ e cresça cubicamente para $y^+ \ll 1$.



LIMITE ASSINTÓTICO PARA U^+



- **Definições:** $U^+ = U/u_\tau$ e $y^+ = yu_\tau/\nu$
- **A camada interna e a região log estão suficientemente próximas da parede para se afirmar que nesta região a tensão total é constante.**
- **O que diferencia estas regiões é o fato de na camada interna estar mais próxima da parede de tal forma que a difusão molecular influencia na tensão enquanto que na região log, posicionada um pouco mais afastada, a tensão é devida somente a turbulência.**

$$\frac{\tau_w}{\rho} = -\overline{uv} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial U^+}{\partial y^+} = 1 + \overline{uv^+}$$

- **Na região log o perfil de velocidades toma a forma:** $U^+ = \frac{1}{\kappa} \text{Log}(y^+) + C$



LIMITE ASSINTÓTICO PARA U^+



- **Próximo da parede, $y^+ \approx 0$, o gradiente de velocidades é:**

$$\frac{\partial U^+}{\partial y^+} = 1 + \overline{uv^+} = 1 + \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right|_w \left. \frac{\partial p^+}{\partial y^+} \right|_w \right) y^{+3} + \dots$$

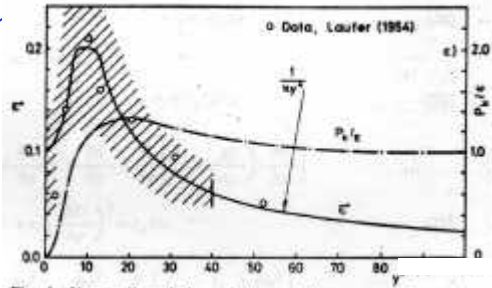
que após integração produz o conhecido perfil linear:

$$U^+ = y^+ + \frac{1}{8} \left(\left. \frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right|_w \left. \frac{\partial p^+}{\partial y^+} \right|_w \right) y^{+4} + \dots$$

- **Conclusão: a função de amortecimento deve produzir um campo de U^+ tal que ele reproduza a lei log para $60 < y^+ < 150$ e cresça linearmente para $y^+ \ll 1$.**



LIMITE ASSINTÓTICO PARA ϵ



Definições:

$$\epsilon^+ = \epsilon v / u_\tau^4$$

e

$$y^+ = y u_\tau / \nu$$

Os dados são limitados e apresentam uma grande incerteza!.
 ϵ tem um máximo $y^+ \approx 10$. Na parede $y=0$, não é nula e a razão produção dissipação atinge um valor constante na região log.

Na região log, espera-se que produção e dissipação se igualem!

$$P_k = -u'v' \frac{\partial U}{\partial y} = \epsilon$$

$$\Rightarrow \epsilon^+ = \frac{1}{\kappa y^+} \quad \text{para } 30 < y^+ < 150$$



LIMITE ASSINTÓTICO PARA ϵ



- O limite de ϵ para $y^+ \rightarrow 0$ é obtido da expansão da velocidade :

$$\epsilon = v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \Rightarrow \epsilon = v \left[\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w + \frac{1}{\mu} \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_w y + O(y^2) \right]^2$$

- Em termos da variável interna: $\epsilon^+ \mu \text{ const. para } y^+ \rightarrow 0$
- **Conclusão:** a função de amortecimento deve produzir um campo de ϵ^+ tal que ele varie com o inverso da distância para $60 < y^+ < 150$ e seja constante para $y^+ \ll 1$.



Quadro Sumário: Limites ASSINTÓTICOS

$y^+ \rightarrow 0$

$30 < y^+ < 150$



Perfil Médio de Velocidades:	$U^+ = y^+$	$U^+ = \frac{1}{\kappa} \text{Log}(y^+) + C$
Flutuação de Velocidades:	$u \propto y;$ $v \propto y^2;$ $w \propto y$	
Energia Cinética Turbulenta:	$k \propto y^2$	$k^+ = \frac{k}{u_\tau^2} = 0.3$
Dissipação :	$\varepsilon = \varepsilon_w = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y}\right)^2$	$\varepsilon^+ = \frac{1}{\kappa y^+}$
Viscosidade Turbulenta :	$\nu_T \propto y^3$	$\nu_T^+ = \kappa y^+$
Tensão Turbulenta :	$\overline{uv} \propto y^3$	$\overline{uv}^+ = 1 - \frac{1}{\kappa y^+}$
Razão Produção/Dissipação :	$\frac{P_k}{\varepsilon} \propto y^3$	$\frac{P_k}{\varepsilon} = 1$



FORMA GERAL MODELOS BAIXO REYNOLDS



- Os modelos utilizam funções de amortecimento para reproduzir os limites assintóticos.
- O primeiro surgiu em 1972 (Laundere Jones). Uma revisão extensa foi feita por Patel e Rodi (1985). Modelo mais recente: So-Sarkar, Gerodimos e Zhang (1997)
- A forma geral para regime permanente e na presença de camada limite:

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon$$

$$U \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x} + V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial y} \right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \left[\nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right] - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{K} + E$$

$$\nu_T = f_\mu C_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}$$



FORMA GERAL MODELOS BAIXO REYNOLDS



- Por argumentos de conveniência numérica, alguns métodos preferem re-definir a função dissipação de modo que na parede transformado seja nulo:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_w + \epsilon \quad \text{onde } \epsilon_w \text{ é a dissipação na parede, } (y=0)$$

- As equações de transporte de k e ϵ contêm quatro funções de amortecimento: f_1 , f_2 , f_m e E . Elas dependem de um ou mais parâmetros adimensionais relacionados a seguir:

$$Re_T = \frac{k^2}{\tilde{\epsilon} \nu} \quad Re_y = \frac{\sqrt{k} y}{\nu}$$

IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



Modelo	Código	E	ϵ_w	C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
Jones e Launder (1972)	JL	$2\nu v_T \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^2$	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	0.09	1.55	2.00	1.0	1.3
Launder e Sharma (1974)	LS	$2\nu v_T \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^2$	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Lam Brenhost (1981)	LB	0	0	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Chien (1982)	CH	$-2\nu \frac{\tilde{\epsilon}}{y^2} e^{-y^2/2}$	$2\nu \frac{k}{y^2}$	0.09	1.35	1.80	1.0	1.3
Nagano (1993)	NG	0	0	0.09	1.50	1.90	1.4	1.4



Código	f_μ	f_1	f_2
JL	$\exp\left[-\frac{2.5}{(1 + Re_T/50)}\right]$	1	$1 - 0.3 \cdot \exp(-Re_T^2)$
LS	$\exp\left[-\frac{3.4}{(1 + Re_T/50)^2}\right]$	1	$1 - 0.3 \cdot \exp(-Re_T^2)$
LB	$(1 - \exp[-0.0165 Re_T y])^2 \cdot \left(1 + \frac{2.05}{Re_T}\right)$	$1 + \left(\frac{0.05}{f_\mu}\right)^3$	$1 - \exp(-Re_T^2)$
CH	$1 - \exp[-0.0115 y^+]$	1	$1 - 0.22 \cdot \exp\left(-\frac{Re_T}{6}\right)$
NG	$\left(1 - \exp\left[-\frac{y^+}{26}\right]\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{4.1}{Re_T^{3/4}}\right)$	1	$\left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{6}\right)\right)^2 \cdot \left(1 - 0.3 \cdot \exp\left(-\frac{Re_T}{6.5}\right)\right)^2$



CONDIÇÕES DE CONTORNO



São similares aos problemas de regime laminar.

Na parede:

$$U = V = W = k = 0$$

Mas existem diferenças entre modelos para especificar ϵ .

Nos modelos JL, LS e CH:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\epsilon} = 0 \text{ para } y=0 \text{ enquanto que:} \\ \epsilon_w = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y}\right)^2 \text{ para JL e LS} \\ \epsilon_w = 2\nu \frac{k}{y^2} \text{ para CH} \end{array} \right.$$

Distintamente os modelos LB e NG especificam ϵ na parede:

$$\epsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}$$

Este tipo de c.c. é instável no início dos cálculos iterativos pois não se pode garantir que a derivada 2ª ordem será maior que zero!. O modelo NG sugere então utilizar as c.c. dos modelos JL ou CH. O modelo LB sugere que: $de/dy = 0$ para $y=0$. Esta c.c. é mais simples de implementar porém não há razão a priori que o coef. de 1º grau da exp. S.Taylor de e seja nulo (i.e. $dp/dy=0$).



RESULTADOS

Os modelos devem reproduzir resultados de modelos de alto Reynolds para casos não dominados por Baixo Reynolds.

Testes em Placa-Plana

Os modelos, em geral, não reproduzem bem resultados para escoamentos com gradientes de pressão adversos. Provavelmente as funções de amortecimento falham em representar o escoamento.

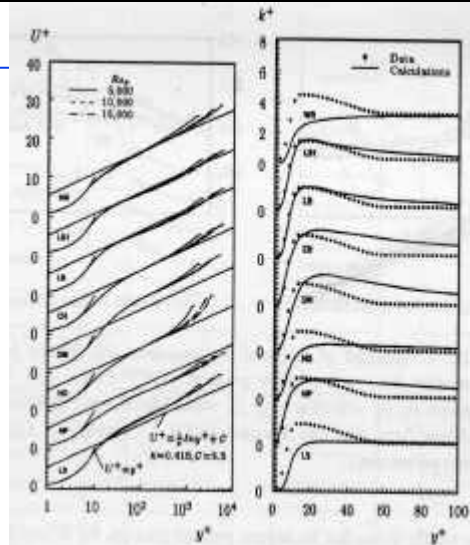


Figure 4.25: Flat-plate boundary layer properties. CH = Chien; DM = Durbin-Michard; HO = Hoffman; HP = Haasid-Poreh; LB = Lam-Bremhorst with $\epsilon = \nu \delta^2 k / \partial y^2$ at $y = 0$; LBI = Lam-Bremhorst with $\partial \epsilon / \partial y = 0$ at $y = 0$; LS = Launder-Sharma; WR = Wilcox-Rubesin. (From Patel, Rodi and Schaefer (1985) — Copyright © AIAA 1985 — Used with permission.)

IM -450 Modelage



MÚLTIPLAS ESCALAS E RIGIDEZ DO SISTEMA

- Os modelos de turbulência, em particular os de duas equações apresentam elevados gradientes das propriedades próximo às paredes sólidas.
- Note que para elevados Reynolds, tipicamente se encontra no interior do escoamento valores de y^+ da ordem de 10^3 a 10^5 porém para resolver o escoamento próximo da parede é necessário resolver para y^+ da ordem de um!
- Pior ainda do que trabalhar com uma variação de y^+ $1:10^5$ é ainda constatar que existem elevados gradientes próximo a parede $y^+ < 30$ onde as propriedades como k , ϵ e U variam drasticamente

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP

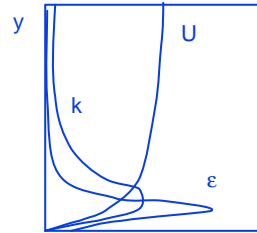




MÚLTIPLAS ESCALAS E RIGIDEZ DO SISTEMA



- As regiões com elevados gradientes requerem características especiais dos algoritmos numéricos (controle de grade e de erro numérico) para capturá-las.
- O nome de rigidez está associado aos sistemas que apresentam elevados gradientes.
- A falta de um refinamento na grade ou de acúmulo de erros numéricos podem conduzir a não captura destes gradientes e a uma solução errada ou mesmo a divergência!
- Os modelos $k-\epsilon$ de baixo Reynolds são notadamente rígidos.



IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



REQUERIMENTO DE GRADE



- O uso de modelos de baixo número de Reynolds requer uma grade próximo da parede com pelo menos 20 nós $0 < y^+ < 50$.
- Jones e Launder, Patel-Rodi-Scheuerer encontraram uma solução independente da grade, para escoamentos em camada limite, com uma malha de 100 nós sendo que metade destes nós estão concentrados nos primeiros 10% da espessura da camada limite.
- Nagano e Tagawa (1990) encontraram uma solução numérica independente da grade com uma malha de 201 nós aplicada tanto para escoamentos internos como para externos. Eles utilizaram uma grade com fator de expansão definido por:

$$y_i = Dy_1(k^i - 1)/(k-1)$$

onde Dy_1 é o comprimento do primeiro nó e k a razão entre dois nós sucessivos. Os valores para Dy_1 e k foram de 10^5 e 1.03, respectivamente. Neste caso o primeiro nó está sempre na subcamada viscosa, $y^+ < 0.3$.

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



MODELO DE DUAS CAMADAS



- Os modelos de baixo Reynolds requerem uma alta resolução próxima a parede devido ao elevado gradiente de e que é resolvido simultaneamente.
- Os modelos de duas camadas economizam grade e tempo computacional, melhoram a taxa de convergência e re-introduzem a escala de comprimento L , razoavelmente bem estabelecida para modelar próximo da parede, Rodi (1991).
- Os modelos de duas camadas dividem o domínio computacional em duas regiões: a externa ($y^+ > 350$) e outra interna ($0 < y^+ < 350$).

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



MODELO DE DUAS CAMADAS



- Na camada externa é empregado o modelo $k\epsilon$ padrão, pois é notório seu bom desempenho em escoamentos com Reynolds elevados.
- Na camada interna é utilizado o modelo de 1 equação de Norris e Reynolds (1975). Ele resolverá o escoamento próximo à parede.
- Este método tem se provado eficiente para previsão de escoamentos com gradientes de pressão adverso (separação ou recolamento) sem ter o inconveniente da rigidez dos modelos de baixo Reynolds.
- Na camada interna (parede) ele resolve apenas a equação de k , a dissipação é calculada algebricamente.

IM -450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP



MODELO DE DUAS CAMADAS (I)



• Camada Externa ($y^+ > 350$) longe da parede o suficiente para assegurar que o escoamento é totalmente turbulento isto é, fora da sub-camada viscosa:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{v_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$v_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

• **Constantes do Modelo**

- $C_m = 0.09$
- $C_{\varepsilon 1} = 1.44$
- $C_{\varepsilon 2} = 1.92$
- $S_k = 1.0$
- $S_\varepsilon = 1.3$



MODELO DE DUAS CAMADAS (II)



Camada Interna ($y^+ < 350$) região onde os efeitos de parede serão introduzidos no modelo

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{v_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \varepsilon$$

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{L} \left[1 + \frac{C_\varepsilon}{y\sqrt{k}/v} \right] \quad \text{e} \quad L = \kappa y \quad \left\{ \begin{array}{l} C_\varepsilon = 5.3 \\ C_D = 0.1643 \\ \kappa = 0.41 \end{array} \right.$$

Diferentemente do modelo de duas equações, o modelo calcula ν_T a partir da escala de comprimento L

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \sqrt{k} L \quad f_\mu = 1 - \exp\left(-0.0198 \left[\frac{y\sqrt{k}}{v} \right]\right) \quad C_\mu = 0.5478$$

As c.c. são similares as do modelo de baixo Reynolds, a exceção que e não é resolvido na parede mas determinado algebricamente.



FIM

IM - 450 'Modelagem em Turbulência' - Prof. Eugênio Spanó Rosa FEM/DEUNICAMP