

# Análise dimensional e semelhança (parte 3)

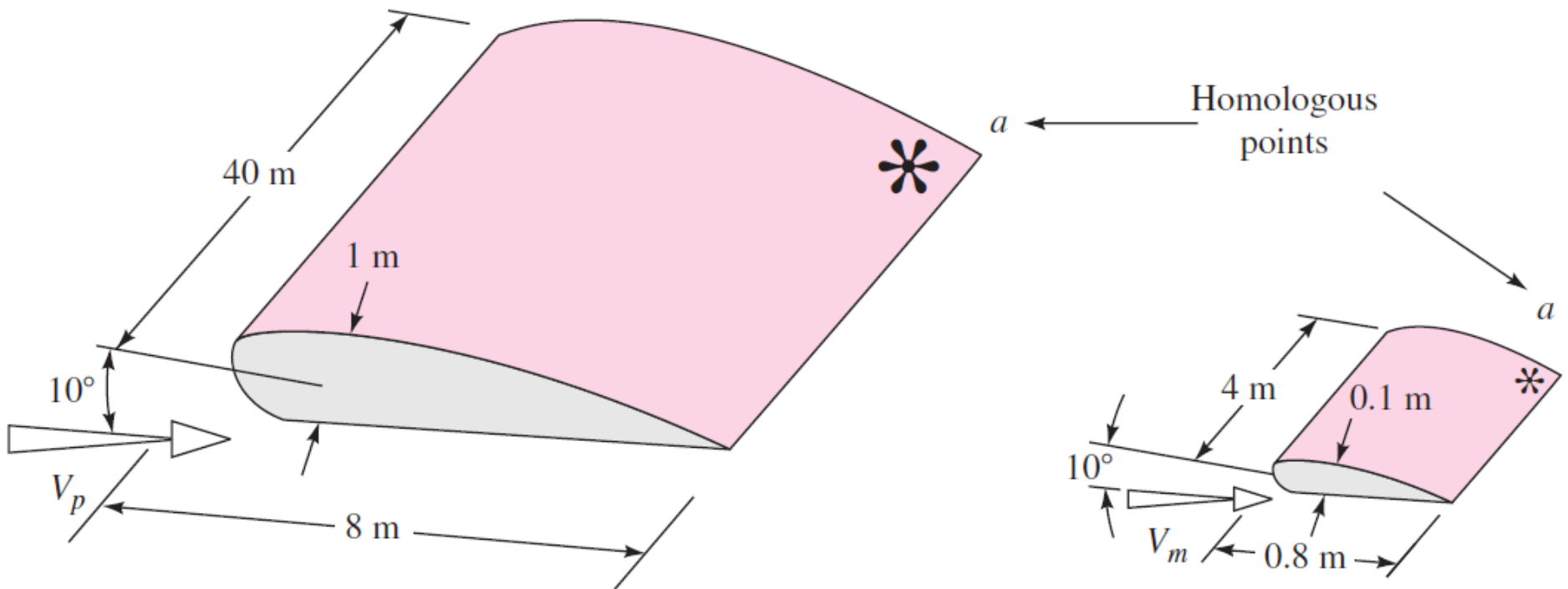
Ref: White F.M., Mecânica dos Fluidos; Fox,  
R.W, McDonald, A.T., Introdução à mecânica  
dos fluidos

# Semelhança de escoamentos e estudos em modelos

- Muitas vezes é necessário utilizar um modelo em escala reduzida
- Para ser útil, deve ser possível fazer a transposição modelo reduzido  $\leftrightarrow$  protótipo
- Algumas condições devem ser atendidas para assegurar a semelhança
  - À partir dos modelos, obter forças, momentos, cargas para o protótipo
- Condições para a semelhança
  - Semelhança geométrica
  - Semelhança cinemática
  - Semelhança dinâmica

# Semelhança

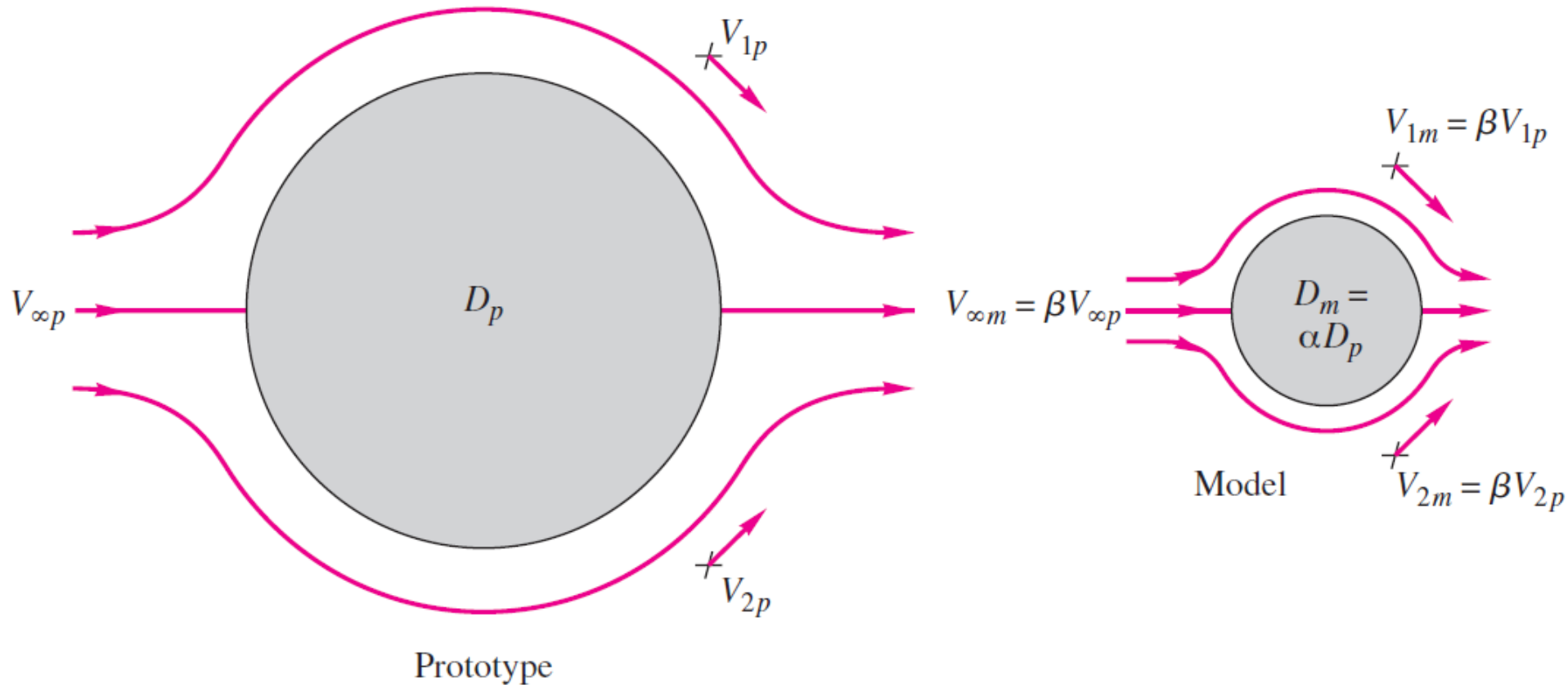
- Semelhança geométrica
  - Modelo e protótipo devem ser geometricamente semelhantes
  - Ambos devem ter a mesma forma
    - Dimensões se relacionam por um fator de escala constante



# Semelhança

- Semelhança cinemática
  - Modelo e protótipo possuem velocidades em pontos correspondentes com:
    - O mesmo sentido
    - Magnitudes que se relacionam por um fator constante
    - Linhas de corrente que se relacionam por um fator de escala constante
  - Depende da semelhança geométrica
  - Regime de escoamento deve ser o mesmo para modelo e protótipo
    - Laminar para ambos, turbulento para ambos, compressível para ambos, subsônico para ambos, etc.

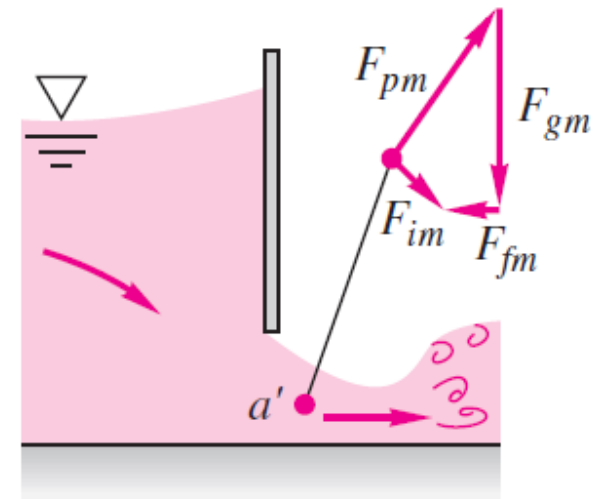
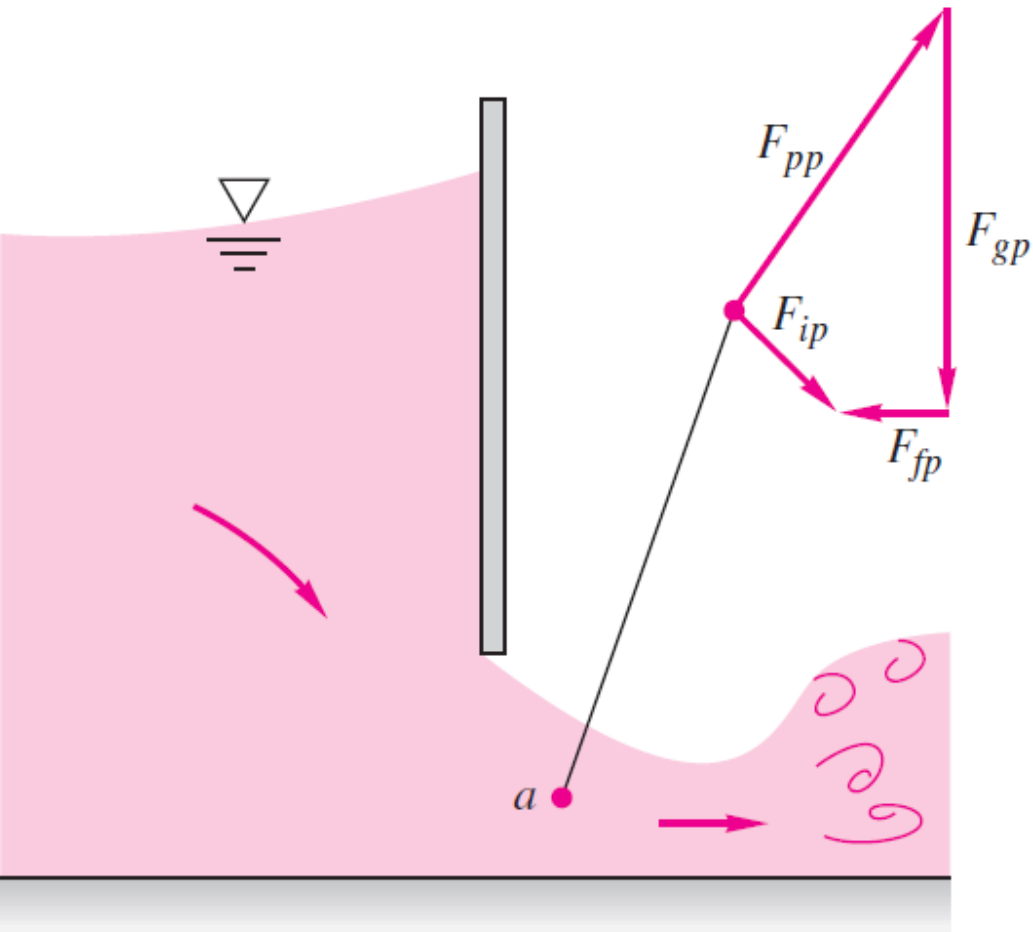
# Semelhança



# Semelhança

- Semelhança dinâmica
  - Modelo e protótipo possuem distribuições de forças semelhantes com:
    - Forças do mesmo tipo
    - Forças no mesmo sentido
    - Magnitudes que se relacionam por um fator de escala constante
  - Depende das semelhanças geométrica e cinemática
  - É a condição mais restritiva
  - Todos os tipos de força devem estar presentes no modelo e no protótipo, com as mesmas importâncias relativas

# Semelhança



$$\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_f = \mathbf{F}_i$$

# Como assegurar semelhança dinâmica?

- Considere, por exemplo, o arrasto sobre uma esfera lisa
  - Do teorema Pi vimos que

$$\frac{F}{\rho U^2 L^2} = g\left(\frac{\rho UL}{\mu}\right)$$

- onde  $\rho UL/\mu = Re$  ;  $F/(\rho U^2 L^2) = C_f$
- Se o escoamento for geometricamente e cinematicamente semelhante, para a semelhança dinâmica:
  - $C_f$  deve ser igual para modelo e protótipo
- Logo
  - $Re_{\text{modelo}} = Re_{\text{protótipo}}$



# Como assegurar semelhança dinâmica?

- Assim, resultados obtidos com modelo reduzido podem ser utilizados na previsão do arrasto sobre protótipo em tamanho real
- OBS:
  - **As forças no modelo e no protótipo não são iguais, mas sim seu valor adimensional**
    - Desde que  $Re_{\text{modelo}} = Re_{\text{protótipo}}$
  - Se  $Re_{\text{modelo}} = Re_{\text{protótipo}}$ , ensaios podem ser feitos com fluidos diferentes

## Exemplo

- O arrasto em um transdutor sonar deve ser previsto com base em testes em túnel de vento. O protótipo, uma esfera com 1ft de diâmetro, deve ser rebocado a 5 nós (milhas náuticas por hora) na água do mar a 40°F. O modelo tem 6 in de diâmetro. Determine a velocidade de teste requerida no ar. Se o arrasto sobre o modelo nas condições de teste for 0,60 lbf, estime o arrasto sobre o protótipo.



$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$

$$Re_{\text{model}} = Re_{\text{prototype}}$$

$$V_p = 5 \frac{\text{nmi}}{\text{hr}} \times 6080 \frac{\text{ft}}{\text{nmi}} \times \frac{\text{hr}}{3600 \text{ s}} = 8.44 \text{ ft/s}$$

$$Re_p = \frac{V_p D_p}{\nu_p} = 8.44 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \times 1 \text{ ft} \times \frac{\text{s}}{1.69 \times 10^{-5} \text{ ft}^2} = 4.99 \times 10^5$$

$$Re_m = \frac{V_m D_m}{\nu_m} = 4.99 \times 10^5$$

$$V_m = Re_m \frac{\nu_m}{D_m} = 157 \text{ ft/s}$$

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_m = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_p$$

$$F_p = F_m \frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{V_p^2}{V_m^2} \frac{D_p^2}{D_m^2} = 5.8 \text{ lbf}$$

## Exemplo

- Quando testado em água a  $20^{\circ}\text{C}$  escoando a  $2\text{m/s}$ , uma esfera de  $8\text{ cm}$  de diâmetro tem um arrasto medido de  $5\text{N}$ . Qual será a velocidade e a força de arrasto em um balão meteorológico de  $1,5\text{m}$  de diâmetro no ar padrão ao nível do mar, em condições de semelhança dinâmica?