Laboratório de Controle de Sistemas

Profa. Grace S. Deaecto

Faculdade de Engenharia Mecânica / UNICAMP
13083-860, Campinas, SP, Brasil.
grace@fem.unicamp.br

Primeiro Semestre de 2016

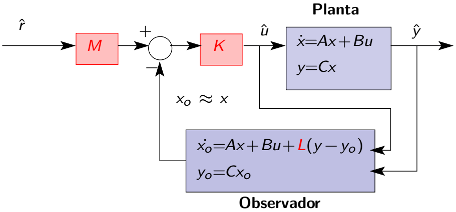
1. Experimento 7
   - Objetivo
   - Conceitos fundamentais
   - Pré-roteiro
   - Roteiro

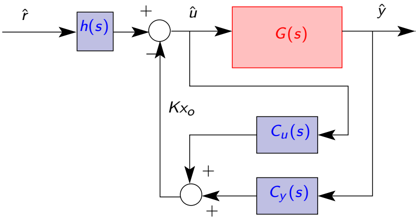
Experimento 7

Controle por realimentação de saída de uma planta eletrônica via regulador linear quadrático

Objetivo

Este experimento consiste em realizar o controle via realimentação de saída da planta eletrônica, utilizando a mesma estrutura considerada no Experimento 6. Entretanto, neste momento, desejamos projetar o ganho K de forma a alocar os polos em malha fechada do sistema em posições adequadas, de acordo com um certo critério de desempenho a ser definido em seguida.





Conceitos fundamentais

- Não é fácil decidir onde alocar os polos em malha fechada do sistema que desejamos controlar. Polos estáveis muito distantes do eixo imaginário geram as seguintes implicações :
  - O sistema em malha fechada chega à estabilidade em um tempo bastante reduzido

Em contrapartida :

  - O sistema fica sensível à ruídos de alta frequência, uma vez que a sua largura de faixa aumenta
  - Os ganhos de realimentação tornam-se muito elevados e, como consequência, a amplitude do esforço de controle passa atingir valores que impedem a implementação do controlador.

Conceitos fundamentais

- De forma a estabelecer um compromisso entre obter um comportamento adequado no regime transitório e um esforço de controle dentro de limites aceitáveis para a implementação, calculamos o ganho matricial K através da solução do seguinte problema de otimização

$$J = \min_{K \in \mathbb{R}^{m \times n}} \int_0^\infty \left(x(t)' Q x(t) + \rho u(t)^2 \right) dt$$

em que $x(t)$ e $u(t)$ devem satisfazer as seguintes equações

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ u(t) &= -Kx(t) \end{aligned}$$

- O controlador K que resolve este problema é conhecido como Regulador Linear Quadrático.

Conceitos fundamentais

- O papel da matriz $0 \leq Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e do escalar $\rho > 0$ é definir o peso relativo que o estado e o sinal de controle têm no cálculo do critério J. Note que :
- Se $Q \gg \rho I_n > 0$ então :
  - O sistema responde com maior velocidade
  - O sinal de controle pode assumir valores elevados causando a saturação dos atuadores
- Se $\rho I_n \gg Q \geq 0$ então
  - O sistema responde mais lentamente
  - O esforço de controle é reduzido

Conceitos fundamentais

- Após definir Q e ρ, o ganho K pode ser calculado como apresentado a seguir :

Regulador Linear Quadrático

O ganho de realimentação de estado K que fornece o critério J é dado por

$$K = \rho^{-1} B' P$$

sendo $P = P' > 0$ a solução da seguinte equação de Riccati

$$A'P + PA - \rho^{-1} PBB'P + Q = 0$$

- Neste caso o sistema é assintoticamente estável e o critério é dado por $J_{min} = x(0)'Px(0)$

Conceitos fundamentais

- No Matlab este projeto pode ser realizado a partir da seguinte função

  $$\texttt{[K,P,E] = lqr(sys,Q,}\rho\texttt{)}$$

  sendo `sys` o sistema em representação de estado obtido através do comando

  $$\texttt{sys = ss(A,B,C,D)}$$

  `K` é o regulador linear quadrático, `P` é a solução da equação de Riccati e `E` fornece os autovalores do sistema em malha fechada.
- Existe uma relação direta entre as escolhas das matrizes Q e ρ e o desempenho do sistema no regime transitório?
  - Felizmente a resposta é positiva e está apresentada em seguida.

Conceitos fundamentais

- Ao ponderarmos no critério quadrático uma combinação linear dos estados $z = Vx$ e definirmos $Q = V'V$ com $V \in \mathbb{R}^{1\times n}$, temos :

Lugar das raízes simétrico

Seja $\varphi(s) = V(sI - A)^{-1}B$ e $\rho > 0$. Os polos do sistema em malha fechada são todas as raízes de

$$1 + \rho^{-1}\varphi(-s)\varphi(s) = 0$$

situadas no semiplano esquerdo complexo.

- Como φ é conhecida, uma localização desejada dos polos é imposta através da escolha de $\rho > 0$.

Pré-roteiro

- Projete o regulador linear quadrático K seguindo o roteiro que será apresentado a seguir. Após projetar o K, os ganhos L e M devem ser determinados da mesma maneira realizada no Experimento 6 considerando que :
  - Os polos do observador devem ser alocados 4 vezes mais distantes do(s) polo(s) em malha fechada com menor parte real (mais afastado do eixo imaginário).
  - O ganho

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}$$

    deve ser determinado de forma que o sistema em malha fechada apresente erro nulo para a entrada degrau.

Pré-roteiro

Primeira Etapa

Para o projeto de K, siga as seguintes instruções :

1. Obtenha a representação em espaço de estado (A, B, C, D) de $G(s)$ na **forma canônica controlável**.
2. Obtenha o regulador linear quadrático K, para $Q = C'C \geq 0$ e cada valor de $\rho = \{10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1\}$.
3. Para cada projeto realizado no item anterior e, considerando L e M calculados como apresentado anteriormente, apresente os sinais $y(t)$ e $u(t)$ analisando o que ocorre no regime transitório de $y(t)$ e com a amplitude máxima de $u(t)$ à medida que $\rho > 0$ aumenta.
4. Realize uma breve conclusão à respeito dos fenômenos observados.

Pré-Roteiro

Segunda Etapa

1. Escolha $V = C$ e, utilizando o lugar das raízes simétrico, determine o valor de $\rho > 0$ de forma que o sistema apresente um tempo de estabilização de $t_e = 0.5$ [s]. Dica : No Matlab o transposto do comando $\varphi'\varphi$ implementa $\varphi(-s)\varphi(s)$
2. Utilizando os polos estáveis a partir do lugar das raízes simétrico, obtenha o polinômio característico do sistema em malha fechada $P(s) = s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0$ e com o denominador de $G(s)$ escrito como $s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ calcule

$$K = \begin{bmatrix} p_0 - a_0 & p_1 - a_1 & p_2 - a_2 \end{bmatrix}$$

Esta fórmula foi obtida diretamente da igualdade

$$\det(sI - (A - BK)) = P(s)$$

com o sistema escrito na forma canônica controlável.

Pré-Roteiro

1. Para $Q = V'V \geq 0$ e $\rho > 0$ determinado no item $\#1$ desta etapa, projete o regulador linear quadrático K utilizando a rotina `lqr` do Matlab.
2. Verifique se o regulador linear quadrático K é idêntico ao calculado anteriormente.
   Em caso positivo, concluímos que escolhendo $Q \geq 0$ com a estrutura $Q = V'V$ podemos determinar o valor de K através do lugar das raízes simétrico sem a necessidade de resolver a equação de Riccati. É claro que a solução via equação de Riccati é muito mais geral pois considera $Q \geq 0$ sem nenhuma estrutura especial.
3. Considerando L e M já calculados, analise a resposta $y(t)$ e o esforço de controle $u(t)$ verificando se as especificações impostas foram atendidas.

Roteiro

Procedimento :

- A montagem e o programa em Labview são idênticos ao utilizado no Experimento 6.
- Armazene os sinais $y(t)$ e $u(t)$ para dois projetos realizados no pré-relatório : 1) o projeto da primeira etapa que considera $\rho = 1$ e 2) o projeto realizado na segunda etapa. Verifique se os esforços de controle estão dentro dos limites aceitáveis para a implementação.
- Compare com o resultado obtido no pré-relatório.
- Discuta sobre a metodologia aqui proposta e a realizada no Experimento 6 onde o projetista decide sobre a localização de todos os polos do sistema em malha fechada.