

Laboratório de Controle de Sistemas

Profa. Grace S. Deaecto

Faculdade de Engenharia Mecânica / UNICAMP
13083-860, Campinas, SP, Brasil.
grace@fem.unicamp.br

Primeiro Semestre de 2016

1 Experimento 10

- Objetivo

2 Roteiro

Experimento 10

Identificação de um sistema torcional

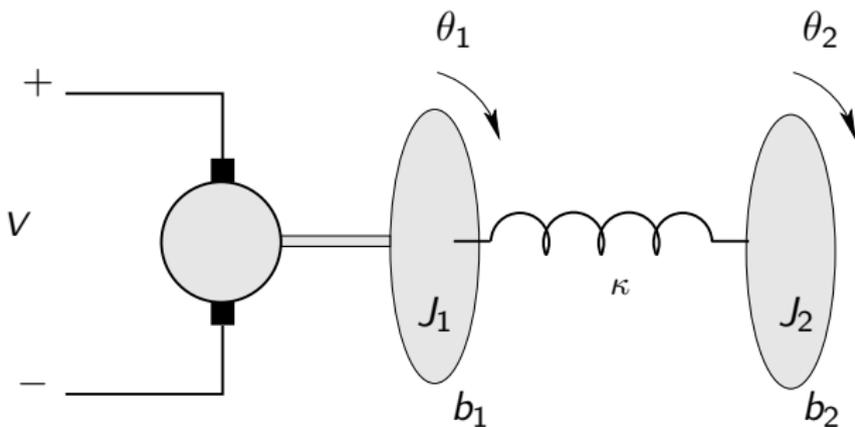
Objetivo

O sistema apresenta dois discos ligados por uma haste flexível. Os discos são acionados por um motor elétrico de corrente contínua ligado a um deles e, as posições angulares de ambos são medidas através de encoders. O acionamento do motor é realizado através do modulador de largura de pulso (pwm). O objetivo deste experimento é identificar os parâmetros elétricos e mecânicos do sistema descritos na tabela seguinte :

Símbolo	Significado
J_1 e J_2	momentos de inércia dos discos
b_1 e b_2	coeficientes de amortecimento dos discos
κ	constante elástica da mola
θ_1 e θ_2	posições dos discos
V	tensão no motor
K	constante mecânica do motor
R	resistência do motor somada à resistência inserida para medida
L	indutância do motor

Conceitos fundamentais

O esquema da bancada está apresentado a seguir



Conceitos fundamentais

- O seu modelo matemático é descrito pelas seguintes equações

$$L\dot{i} + Ri + K\dot{\theta}_1 = V \quad (1)$$

$$J_1\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + \kappa(\theta_1 - \theta_2) = Ki \quad (2)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + b_2\dot{\theta}_2 + \kappa(\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad (3)$$

- Para este experimento faremos a hipótese de que o indutor é carregado instantaneamente, ou seja, $L = 0$ e consideraremos $x_1 = \theta_1 - \theta_2$, $x_2 = \dot{\theta}_1$ e $x_3 = \dot{\theta}_2$ como as variáveis de estado do sistema.
- A identificação da parte elétrica (**R e K**) segue o mesmo procedimento descrito na experiência 8.

Conceitos fundamentais

- Desprezando a indutância L , a equação (1) torna-se

$$i = \frac{V - K\dot{\theta}_1}{R}.$$

e, como consequência, a equação (2) fica

$$J_1\ddot{\theta}_1 + \left(b_1 + \frac{K^2}{R}\right)\dot{\theta}_1 + \kappa(\theta_1 - \theta_2) = \frac{K}{R}V$$

- A representação em espaço de estados do sistema é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{\kappa}{J_1} & -\frac{(b_1+K^2/R)}{J_1} & 0 \\ \frac{\kappa}{J_2} & 0 & -\frac{b_2}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{RJ_1} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (4)$$

sendo u a tensão de entrada V .

Conceitos fundamentais

Identificação da parte mecânica

Para a identificação dos parâmetros da parte mecânica (J_1 , J_2 , b_1 , b_2 e κ) são realizados dois testes, um deles com o motor ligado e o outro com o motor desligado.

Teste 1

- Com o motor ligado, espere o sistema atingir o regime permanente. Nesta situação ($\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}$), a diferença das posições é constante ($\theta_1 - \theta_2 = \Delta\theta$) e, portanto

$$\begin{aligned} \left(b_1 + \frac{K^2}{R}\right)\dot{\theta} + \kappa\Delta\theta &= \frac{KV}{R} \\ b_2\dot{\theta} - \kappa\Delta\theta &= 0 \end{aligned}$$

Conceitos fundamentais

- Denotando $\dot{\theta} = \nu$ a velocidade angular do sistema e somando ambas as equações, temos

$$b_1 + b_2 = \frac{K}{R} \left(\frac{V - K\nu}{\nu} \right) \quad (5)$$

Teste 2

- **Com o motor desligado**, trave um dos discos, tire o outro disco da sua posição de equilíbrio e, a partir desta posição, com velocidade angular nula, obtenha o deslocamento angular em [rad]. O procedimento deve ser repetido para o outro disco.

Conceitos fundamentais

- Sob estas condições, o modelo matemático do disco 1, é escrito como

$$\ddot{\theta}_1 + \underbrace{\left(\frac{b_1 R + K^2}{J_1 R} \right)}_{2\xi_1 \omega_{n1}} \dot{\theta}_1 + \underbrace{\frac{\kappa}{J_1}}_{\omega_{n1}^2} \theta_1 = 0$$

e o modelo matemático do disco 2 é dado por

$$\ddot{\theta}_2 + \underbrace{\frac{b_2}{J_2}}_{2\xi_2 \omega_{n2}} \dot{\theta}_2 + \underbrace{\frac{\kappa}{J_2}}_{\omega_{n2}^2} \theta_2 = 0$$

Conceitos fundamentais

- Desta forma, as frequências naturais ω_{n1} e ω_{n2} e os fatores de amortecimento ξ_1 e ξ_2 que serão obtidos em seguida, levam às relações

$$\kappa = \omega_{n1}^2 J_1 \quad (6)$$

$$\kappa = \omega_{n2}^2 J_2 \quad (7)$$

$$b_1 = 2\xi_1\omega_{n1}J_1 - \frac{K^2}{R} \quad (8)$$

$$b_2 = 2\xi_2\omega_{n2}J_2 \quad (9)$$

que junto com (5) permitem obter todos os parâmetros desejados.

Conceitos fundamentais

O procedimento a seguir permite obter os valores do coeficiente de amortecimento ξ e da frequência natural de oscilações ω_n através da medida do deslocamento $\theta(t)$ descrito pela equação

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = 0$$

com condição inicial $\theta(0) = \theta_0$ e $\dot{\theta}(0) = 0$. Aplicando a transformada de Laplace temos

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(s) &= \frac{\theta_0(s + 2\xi\omega_n)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \theta_0 \left(\frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \left(\frac{\xi\omega_n}{\omega_d} \right) \frac{\omega_d}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right)\end{aligned}$$

Conceitos fundamentais

- Aplicando a transformada de Laplace inversa, temos

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \frac{\theta_0 e^{-\xi\omega_n t}}{\omega_d} (\omega_d \cos(\omega_d t) + \xi\omega_n \text{sen}(\omega_d t)) \\ &= \frac{\theta_0 e^{-\xi\omega_n t}}{\text{sen}(\phi)} \text{sen}(\omega_d t + \phi)\end{aligned}\quad (10)$$

com

$$\text{tg}(\phi) = \frac{\omega_d}{\xi\omega_n} = \sqrt{\xi^{-2} - 1}\quad (11)$$

para $0 < \xi < 1$.

- Derivando $\theta(t)$ no tempo observamos que os pontos de máximo e mínimo ocorrem nos instantes que satisfazem $\text{tg}(\omega_d t + \phi) = \text{tg}(\phi)$, ou seja

$$\omega_d t_i = i\pi, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Conceitos fundamentais

- Como $\omega_d(t_{i+1} - t_i) = \pi$, para m pontos de máximo e mínimo capturados da medida do deslocamento, temos que o valor médio fornece a relação

$$\omega_d = \frac{(m-1)\pi}{\sum_{i=1}^{m-1} (t_{i+1} - t_i)} \quad (12)$$

- Utilizando (11) nestes mesmos instantes de tempo, obtemos

$$\theta(t_i) = \theta_0 e^{-\xi\omega_n t_i} (-1)^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

fazendo com que os pontos de máximos e mínimos satisfaçam a seguinte relação

$$\begin{aligned} \frac{|\theta(t_{i+1})|}{|\theta(t_i)|} &= e^{-\xi\omega_n(t_{i+1}-t_i)} \\ &= e^{-\pi/\text{tg}(\phi)} \end{aligned}$$

Conceitos fundamentais

- Algumas manipulações algébricas simples colocam em evidência a igualdade

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{(m-1)\pi}{\sum_{i=1}^{m-1} (\ln(|\theta(t_i)|) - \ln(|\theta(t_{i+1})|))} \quad (13)$$

- A equação (13) junto com (11) permite obter ξ .
- Utilizando ξ e o valor de ω_d obtido em (12), obtemos ω_n .
- Aplicando este conceito para os dois discos podemos calcular a partir de (5)-(9) todos os parâmetros desejados.

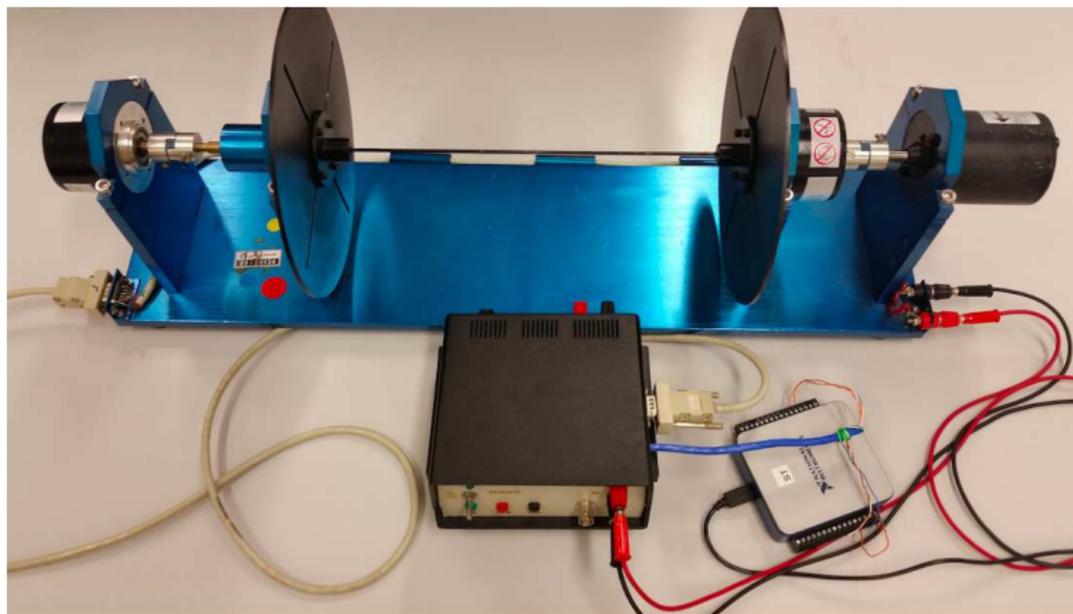
1 Experimento 10

- Objetivo

2 Roteiro

Roteiro

O esquema a ser montado no laboratório é o seguinte :



Roteiro

Materials :

- Módulo de potência
- Kit didático contendo motor, encoder e dois discos
- Fonte externa
- Placa DAQ NI-USB 6001
- 2 cabos do tipo banana
- 1 cabo DB9

Roteiro

- Realize as mesmas ligações descritas nas páginas 14 e 15 do Experimento 8.
- Durante a montagem faça as ligações para a leitura da velocidade/posição angular de apenas um dos discos. Para a obtenção dos dados do outro, basta mudar a conexão do cabo DB9.
- Identifique os parâmetros do motor utilizando o mesmo procedimento descrito no Experimento 8.
- Utilize o programa LabVIEW do Experimento 8 e realize as modificações para o Teste 2 que serão descritas a seguir.
- Para a realização do Teste 2 desconecte os cabos bananas que alimentam o motor.
- Lembre que o acionamento do motor é realizado através de um módulo de potência que possui três sinais de controle PWM, direção e terra.

Roteiro

Sinal de acionamento

- O sinal de terra é a referência de tensão fornecida para os outros dois sinais.
- O sinal PWM é um sinal com característica de lógica digital (TTL) e consiste de uma onda quadrada de 0 a 4 [V] com período constante, mas com ciclo de trabalho controlado de forma a regular a saída de alimentação.
- O sinal de direção indica se a alimentação é positiva ou negativa.
- Assim, a alimentação do motor é um sinal de potência modulado em largura de pulso, aproximadamente igual ao sinal de entrada, e cujo sinal + ou - é definido pelo sinal de direção.

Roteiro

- Utilizando este circuito de acionamento para modular um sinal limitado em ± 10 [V], temos que o módulo deste sinal vezes 10 é interpretado como a porcentagem do ciclo de trabalho. O seu sinal (positivo ou negativo), como já mencionado, é transferido ao sinal de direção.

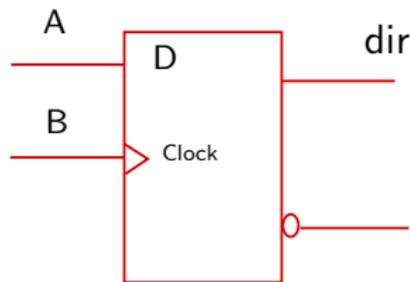
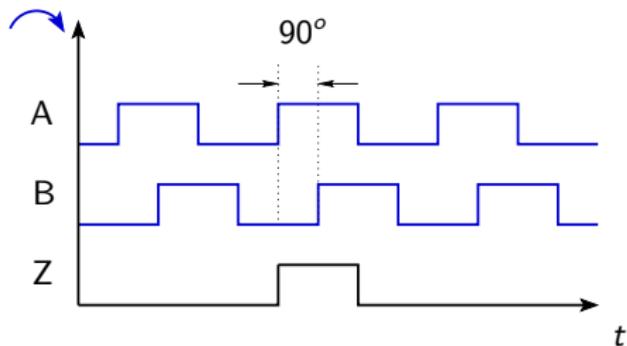
Encoder Incremental

- O encoder que utilizamos é um encoder incremental. Ele mede a posição angular do disco. A leitura é baseada em um disco rotativo formado por janelas radiais transparentes e opacas alternadas e defasadas em 90° . Ao girar o disco, o feixe de luz perpendicular é interrompido nas janelas opacas. A luz através das janelas transparentes chega a um sensor óptico e é convertida em pulsos elétricos.

- Logo, os pulsos do encoder são transmitidos por dois canais A e B defasados de 90° .
- Se for necessário ler apenas a posição, pode-se utilizar qualquer um dos canais A ou B indistintamente. Se for necessário saber também o sentido do giro, como é o caso do Teste 2, é necessário utilizar os dois canais simultaneamente.
- O canal Z representa a posição de sincronismo, que fornece uma referência, gerando um pulso quadrado a cada volta do encoder.

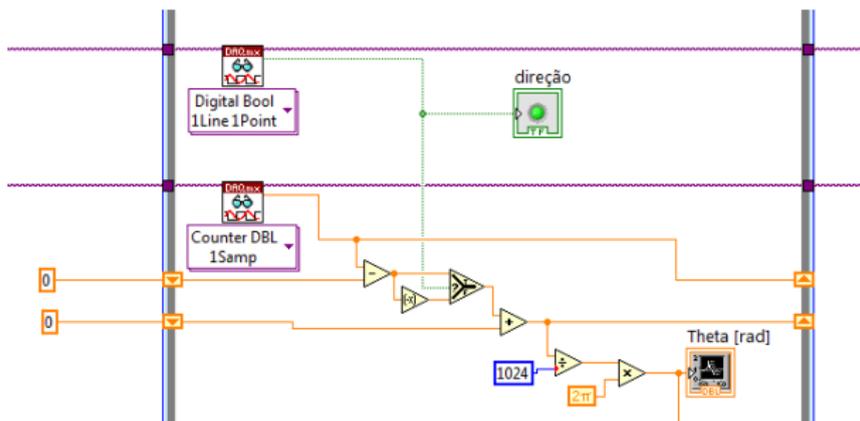
Roteiro

- Para levar em conta o sentido de giro, dentro do módulo de potência foi acrescentado um flip-flop do tipo D, com entrada igual à saída do canal A e o clock igual à saída do canal B.
- A saída do flip-flop D representa o sentido de giro a ser considerado, por exemplo, se igual a 1, o sentido é horário e, se igual a 0, o sentido é anti-horário. Este sinal deve ser enviado ao “dirr”. Segue um exemplo dos sinais mencionados.



Roteiro

- Esquema em labview para a obtenção da posição angular :



- Determine os parâmetros do modelo, como descrito nos conceitos fundamentais.
- Para validar o modelo, plote no mesmo gráfico, a velocidade angular teórica obtida de (4) e experimental de um dos discos.