

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Relatório Final
Trabalho de Graduação II

Métodos de sintonização automática de controladores PIDs e análise estatística de desempenho

Autor: **André Luís de Araújo Marques Leão**
Orientador: **Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti**

Campinas, junho de 2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Relatório Final
Trabalho de Graduação II

Métodos de sintonização automática de controladores PIDs e análise estatística de desempenho

Autor: **André Luís de Araújo Marques Leão**

Orientador: **Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti**

Curso: Engenharia de Controle e Automação

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Comissão de Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Automação e Controle.

Campinas, 2014

S.P. – Brasil

Dedicatória:

Dedico este trabalho aos meus pais Maria Elisabete de Arujo Leão e Antonio Alberto Marques Leão que sempre me apoiaram durante o curso de Engenharia de Controle e Automação.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti pela oportunidade de estudo e pesquisa no tema deste Trabalho.

Professores da área de controle e amigos da turma de engenharia de controle e automação de 2008.

Índice

	Resumo	7
	Lista de Figuras	8
	Lista de Tabelas	9
	Nomenclatura	9
	Abreviações e Siglas	9
Capítulo 1	Introdução	10
Capítulo 2	Revisão Bibliográfica	11
Capítulo 3	Desenvolvimento	12
3.1	Desempenhos	14
3.1.1.	Estabilidade	14
3.1.2.	Sobressinal	15
3.1.3.	Tempo de Estabilização	16
3.1.4.	Tempo de Subida	18
3.1.5.	Erro de regime	18
3.1.6.	Margem de Ganho	19
3.1.7.	Margem de Fase	20
3.1.8.	Norma 2	21
3.1.9.	Norma Infinita	23
3.2	Métodos	24
3.2.1.	Método Ziegler Nichols de malha aberta	29
3.2.2	Método Ziegler Nichols de malha fechada	30
3.2.3.	Método Hagglund e Astrôm	31
3.2.4.	Método de resposta CHR	33
3.2.5.	Método Cohen – Conn	38

Capítulo 4	Resultados e Discussões	40
Capítulo 5	Conclusões	51
	Referências Bibliográficas	52
	Anexo A	53

Resumo

MARQUES LEÃO, André Luís de Araujo, *Métodos de sintonização automática de controladores PIDs e análise estatística de desempenho*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Trabalho de Conclusão de Curso.

Busca-se desenvolver bibliotecas em ambiente MATLAB nas quais os parâmetros dos controladores PIDs são sintonizados de maneira automática, ou seja, sem a interferência do usuário. Isto é necessário para que possa ser desenvolvida uma avaliação de análise estatística sobre desempenhos de diferentes metodologias para a sintonização de controladores PIDs.

Palavras Chave: Sintonia PID, PID com MATLAB.

Lista de Figuras

Figura 3.1 Diagrama de blocos	14
Figura 3.2 Polos no plano S	15
Figura 3.3 Exemplo sobressinal	16
Figura 3.4 Tempo de estabilização racecar	17
Figura 3.5. Tempo de subida racecar.	18
Figura 3.6. Erro de regime.	19
Figura 3.7. Margem de Ganho no diagrama de Bode.	20
Figura 3.8. Margem de Fase no diagrama de Bode.	21
Figura 3.9. Resposta impulsiva	22
Figura 3.10. Norma infinita de um sinal de controle	23
Figura 3.11. Resposta ao degrau, formato de S	24
Figura 3.12. Resposta ao degrau para $G(s)$	25
Figura 3.13. Lugar das Raízes para planta $G(s)$	26
Figura 3.14. Bode da função de transferência Racecar	27
Figura 3.15. Lugar das Raízes para planta G/s	28
Figura 3.16. Bode da função de transferência racecar com integrador	28
Figura 3.17. Resposta ao degrau C1 em malha fechada	30
Figura 3.18. Resposta ao degrau com controlador C2 em malha fechada	31
Figura 3.19. Resposta ao degrau com controlador C3 em malha fechada	33
Figura 3.20. Resposta ao degrau com controlador C4 em malha fechada	35
Figura 3.21. Resposta ao degrau com controlador C5 em malha fechada	36
Figura 3.22. Resposta ao degrau com controlador C6 em malha fechada	37
Figura 3.23. Resposta ao degrau com controlador C7 em malha fechada	38
Figura 3.24. Resposta ao degrau com controlador C8 em malha fechada	39
Figura 4.1. Histogramas de Overshoot	41
Figura 4.2. Histogramas de Tempo de Estabilização	42
Figura 4.3. Histogramas de Tempo de Subida	43
Figura 4.4. Histogramas de Erro de Regime	44
Figura 4.5. Histogramas de Margem de Ganho	45
Figura 4.6. Histogramas de Margem de Fase	46
Figura 4.7. Histogramas da Norma 2 em Malha Fechada	47

Figura 4.8. Histogramas da Norma Infinita em Malha Fechada	48
Figura 4.9. Histogramas da Norma Infinita do Sinal de Controle	49

Lista de Tabelas

Tabela 3.1. Parâmetros da Função de Transferência Racecar para entrada ao degrau	26
Tabela 3.2. Parâmetros da Função de Transferência Racecar para análise em frequência	29
Tabela 3.3. Relação Ziegler Nichols de malha aberta	29
Tabela 3.4. Relação Ziegler Nichols de malha fechada	30
Tabela 3.5. Relação de sintonia Hagglund e Astrôm	32
Tabela 3.6. Relação de sintonia método CHR – resposta do valor nominal	34
Tabela 3.7. Relação de sintonia método CHR – resposta de perturbação de carga	34
Tabela 3.8. Relação de sintonia de Cohen-Conn	38
Tabela 4.1. Comparativo desempenhos dos controladores	49
Figura 4.10 - Estabilidade por método PID	50

Nomenclatura

Letras Latinas

T	Constante de tempo	[s]
L	Tempo de atraso	[s]

Abreviações

PID	Proporcional-Integral-Derivativo
CHR	Chien, Hrone e Reswick
ZN	Ziegler Nichols

Capítulo 1

Introdução

Sabe-se que os controladores PID são muito utilizados em âmbito industrial devido à facilidade de implementação tanto em controladores digitais quanto analógicos, com ampla área de aplicação para diversos sistemas físicos e também na praticidade de se obter os parâmetros necessários para o bom funcionamento do controlador. Apesar de existirem atualmente diferentes métodos que auxiliam na determinação da sintonia do projeto de controlador PID, a determinação destes parâmetros depende ainda, na sua grande maioria, da experiência prévia dos projetistas envolvidos.

Assim sendo, em muitos casos, os controladores são obtidos integralmente por meio de tentativa e erro pois, apesar de existirem diferentes métodos para se obter automaticamente tais parâmetros, cada projeto pode necessitar de alguma medida de desempenho específica como, por exemplo, margens de ganho e fase, nível de *overshoot* ou tempo de estabilização, de forma que a aplicação de uma mesma técnica não é capaz de atender sempre. Para projetistas menos experientes seria fundamental a obtenção automática dos parâmetros do controlador que, mesmo não atendendo diretamente os requisitos do projeto, aproximasse o suficiente para que um posterior ajuste manual pudesse ser simplificado.

Neste contexto, a proposta desse trabalho de graduação é realizar uma análise bibliográfica cuidadosa para o levantamento de diferentes métodos para a sintonia dos parâmetros do controlador PID, seguido de estudo e implementação em ambiente MATLAB dos mesmos. Serão determinadas também diversas métricas de desempenho, tanto no domínio temporal quanto da frequência, que possam apresentar informações importantes para requisitos de projetos. Estas métricas também serão implementadas em ambiente MATLAB com scripts totalmente autônomos, ou seja, sem a necessidade da supervisão de um usuário.

Com estes resultados e programas em mãos, as diversas métricas podem ser colocadas em comparação estatística para cada diferente método de sintonia do

controlador. Isso tem o intuito de poder responder a questão de qual método atende melhor determinado requisito.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo são apresentadas diversas publicações científicas, sobre o conceito de sintonização dos controladores PID's que influenciaram nesse trabalho de graduação.

Em 1942, Ziegler, J. G e Nichols, N. B. propuseram regras para se determinar os valores dos parâmetros proporcional, integrativo e derivativo a partir das características da resposta temporal de uma determinada função de transferência. As equações de Ziegler e Nichols relacionam o ganho crítico e o período crítico com os valores das constantes do controlador PID, e tal método é conhecido como método Ziegler-Nichols de malha fechada. No método Ziegler-Nichols de malha aberta, os parâmetros são obtidos a partir da curva de reação.

Em 1952, Chien, Hrone e Reswick, método também conhecido por CHR, propuseram 4 métodos para obtenção da sintonia dos controladores PID. O primeiro método trata da resposta de perturbação de carga, a partir de duas metodologias distintas: A primeira procura a resposta mais rápida possível sem sobressinal enquanto a segunda busca a resposta mais rápida com 20% de sobressinal. A resposta à perturbação de carga permite ganhos mais baixo, e com sistema mais robusto. Segundo método trata da resposta do valor nominal também com divisão em dois controladores: Um método que é 0% de sobressinal e outro de 20% de sobressinal.

Em 1953, Cohen e Coon propuseram ajustes aos parâmetros do PID baseados na curva de reação. Apresentando bons resultados para sistemas com tempo morto elevado. As equações para a sintonia são relacionadas para sistemas aproximados de primeira ordem.

Em 1988, Hagglund e Aström desenvolveram um método que permite que outros pontos da curva de Nyquist além do ponto crítico já utilizado, possam ser relacionados na sintonia.

Dado, no diagrama de Nyquist, um ponto P1 qualquer conhecido da planta do sistema que quer-se controlar. O método consiste em fazer com que esse sistema em malha fechada passe por um ponto Q na curva de Nyquist, satisfazendo margem de ganho e fase.

Capítulo 3

Desenvolvimento

O objetivo deste Trabalho de Graduação II é analisar estatisticamente as metodologias de sintonização dos parâmetros PIDs em ambiente Matlab, detalhando qual método é mais adequado para determinado quesito específico.

As bibliotecas desenvolvidas, devem a partir de uma dada função de transferência, determinar os parâmetros do controlador proporcional-integral-derivativo da forma:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad \text{Eq. 3.1}$$

Em controladores PIDs utiliza-se ganhos derivativos, de forma que para evitar a amplificação do ruído de alta frequência, deve-se implementar um filtro passa baixa com $\epsilon = 10^{-5}$. Com a seguinte estrutura:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\epsilon s^2 + 1} \right) \quad \text{Eq. 3.2}$$

Cada método desenvolvido nesse trabalho de graduação, possui aplicabilidades específicas, com limitações e desempenhos para diferentes requisitos. Com isso, adaptações foram desenvolvidas de forma que os métodos possam ser comparados de maneira igual para diferentes tipos de plantas. Ou seja, para que exista os controladores para os métodos propostos, as funções de transferências geradas de forma randômica, que variam o número de pólos entre 2 e 4, devem ser de fase mínima, estáveis, não possuir integradores e estritamente próprio. Respeitando a condição restrita dos métodos de sintonia de PID estudados. Para métodos baseados em resposta ao degrau, é

recomendado ainda que utilize-se plantas cujos pólos não sejam complexos dominantes, porém esses serão analisados neste trabalho. As plantas de ordem 1, foram retiradas deste projeto devido ao não formato em “S” do gráfico da resposta em entrada ao degrau, quanto não há atraso de tempo morto, impossibilitando assim a determinação dos parâmetros PID.

Assim antes das bibliotecas serem apresentadas, primeiro será explicado cada desempenho que será requisitado de cada método estudado.

A análise estatística para as diversas metodologias terão os seguintes critérios de desempenho :

- Estabilidade
- Sobressinal
- Tempo de Estabilização
- Tempo de Subida
- Erro de regime
- Margem de Ganho
- Margem de Fase
- Norma 2
- Norma infinita

O código desenvolvido para aquisição dos critérios de desempenho apresenta-se no Anexo A.

Dada a função de transferência de um controle de velocidade de um carro de corrida: Racecar Speed Control:

$$G(s) = \frac{100}{(s + 2)(s + 5)}$$

O diagrama de blocos com essa função de transferência que será utilizada como exemplo nesse presente trabalho é mostrado na Figura 3.1

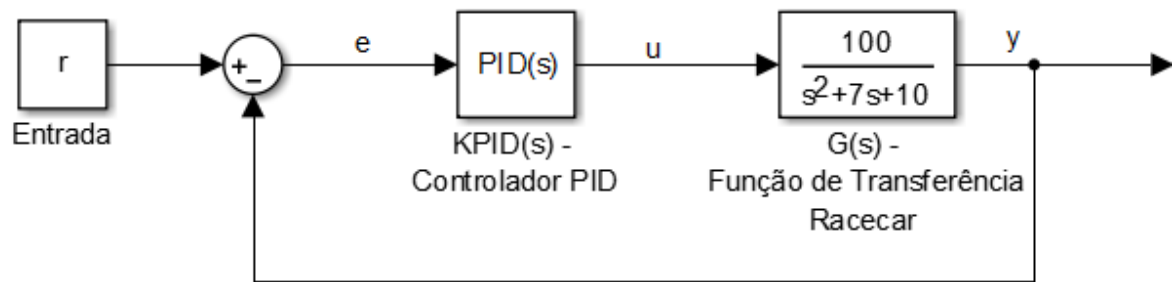


Figura 3.1 - Diagrama de blocos

Com isso tem-se que a função de transferência em malha fechada é:

$$\frac{y}{r} = \frac{K_{PID}G}{1 + K_{PID}G}$$

E o sinal de controle é dado por:

$$\frac{u}{r} = \frac{K_{PID}}{1 + K_{PID}G}$$

3.1 Desempenhos

3.1.1 Estabilidade

A estabilidade é um desempenho analisado em malha fechada, no plano complexo. Um sistema é dito estável se a resposta temporal for limitada para qualquer sinal de entrada também limitado. A função de projetar um controlador é fazer com que um sistema tenha tal limitação. Assim vê-se a importância da comparação de estabilidade para os diferentes controladores que serão propostos pelos métodos PIDs apresentados.

Para se determinar a estabilidade de um sistema, analisa-se os polos de malha fechada. Se todos esses polos estiverem à esquerda do eixo $j\omega$ do plano s , ou seja, se a parte real for negativa, qualquer resposta transitória poderá alcançar o equilíbrio, e o sistema será estável.

Dada a função de transferência de um controle de velocidade de um carro de corrida:

Racecar Speed Control:

$$G(s) = \frac{100}{(s + 2)(s + 5)}$$

Vê-se que os polos dos sistema são -2 e -5 e são mostrados no plano S, pelo gráfico da Figura 3.2 abaixo:

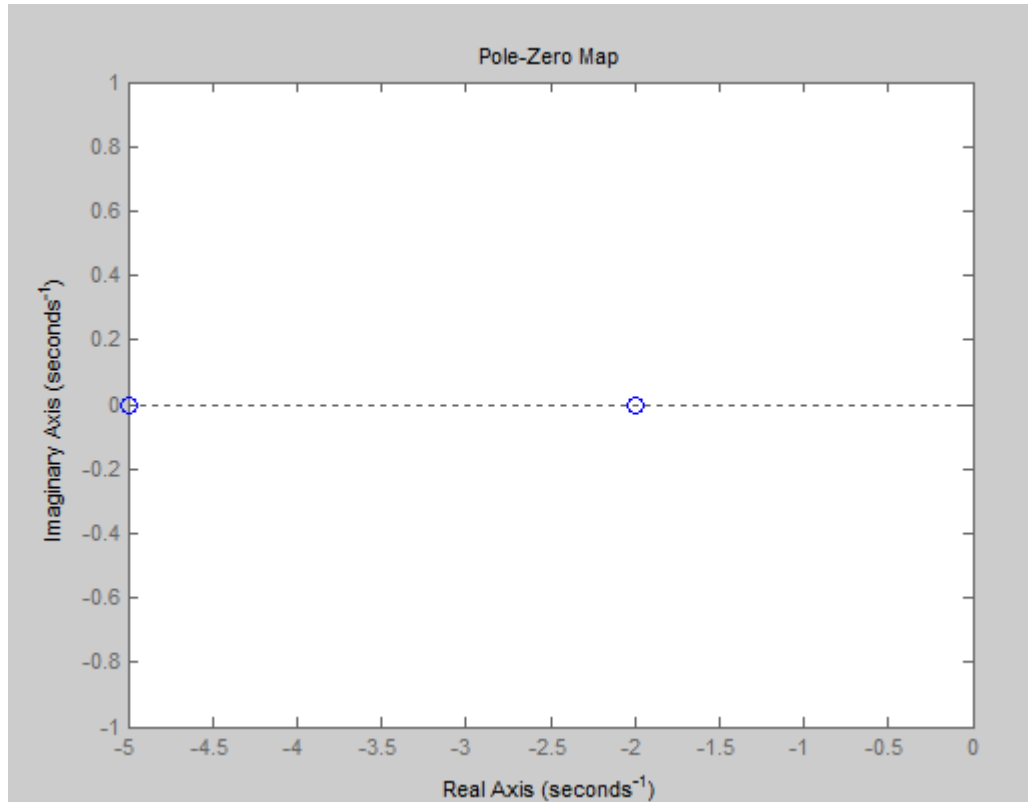


Figura 3.2 - Polos no plano S

No Matlab será utilizado o comando $eig(G)$ (que mostra os autovalores do sistema) para verificar de forma direta se os polos estão no semiplano esquerdo de s .

3.1.2 Sobressinal

O sobressinal, ou *overshoot*, é o valor percentual do valor de pico em relação ao valor estacionário no domínio do tempo. Dada uma entrada ao degrau, tem-se que o valor de pico y_p menos o valor estacionário y_e dividido pelo valor estacionário e multiplicado por 100, tem-se a relação em porcentagem.

$$Mp = 100 \left(\frac{y_p - y_e}{y_e} \right)$$

O gráfico abaixo mostra sobressinal de um sistema à entrada degrau, para um sistema qualquer.

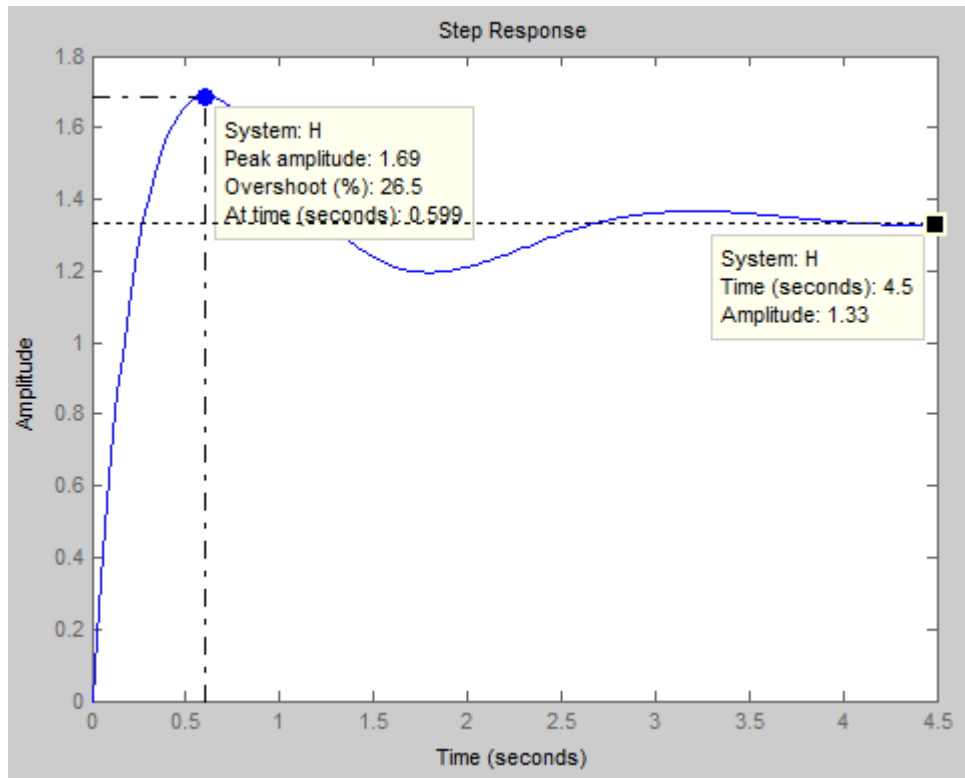


Figura 3.3 - Exemplo sobressinal

Então como mostra o gráfico acima e o cálculo abaixo, pode-se então verificar que o sobressinal é de aproximadamente 27%.

$$Mp = 100 \left(\frac{1.69 - 1.33}{1.33} \right) = 27\%$$

Neste desempenho foi mostrado o sobressinal para um sistema qualquer, devido que o sistema trabalhado nesse relatório, exemplo do racecar, não apresenta sobressinal. Para se determinar o valor do sobressinal, para análise de desempenho, será utilizado o comando *stepinfo()* do matlab.

3.1.3 Tempo de estabilização

Tempo de estabilização é o tempo no qual a curva de resposta assume um valor de geralmente 2% ou 5% do valor final. O tempos de estabilização se relaciona com a maior constante de tempo do sistema de controle. Para o cálculo do desempenho nesse trabalho, será identificado o tempo de estabilização à 2% em torno do valor final.

O cálculo tem-se a seguinte fórmula:

$$\text{Valor de Estabilização à 2\%} = \text{Valor}_{final} - 0.02(\text{Valor}_{final})$$

O gráfico da Figura 3.3 mostra a o valor do tempo de estabilização para a função de transferência racecar.

$$\text{Valor de Estabilização à 2\%} = \text{Valor}_{final} - 0.02(\text{Valor}_{final}) = 10 - 0.02(10) = 9.8.$$

Logo pelo gráfico abaixo vê-se que o valor 9.8 tem-se um tempo de 2.21 segundos

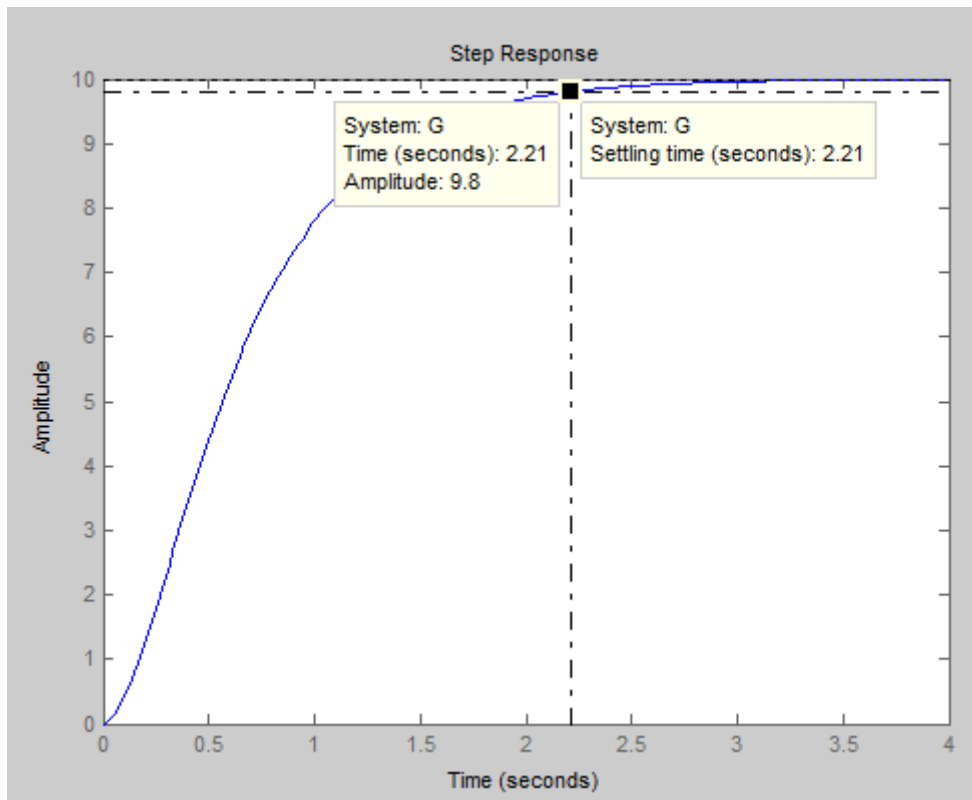


Figura 3.4 - Tempo de estabilização racecar

Para se determinar o valor do tempo de estabilização, para análise de desempenho, será utilizado o comando `stepinfo()` do matlab.

3.1.4 Tempo de subida

Tempo de subida é o tempo no qual a curva de resposta passa de um valor de amplitude de 10% para 90% (ou alguma relação como 0 a 100%). O gráfico da Figura 3.4 mostra a relação dos tempos de com amplitude de 10% que é 0.166 segundo, e o tempo com amplitude de 90% que é 1.4 segundos. Logo o tempo de subida é :

$$\text{Tempo de Subida} = 1.4 - 0.166 = 1.23 \text{ segundos.}$$

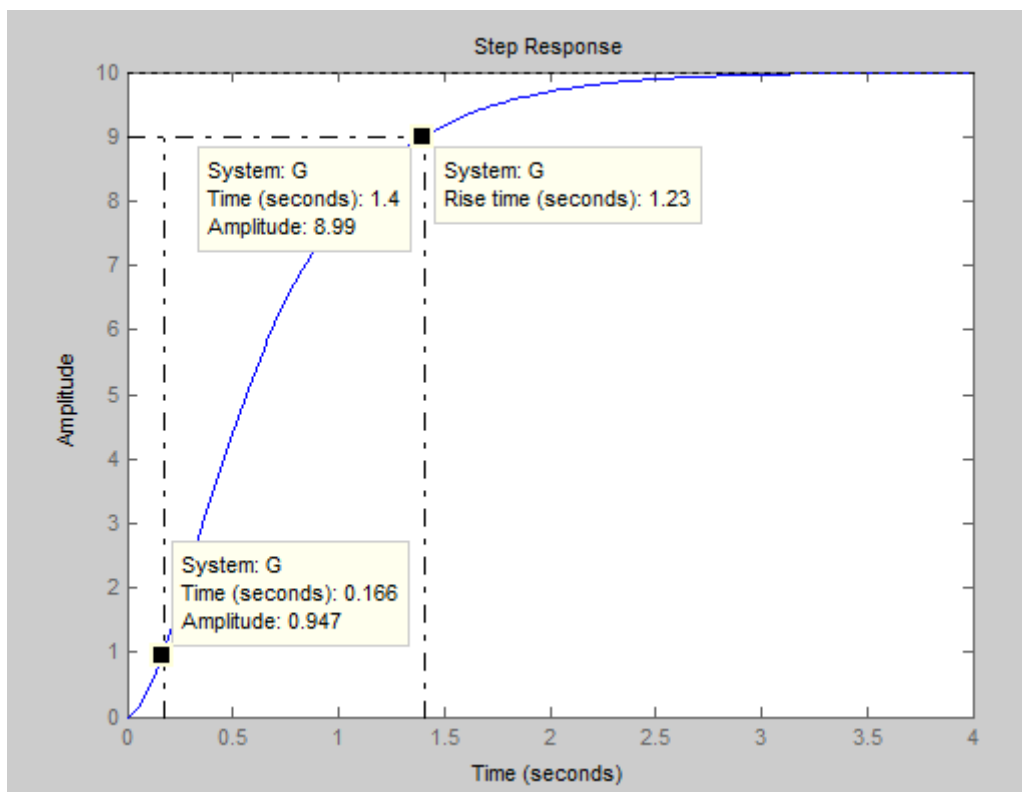


Figura 3.5 - Tempo de subida racecar

Para se determinar o valor do tempo de subida, para análise de desempenho, será utilizado o comando `stepinfo()` do matlab.

3.1.5 Erro de regime

Erro de regime é o erro analisado no domínio do tempo entre a amplitude do valor final e a amplitude do valor esperado. Ou seja, o valor esperado $y_{esperado}$ menos o valor estabilizado y_{final} , como é mostrado no gráfico da Figura 3.6.

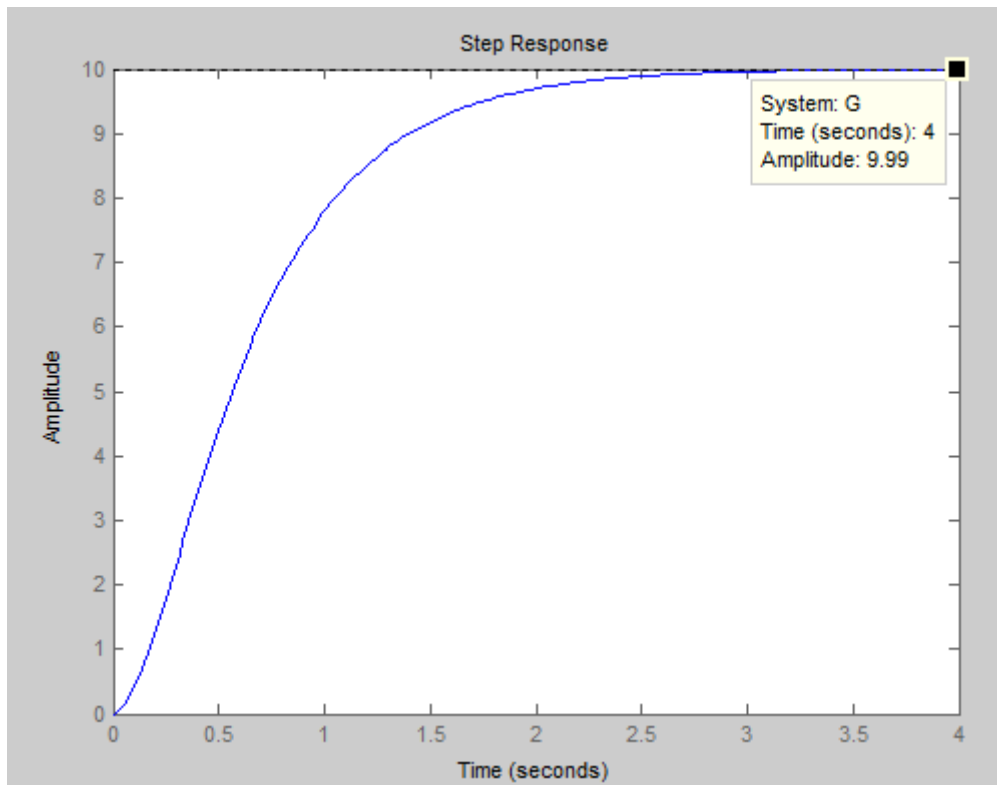


Figura 3.6 - Erro de regime

Como mostrado no gráfico da Figura 3.6, o erro de regime é para um valor desejado de 10 e um valor final de 9.99, logo o erro é 0.01.

Para se determinar o valor do erro de regime, para análise de desempenho, será utilizado o comando *stepinfo()* do Matlab, o qual resgatará o valor final e comparará com o valor esperado.

3.1.6 Margem de Ganho

Margem de ganho é o máximo ganho, na análise da frequência, que pode ser embutido ao sistema garantindo estabilidade. Ou seja, é o modulo correspondente de $|G(j\omega)|$ na frequência no qual o ângulo é -180° . A margem de fase é dada em dB pela relação:

$$MG = -20 \log|G(j\omega)|$$

Nota-se que a margem de ganho é negativa se a magnitude $|G(j\omega)|$ for maior que um, e positiva se for menor que um. Uma margem de ganho positiva significa que o sistema é estável e uma margem de ganho negativa significa que o sistema é instável.

O diagrama de Bode da Figura 3.7, mostra a margem de ganho para uma função de transferência qualquer.

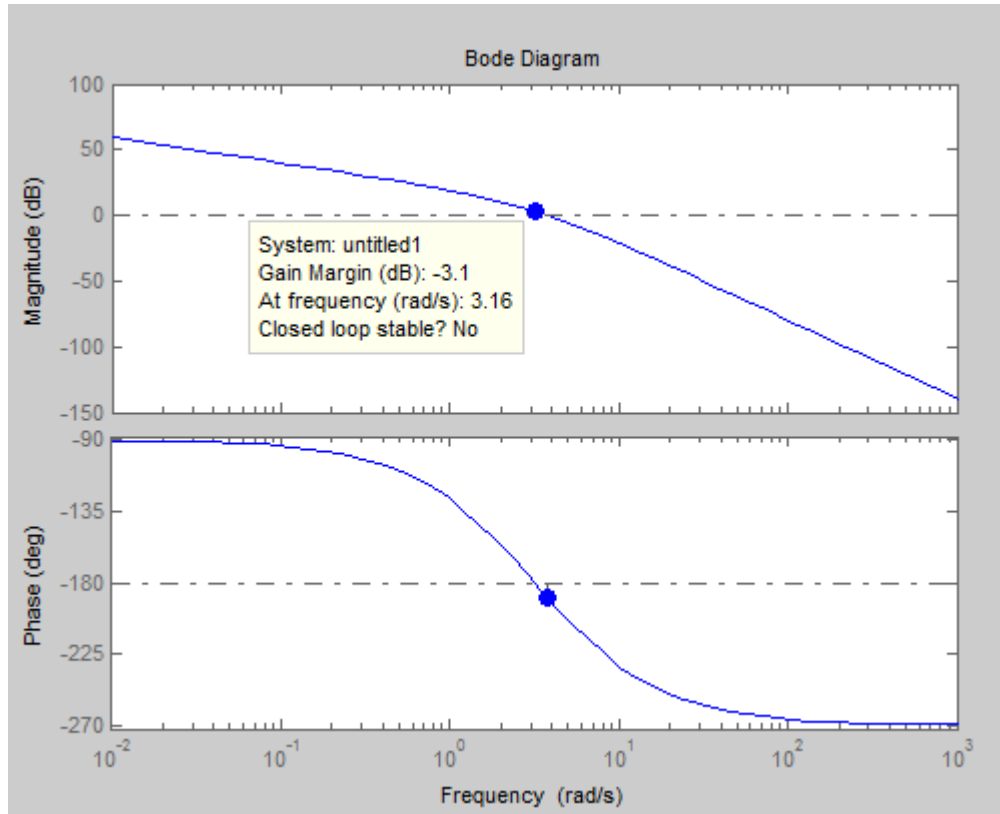


Figura 3.7 - Margem de Ganho no diagrama de Bode

Na frequência 3.16 rad/s a curva de fase cruza o -180° , assim para essa análise de frequência a margem de ganho do sistema é -3.1 dB.

Neste desempenho foi mostrado a margem de ganho para um sistema qualquer, devido que o sistema trabalhado nesse relatório, exemplo do racecar, apresenta margem de ganho infinita, ou seja, o cruzamento do -180 é no infinito.

Para se determinar o valor da margem de ganho, para análise de desempenho, será utilizado o comando *margin()* do matlab.

3.1.7 Margem de Fase

Margem de fase é o atraso de fase adicional obtido a partir da frequência no cruzamento de ganho em 0dB. Ou seja, o sistema em 0 dB na frequência correspondente

tem uma determinada fase θ . A margem de fase γ é o valor adicional de atraso para que essa fase chegue a 180° . Logo:

$$\gamma = 180^\circ + \theta$$

Para o exemplo do racecar, é mostrado a margem de fase no diagrama de Bode pela Figura 3.8

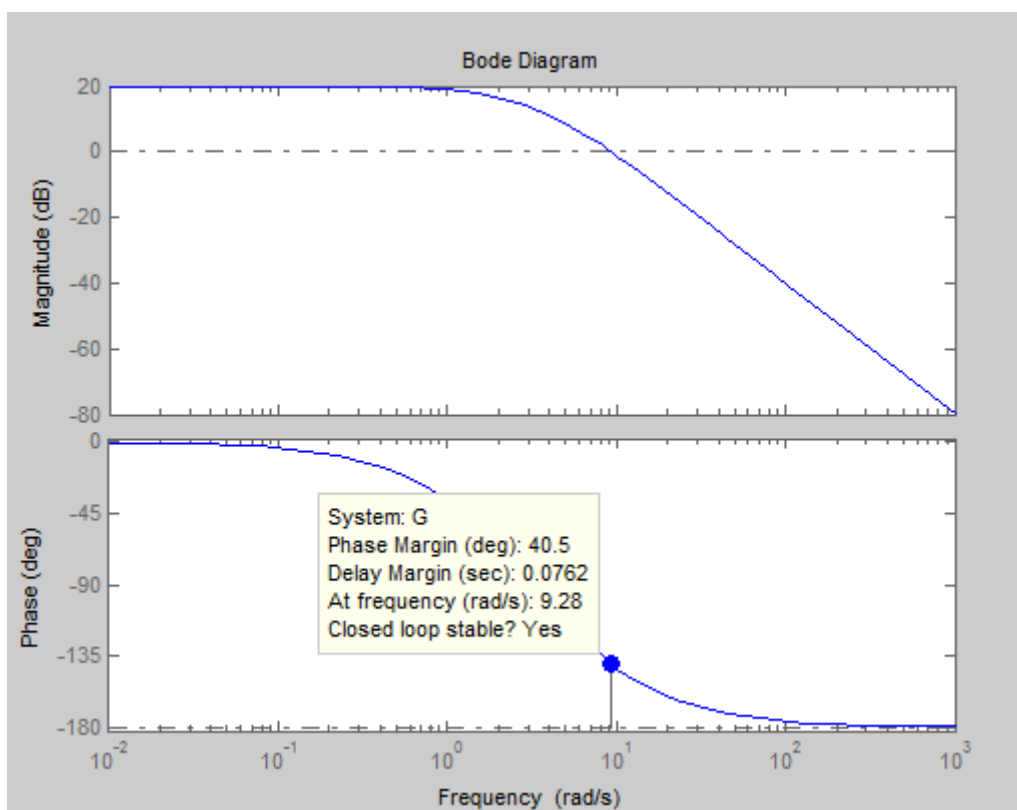


Figura 3.8 - Margem de fase no diagrama de Bode

Nota-se uma margem de fase positiva de 40.5° na frequência de cruzamento de ganho que é de 9.28 rad/s.

Para se determinar o valor da margem de fase, para análise de desempenho, será utilizado o comando *margin()* do matlab.

3.1.9 Norma 2

A energia de um sinal, norma 2, é calculada para obter o quanto de energia é necessário para se obter a resposta em um intervalo de tempo.

$$\|x(t)\|_2^2 = \int_{t_1}^{t_2} x(t)^2 dt$$

Para uma função de transferência, sistema em malha fechada ou sinal de controle, será obtido um sinal a resposta ao impulso, tal sinal ao quadrado é integrado em um intervalo de tempo obtendo assim a energia que será analisada como critério de desempenho nesse presente trabalho

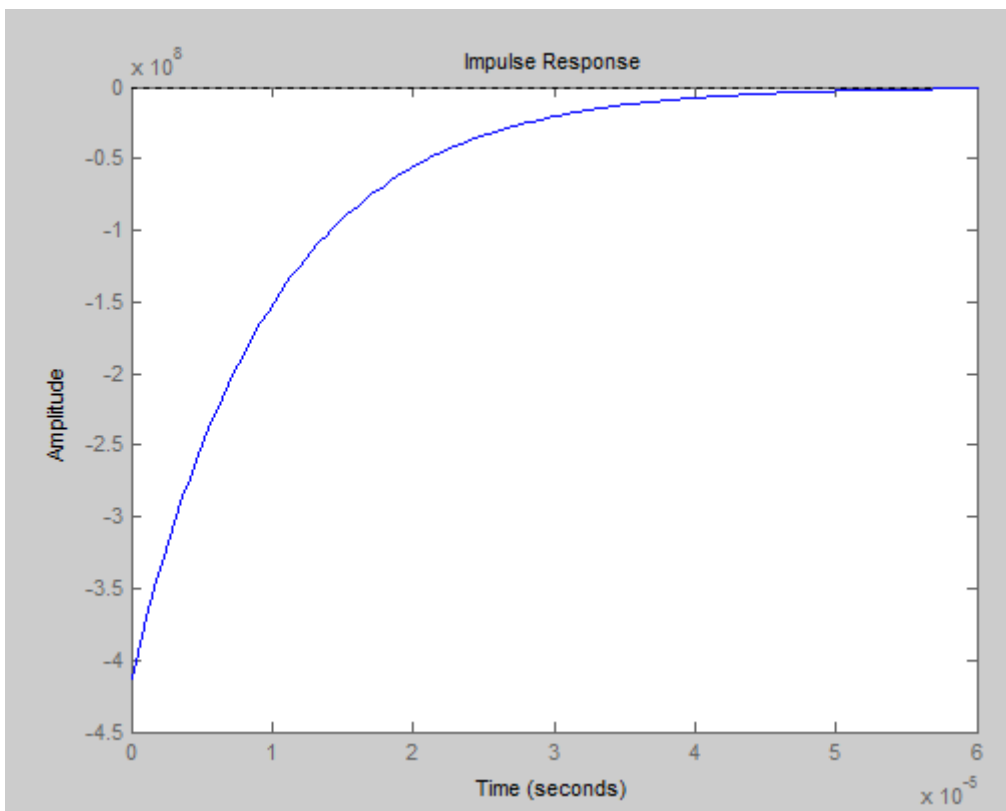


Figura 3.9 - Resposta impulsiva

O gráfico da Figura 3.10 mostra a resposta impulsiva. A área acima da curva ao quadrado, no intervalo de tempo corresponde a energia do sinal.

O código do critério de desempenho é apresentado no Anexo A.

3.1.8 Norma infinita

Norma infinita de um sinal é o maior valor absoluto, ou seja, é o módulo do maior pico. Para análise do pico do sinal de controle a função de transferência SC que relaciona a entrada com o sinal de controle é mostrada abaixo:

$$SC = \frac{u}{r} = \frac{K_{PID}}{1 + K_{PID}G}$$

Para norma infinita em sistema de malha fechada, utiliza-se o valor máximo da amplitude no diagrama de Bode $\|SC(s)\|_{\infty} = \sup_w(|SC(jw)|)$, como mostra o gráfico da Figura 3.9. Em malha fechada esse desempenho é utilizado para análise de robustez do sistema, ou seja, quanto menor o valor da norma infinita melhor será a robustez.

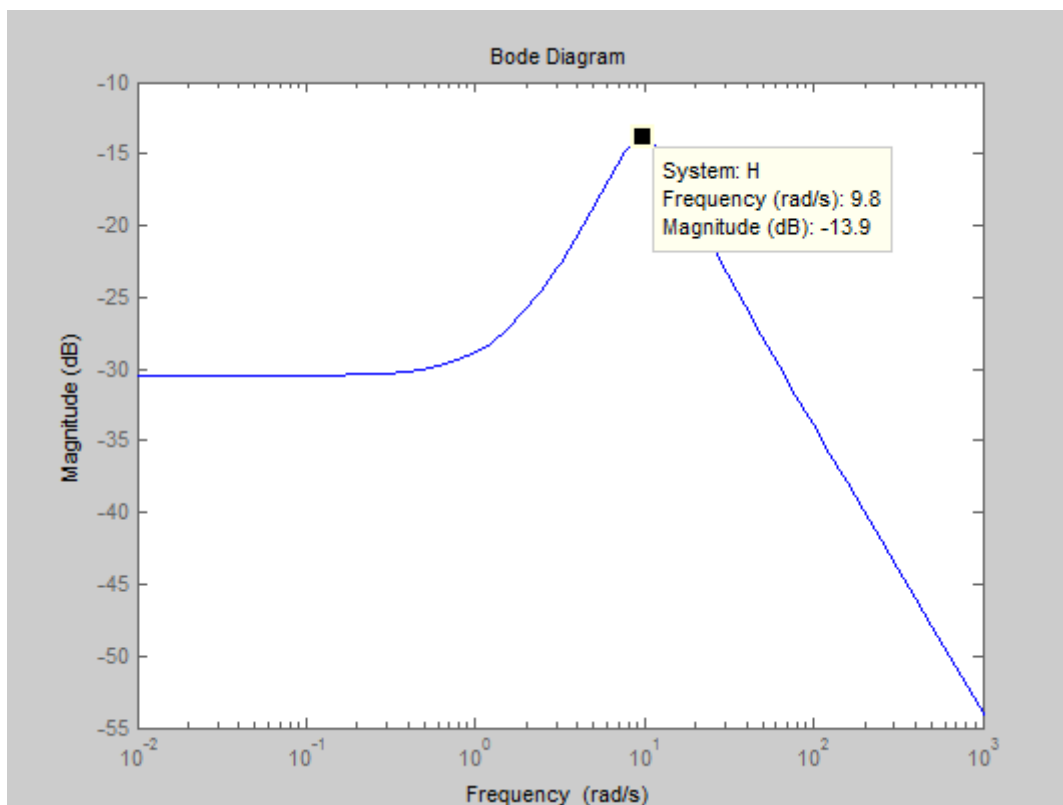


Figura 3.10 - Norma infinita de um sinal de controle

Para se determinar o valor da norma infinita, para análise de desempenho, será utilizado o comando `norm(SC, 'inf')` do matlab.

3.2 Métodos

Neste capítulo é apresentado os métodos utilizados para obtenção dos controladores PIDs, os códigos em MATLAB para cada controlador são apresentados no Anexo A.

Para os métodos que utilizam parâmetros obtidos com a resposta ao degrau, é mostrado o exemplo abaixo, para a obtenção de tais parâmetros: **L, K, T** e **a**.

Esse método se aplica caso a curva de resposta a uma entrada ao degrau tiver um formato de “S” como no gráfico da Figura 3.11.

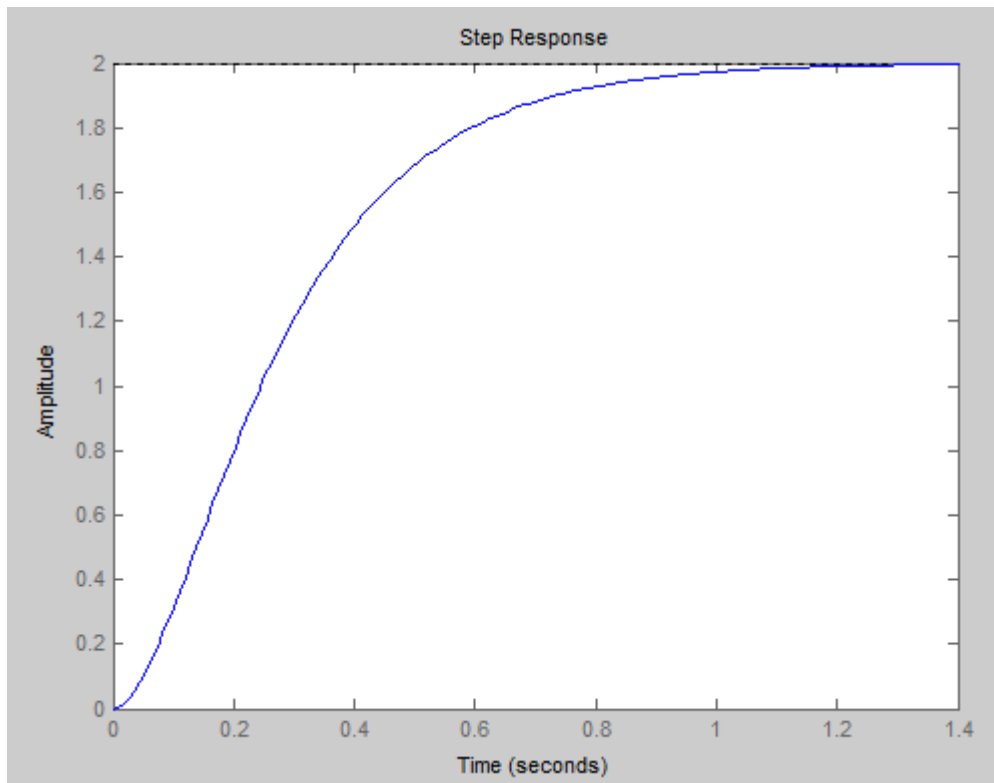


Figura 3.11 – Resposta ao degrau, formato de S

Dada a função de transferência de um controle de velocidade de um carro de corrida:

Racecar Speed Control:

$$G(s) = \frac{100}{(s + 2)(s + 5)}$$

Aplica-se a entrada em degrau para a análise na Figura 3.12.

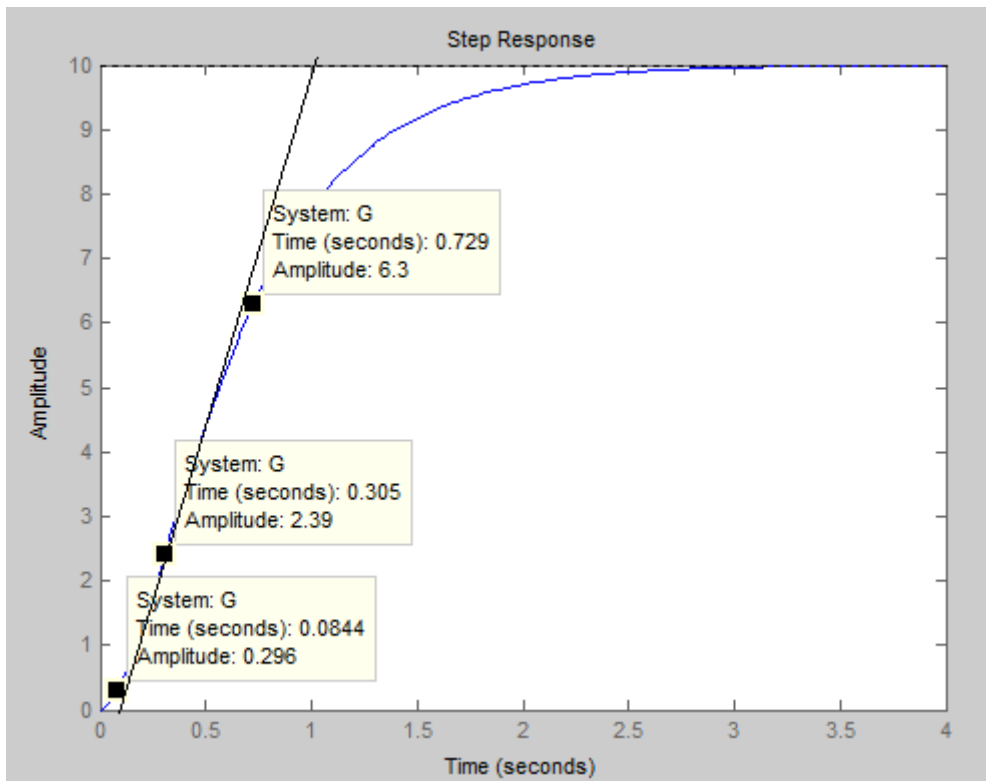


Figura 3.12 - Resposta ao degrau para G(s)

Com a curva no formato de S, tem-se alguns parâmetros da resposta ao degrau que auxiliam na sintonia do controlador PID. Dado o ponto de inflexão da curva em formato de S, onde a derivada segunda da curva S é igual a zero, tem-se o valor do tempo correspondente a esse ponto $q = 0.305s$. O parâmetro K é o valor da assíntota do sistema, nesse caso $K = 10$. Do ponto de inflexão, traça-se uma reta tangente no qual o ponto cuja reta corta o eixo das abcissas, tem-se o parâmetro tempo de atraso $L = 0.0844s$.

Com isso a constante de tempo T pode ser calculada como o módulo entre L e ponto p no qual a amplitude atinge 63% de K nesse caso $p = 0.72960$, então:

$$T = p - L = 0.6452 s$$

Em alguns métodos de sintonia de PID é utilizado o parâmetro a, que possui a seguinte relação:

$$a = \frac{KL}{T} = 1.3085$$

Tabela 3.1 - Parâmetros da Função de Transferência Racecar para entrada ao degrau

Função de Transferência	L	K	T	a
$G(s) = \frac{100}{(s + 2)(s + 5)}$	0.0844	10	0.6452	1.3085

Para os métodos em frequência, primeiro utiliza-se apenas a parte proporcional do controlador K_p . Variando K_p de zero até encontrar o valor crítico K_{cr} que é o limiar entre estável e instável no sistema.

Para encontrar K_{cr} pode-se utilizar o método do lugar das raízes, no qual para um determinado ganho crítico K_{cr} tem-se uma frequência crítica w_{cr} , sendo $P_{cr} = \frac{2\pi}{w_{cr}}$. Outro método para se determinar o ganho crítico é utilizar o diagrama e bode e determinar a margem de ganho (K_{cr}) e a frequência da margem de ganho (w_{cr}).

Dada a função de transferência de um controle de velocidade de um carro de corrida. O lugar das raízes da planta G é mostrado no gráfico da Figura 3.12. Nota-se que não é possível determinar um ganho crítico.

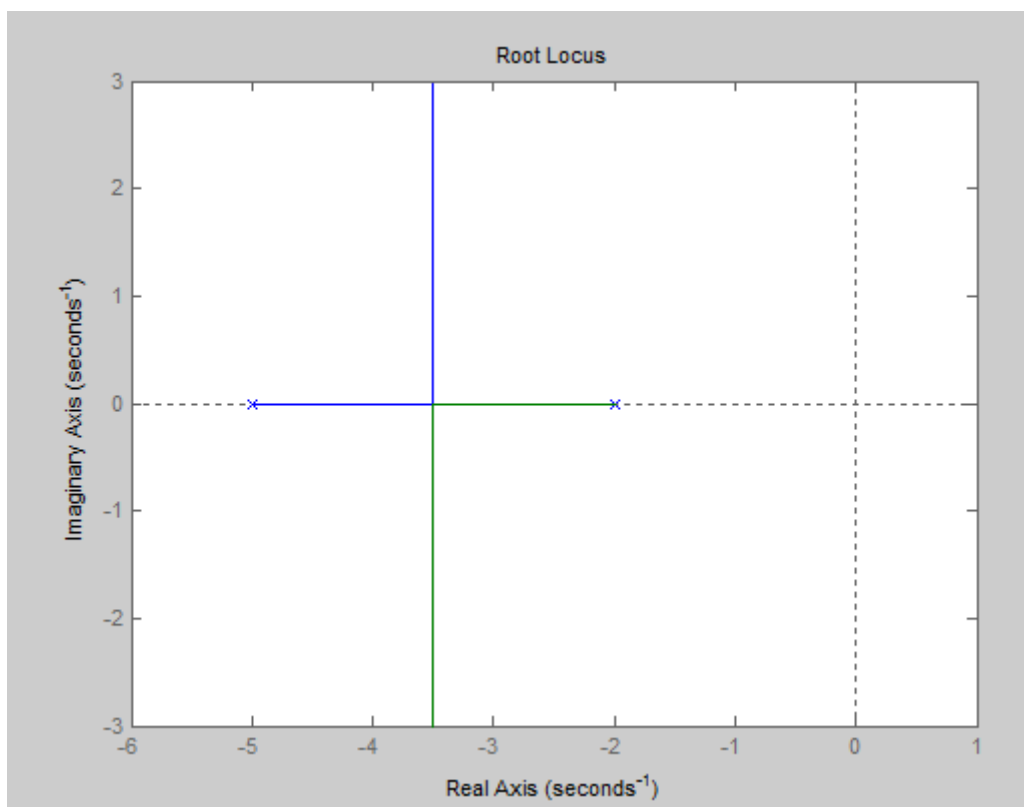


Figura 3.13 - Lugar das Raízes para planta G

É possível ver também no diagrama de Bode, no qual não há margem de ganho.

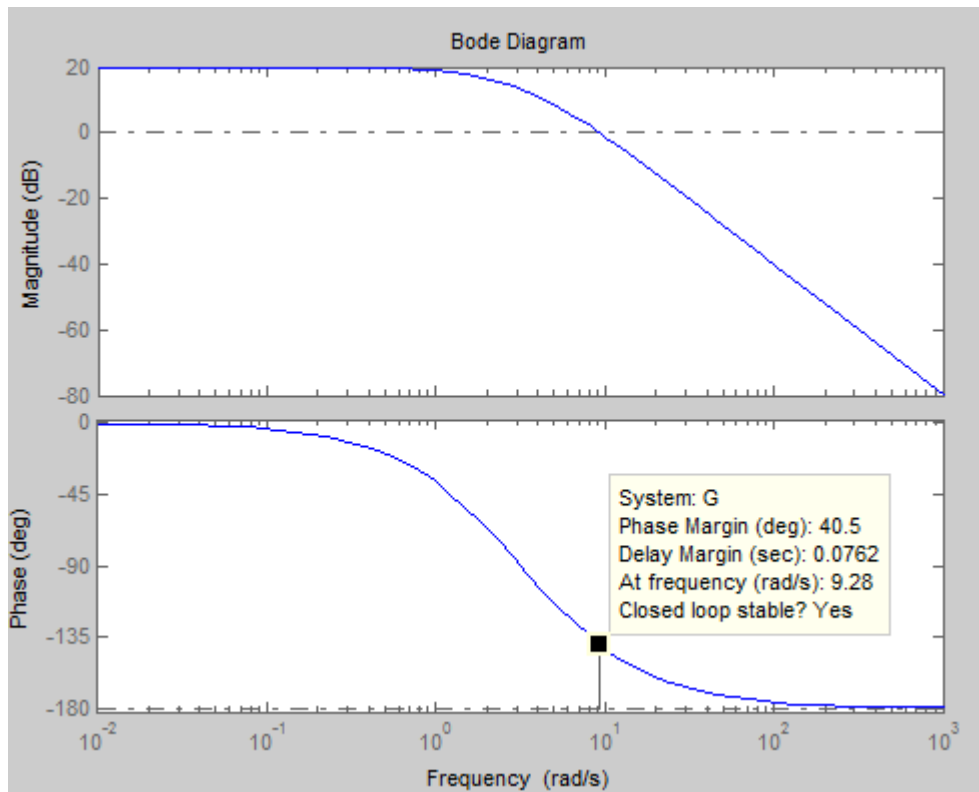


Figura 3.14 – Bode da função de transferência Racecar

Com ganho crítico infinito, utiliza-se o artifício de acrescentar um integrador ao sistema, com isso o lugar das raízes é apresentado no gráfico da Figura 3.14.

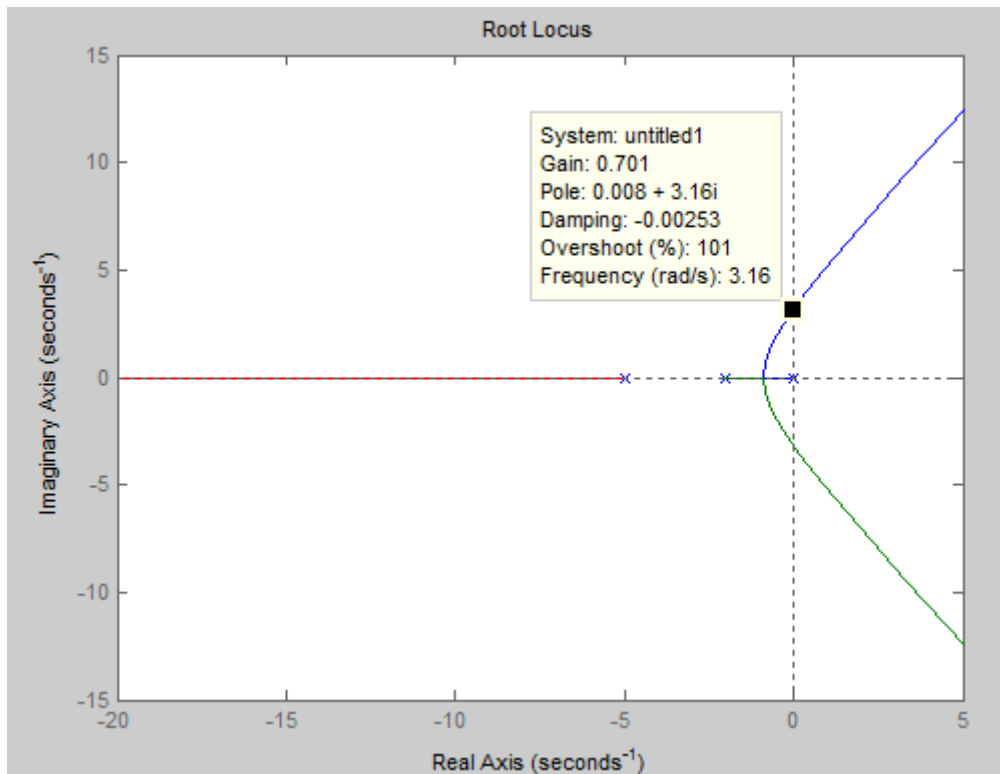


Figura 3.15 - Lugar das Raízes para planta G/s

E pelo diagrama de Bode

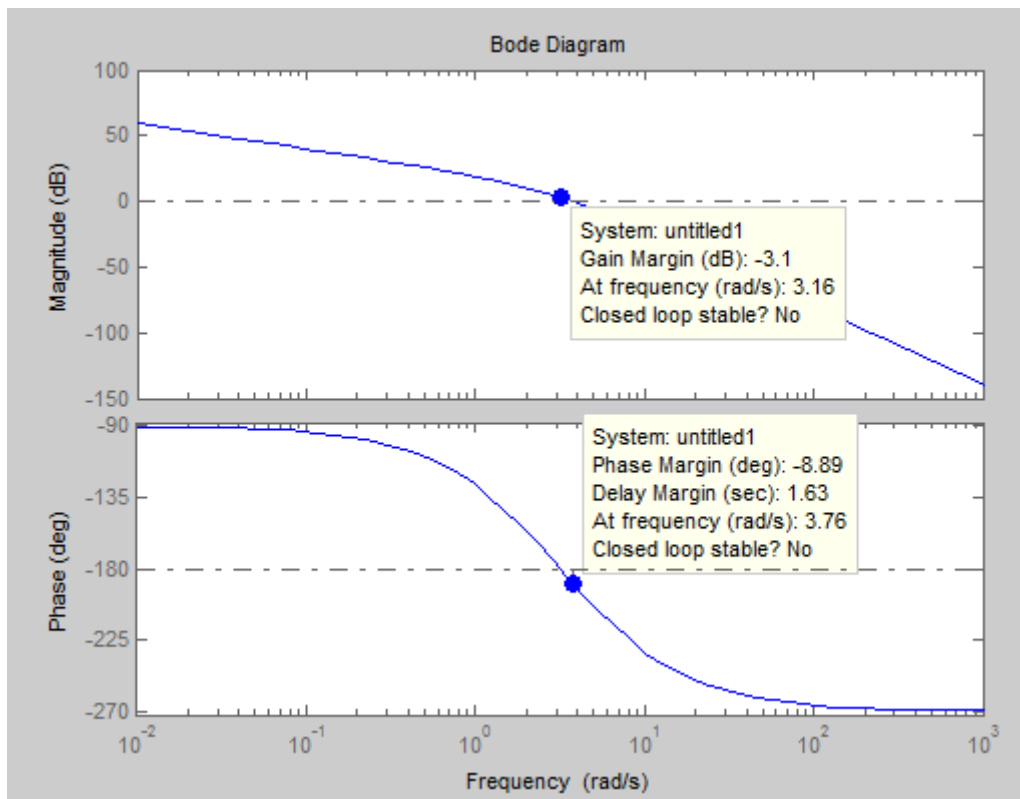


Figura 3.16 – Bode da função de transferência racecar com integrador

Alguns métodos utilizam também a margem de fase PM e a frequência de margem de fase w_{PM} .

Tabela 3.2 – Parâmetros da Função de Transferência Racecar para análise em frequência

Função de Transferência	K_{cr}	w_{cr}	PM	w_{PM}
$G(s) = \frac{100}{(s+2)(s+5)}$	0.7	3.1623	-8.8865	3.7565

Com esses parâmetros é possível determinar os controladores para os seguintes métodos:

3.2.1 Método Ziegler Nichols de malha aberta

O método Ziegler Nichols de malha aberta se aplica se a curva de resposta à uma entrada ao degrau tiver um formato de “S”.

Pode-se, então a partir de K, L e T , agora determinar os parâmetros do controlador PID, pela relação de Ziegler-Nichols mostrada na Tabela 3.1.

Tabela 3.3 - Relação Ziegler Nichols de malha aberta

	K_p	T_i	T_d
PID	$1.2 \frac{T}{LK}$	$2L$	$0.5L$

Logo para o exemplo do Racecar tem-se o seguinte controlador C_1 com filtro derivativo:

$$C_1 = \frac{0.006538s^2 + 0.1549s + 0.9171}{1.688 \times 10^{-6}s^2 + 0.1688s}$$

Logo a resposta ao degrau em malha fechada é mostrada abaixo na Figura 3.16:

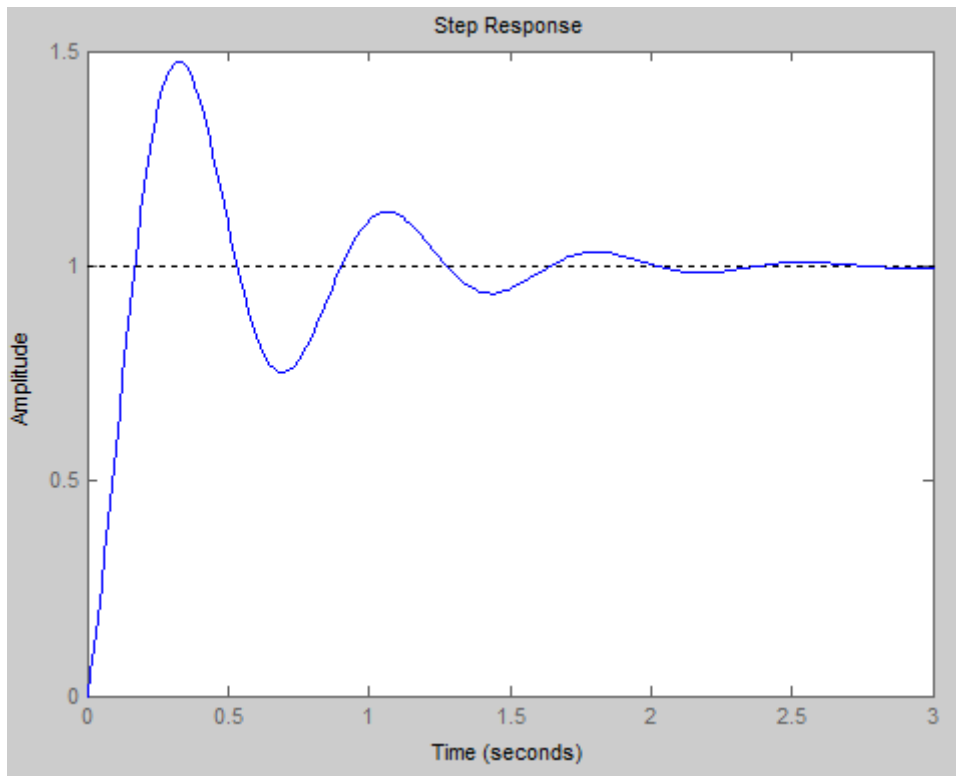


Figura 3.17 - Resposta ao degrau, C1 em malha fechada

3.2.2 Método Ziegler Nichols de malha fechada

No método Ziegler Nichols de malha fechada, para se determinar os parâmetros do controlador PID, é necessário obter K_{cr} e P_{cr} , pelo estudo no domínio da frequência. Com esses dados definidos, pode-se obter os parâmetros do controlador PID com a seguinte relação:

Tabela 3.4 - Relação Ziegler Nichols de malha fechada

	K_p	T_i	T_d
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Logo para o exemplo do Racecar tem-se o seguinte controlador C2 com filtro derivativo:

$$C2 = \frac{0.1036s^2 + 0.4173s + 0.42}{9.935 \times 10^{-6}s^2 + 0.9935s}$$

Logo a resposta ao degrau em malha fechada é mostrada abaixo na Figura 3.17:

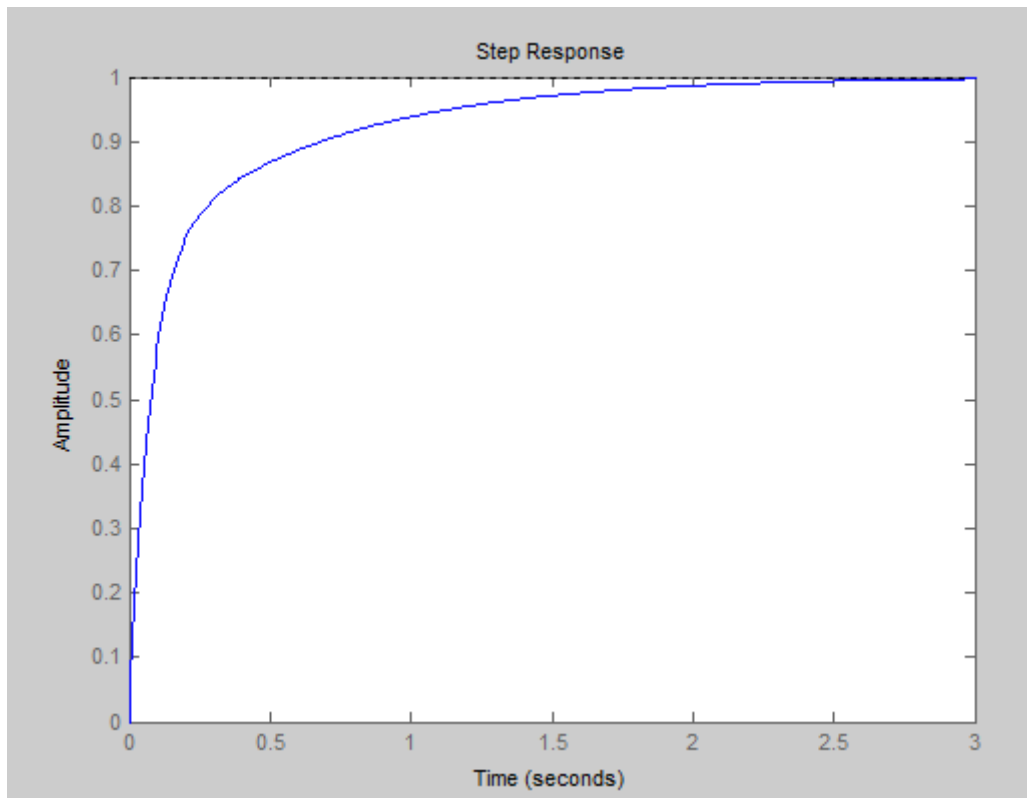


Figura 3.18 - Resposta ao degrau com controlador, C2 em malha fechada

3.2.3 Método Hagglund e Astrôm

Tal método permite que outros pontos da curva de Nyquist além do ponto crítico sejam adicionados na sintonização dos parâmetros do PID.

Como em Ziegler – Nichols, o ponto crítico é determinado por um ganho e uma frequência. Em Hagglud e Astrôm, utiliza-se também a margem de fase crítica.

Assim tem – se :

K_{cr} como o módulo do ganho crítico

PM como a margem de fase crítica

w_{PM} como a frequência da margem de fase.

Com a relação:

$$r_R = \frac{0.66}{K_{cr}} \quad \text{Eq. 3.2}$$

$$\varphi_R = 0.44 - PM \quad \text{Eq. 3.3}$$

Então pode se determinar os parâmetros de acordo com a Tabela 3.3:

Tabela 3.5 - Relação de sintonia Hagglund e Astrôm

	K_p	T_i	T_d
PID	$r_R \cos \varphi_R$	$\frac{2(\tan \varphi_R + \sqrt{1 + (\tan \varphi_R)^2})}{W_{PM}}$	$\frac{T_i}{4}$

E utilizando a Tabela 3.5, tem-se o seguinte controlador C3 com filtro derivativo:

$$C3 = \frac{0.1965s^2 + 0.7834s + 0.7808}{1.003 \times 10^{-5}s^2 + 1.003s}$$

Logo a resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.18.

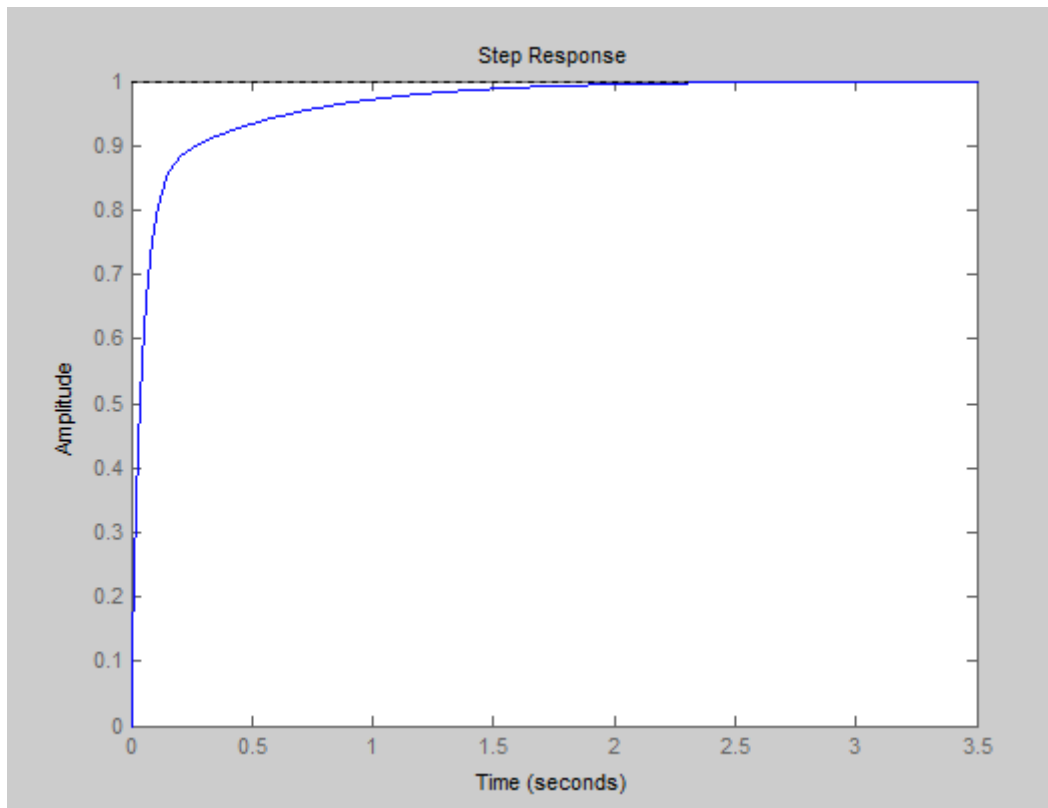


Figura 3.19 - Resposta ao degrau com controlador C3 em malha fechada

3.2.4 Método de resposta CHR

O métodos CHR para obtenção da sintonia dos controladores PID, possui 2 tipos com 2 critérios cada. O primeiro é o método de resposta de perturbação de carga, e o segundo é o método de resposta do valor nominal, ambos tendo a mesma divisão, ou seja um é a resposta mais rápida possível sem sobressinal e outra a resposta mais rápida com 20% de sobressinal. Dados os parâmetros L , K , T e a vistos anteriormente . A sintonia é determinada com a seguinte relação, mostrada abaixo na Tabela 3.4

Tabela 3.6 - Relação de sintonia método CHR – resposta do valor nominal

	Kp	Ti	Td
PID(0% de sobressinal)	$\frac{0.6}{a}$	T	$0.5L$
PID (20% de Sobressinal)	$\frac{0.95}{a}$	$1.4T$	$0.47L$

Tabela 3.7 - Relação de sintonia método CHR – resposta de perturbação de carga

	Kp	Ti	Td
PID (0% de Sobressinal)	$\frac{0.95}{a}$	$2.4L$	$0.42L$
PID(20% de Sobressinal)	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$0.42L$

Para a Tabela 3.6, com o exemplo do Racecar tem-se os seguintes controladores com filtro derivativo:

PID CHR método valor nominal com 0% de sobressinal

$$C4 = \frac{0.01249s^2 + 0.2958s + 0.4585}{6.452 \times 10^{-6}s^2 + 0.6452s}$$

Cuja resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.19.

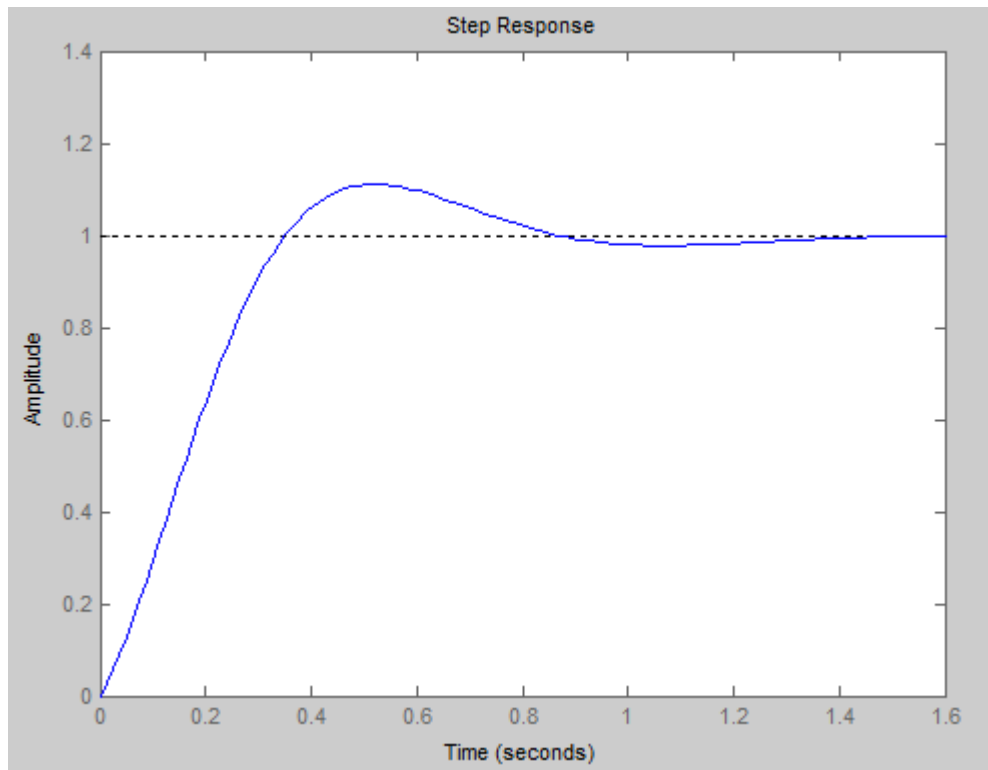


Figura 3.20 - Resposta ao degrau com controlador C4 em malha fechada

PID CHR método do valor nominal 20% de sobressinal

$$C5 = \frac{0.02603s^2 + 0.6558s + 0.726}{9.032 \times 10^{-6}s^2 + 0.9032s}$$

Cuja resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.20.

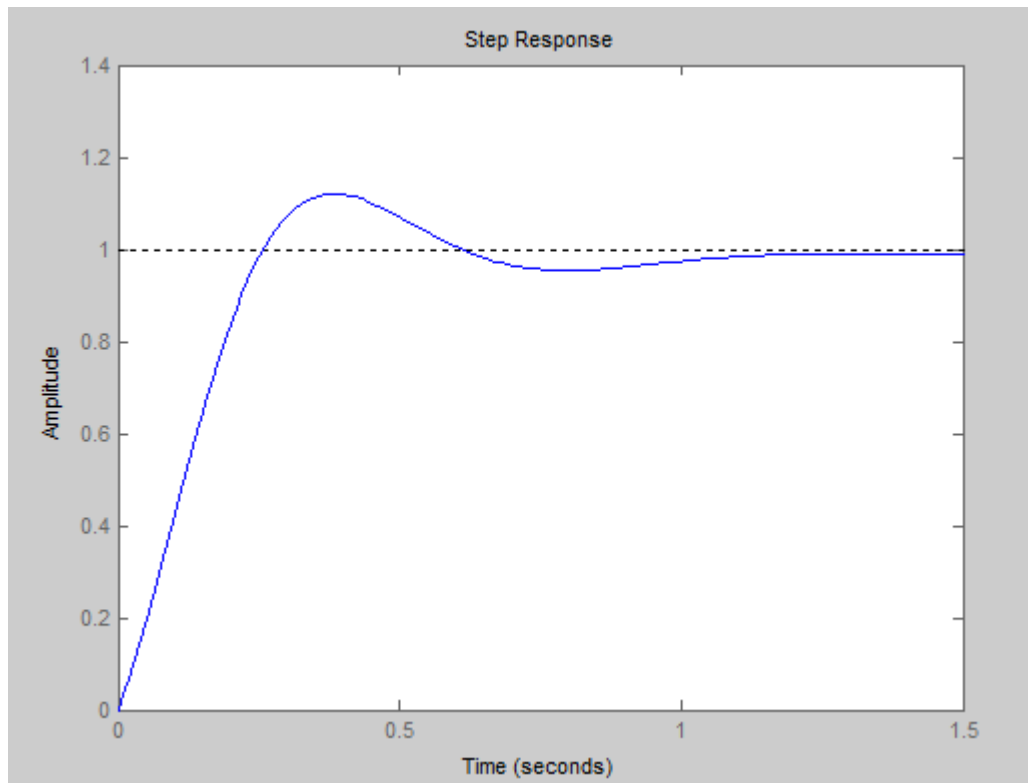


Figura 3.21 - Resposta ao degrau com controlador C5 em malha fechada

Para a Tabela 3.7, tem-se os seguintes controladores:

PID CHR com perturbação de carga com 0% de sobressinal

$$C6 = \frac{0.005217s^2 + 0.1471s + 0.726}{2.026 \times 10^{-6}s^2 + 0.2026s}$$

Cuja resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.21.

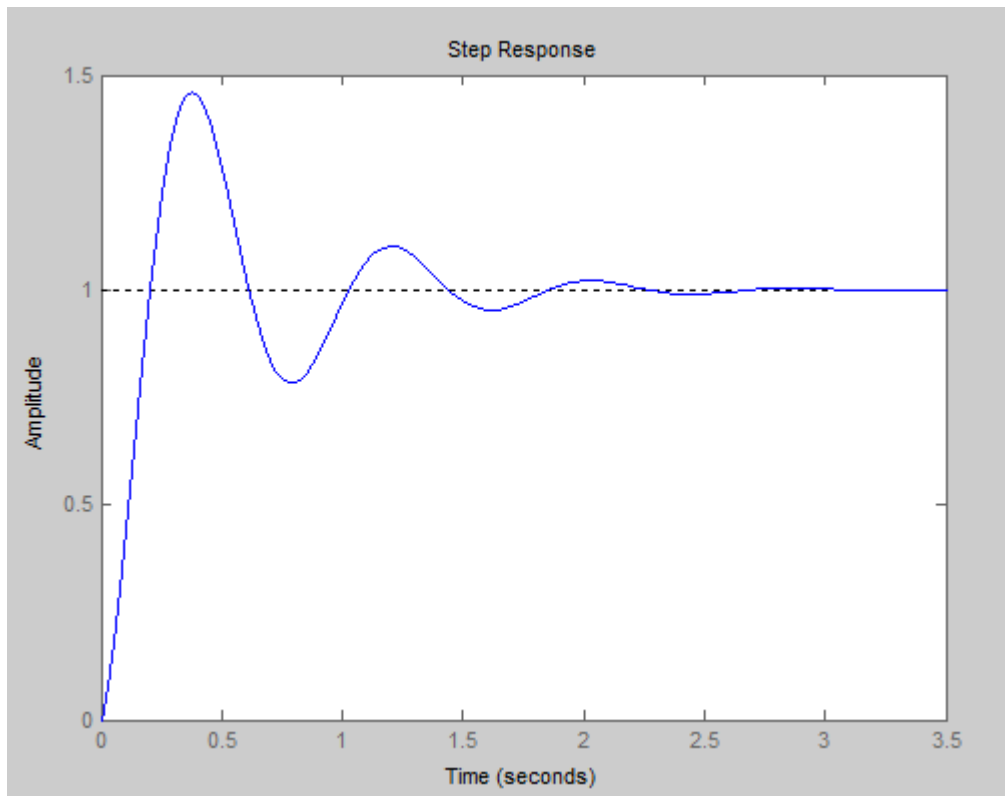


Figura 3.22 - Resposta ao degrau com controlador C6 em malha fechada

PID CHR com perturbação de carga com 20% de sobressinal

$$C7 = \frac{0.005942s^2 + 0.1549s + 0.9171}{1.688 \times 10^{-6}s^2 + 0.1688s}$$

Cuja resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.22.

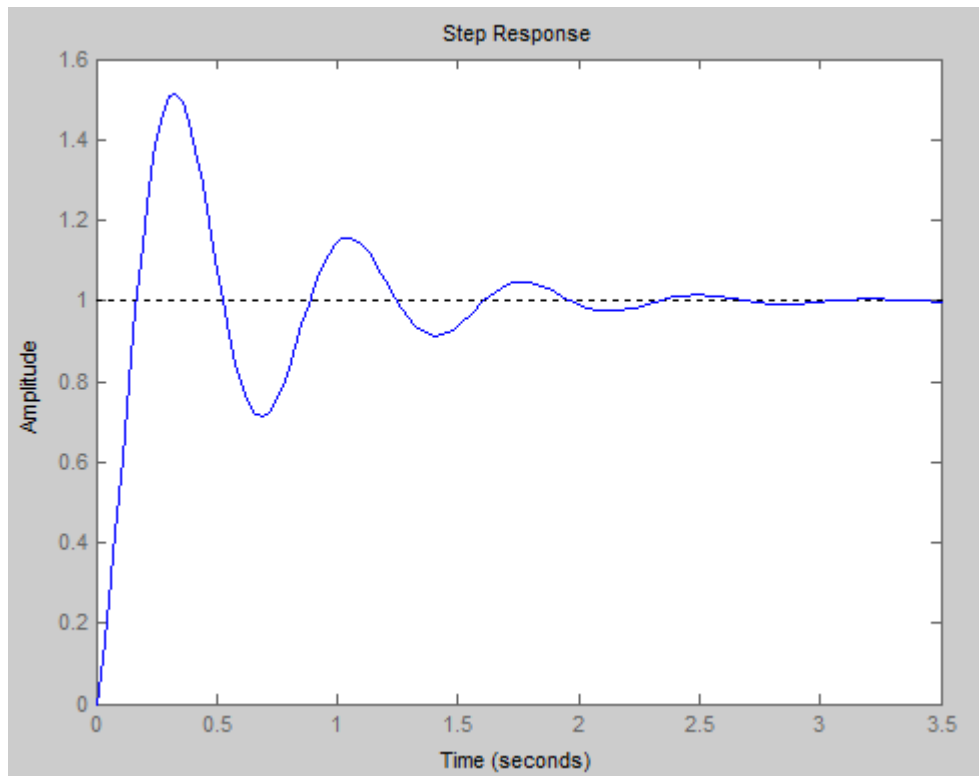


Figura 3.23 - Resposta ao degrau com controlador C7 em malha fechada

3.2.5 Método Cohen – Conn

Com o mesmo princípio de método Ziegler-Nichols de malha aberta, o método adapta a função de transferência a ser controlada aproximando o gráfico da resposta ao degrau em equação de 1º ordem com elevado tempo morto. É possível determinar a robustez ruim como $\frac{L}{T} \leq 2$. Assim, para obter tal controlador tem-se a seguinte relação:

Tabela 3.8 - Relação de sintonia de Cohen-Conn

	K_P	T_i	T_d
PID	$\frac{L}{T} \left(\frac{4}{3} + \frac{T}{2L} \right)$	$\frac{T(32L + 6T)}{13L + 8T}$	$\frac{4LT}{11L + 2T}$

Logo para o exemplo do Racecar tem-se o seguinte controlador C8 com filtro derivativo:

$$C8 = \frac{0.00434s^2 + 0.1869s + 1.369}{1.365 \times 10^{-6}s^2 + 0.1365s}$$

Cuja resposta ao degrau do sistema controlado em malha fechada é mostrado na Figura 3.23.

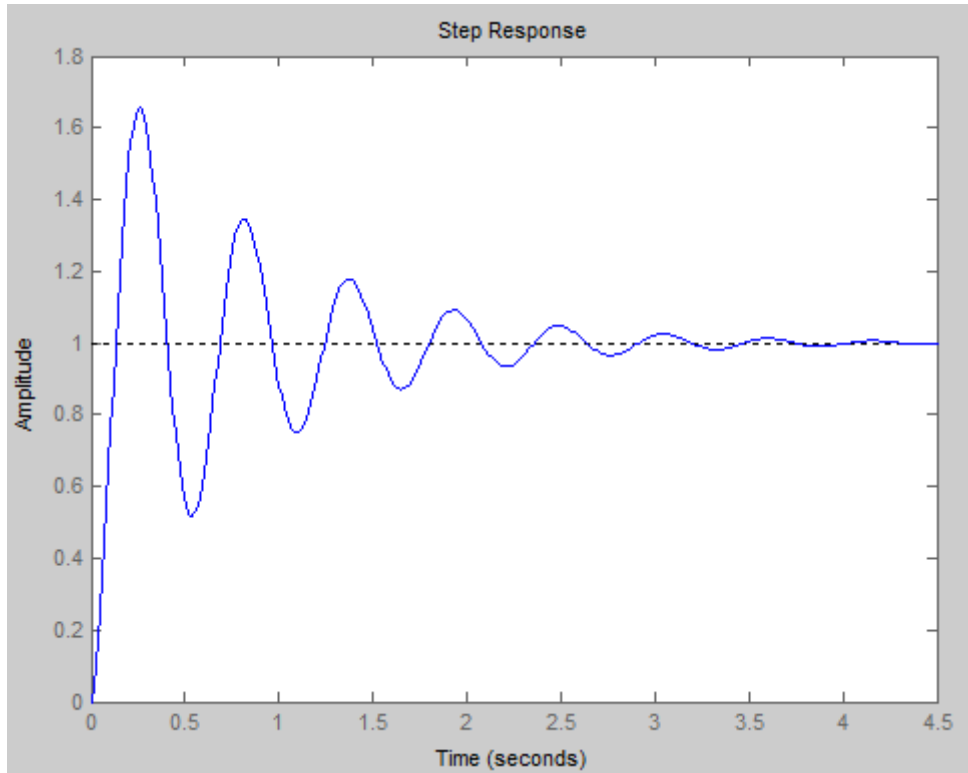


Figura 3.24 - Resposta ao degrau com C8 em malha fechada

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Com os 8 diferentes controladores definidos como bibliotecas para este trabalho, foi proposto a geração de 90 mil funções de transferência aleatórias, sendo 30 mil de segunda ordem, 30 mil de terceira ordem e 30 mil de quarta ordem. Todas, como mencionado no Capítulo 3, respeitando as condições para que o controlador exista. Ou seja, são funções estáveis, de fase mínima, estritamente própria e que não há cancelamento de pólos e zeros dinamicamente.

Os nove desempenhos analisados para as 90 mil funções de transferência, foram normalizados pela forma padrão:

$$\hat{X} = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

Onde \bar{X} é a média e σ é o desvio padrão de um determinado desempenho de uma função de transferência para os oito controladores. Logo cada controlador foi normalizado nos 90 mil valores para cada um dos 9 desempenhos.

Com esta normalização é possível analisar os dados utilizando-se de um histograma. Logo será mostrado abaixo, os 8 histogramas dos respectivos controladores para cada um dos 9 desempenhos.

Sobressinal

A Figura 4.1 mostra que os controladores CHR perturbação de carga e Hagglund Astrom possuem sobressinal inferiores a média dos 8 controladores. E que o Hagglund Astrom possui 100% do valores menores que a média menos um desvio padrão. Sobressinal elevado é notado no controlador Ziegler Nichols de Malha Aberta

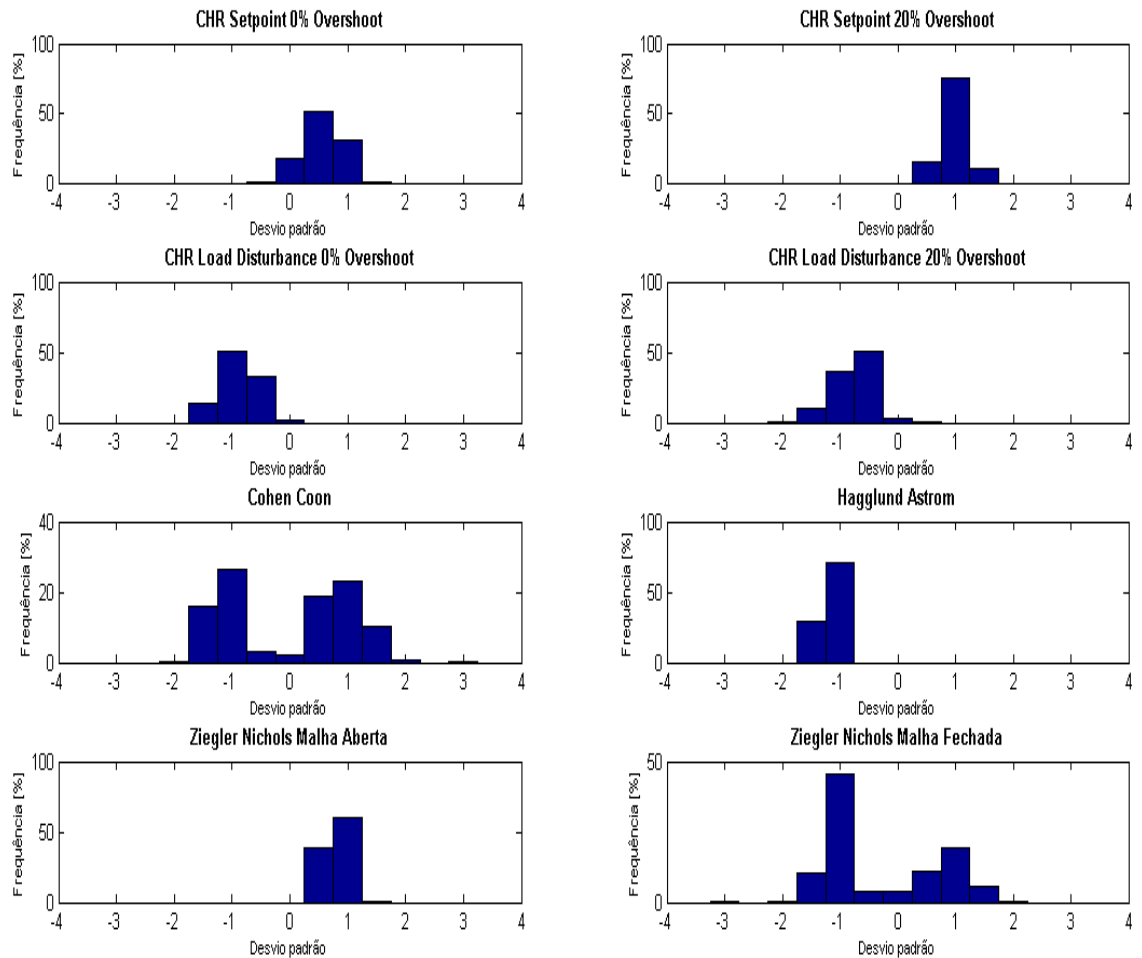


Figura 4.1 - Histogramas de Overshoot

Tempo de Estabilização

A Figura 4.2 mostra que os controladores Cohen Coon e Hagglund Astrom são que possuem o menor tempo de estabilização, pois estão com mais de 50% dos valores menores que a média feita com os oito controladores.

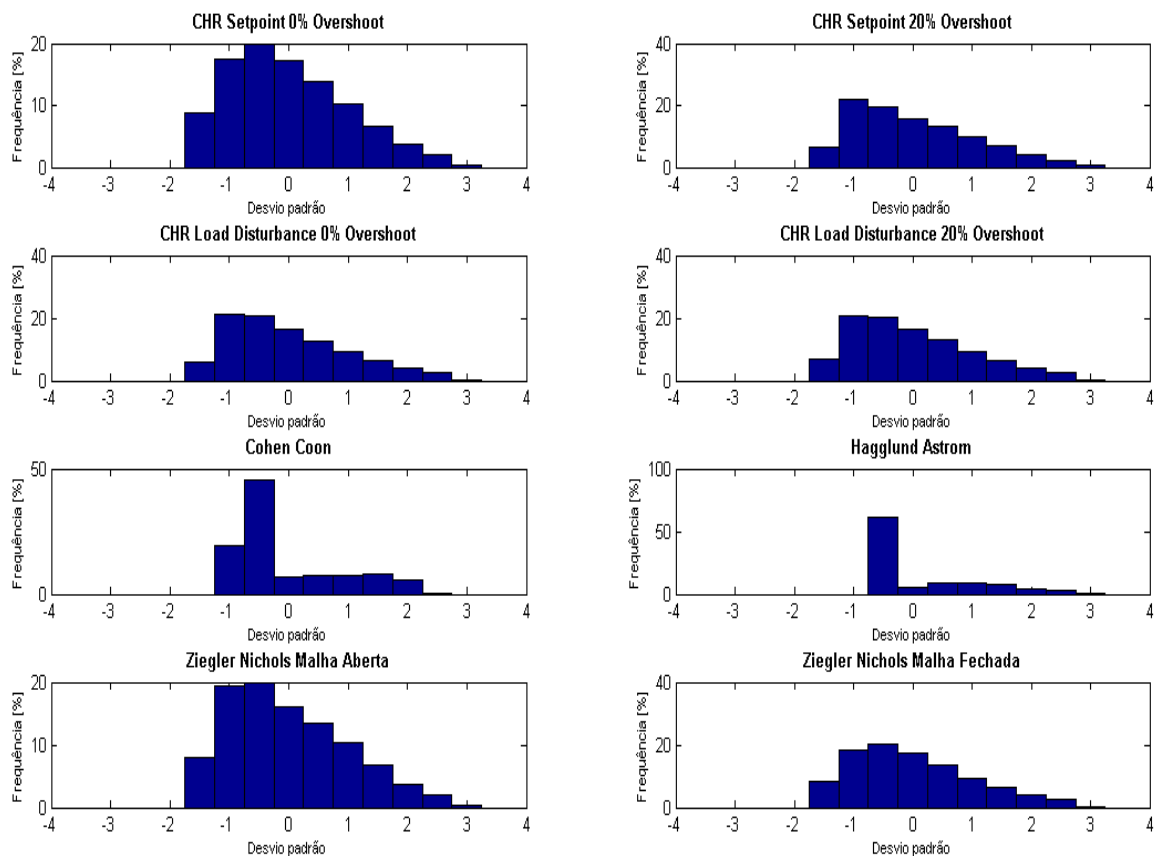


Figura 4.2 - Histogramas de Tempo de Estabilização

Tempo de Subida

A Figura 4.3 mostra que o método CHR Valor Nominal com 20% de de sobressinal e o método Ziegler Nichols de Malha Aberta são os mais rápidos no tempo de subida, pois estão em grande maioria com um desvio padrão menor que a média do tempo de subida para os oito controladores. Analisando da mesma forma é possível concluir também que o método CHR perturbação de carga possui um tempo de subida o mais lento que os demais controladores.

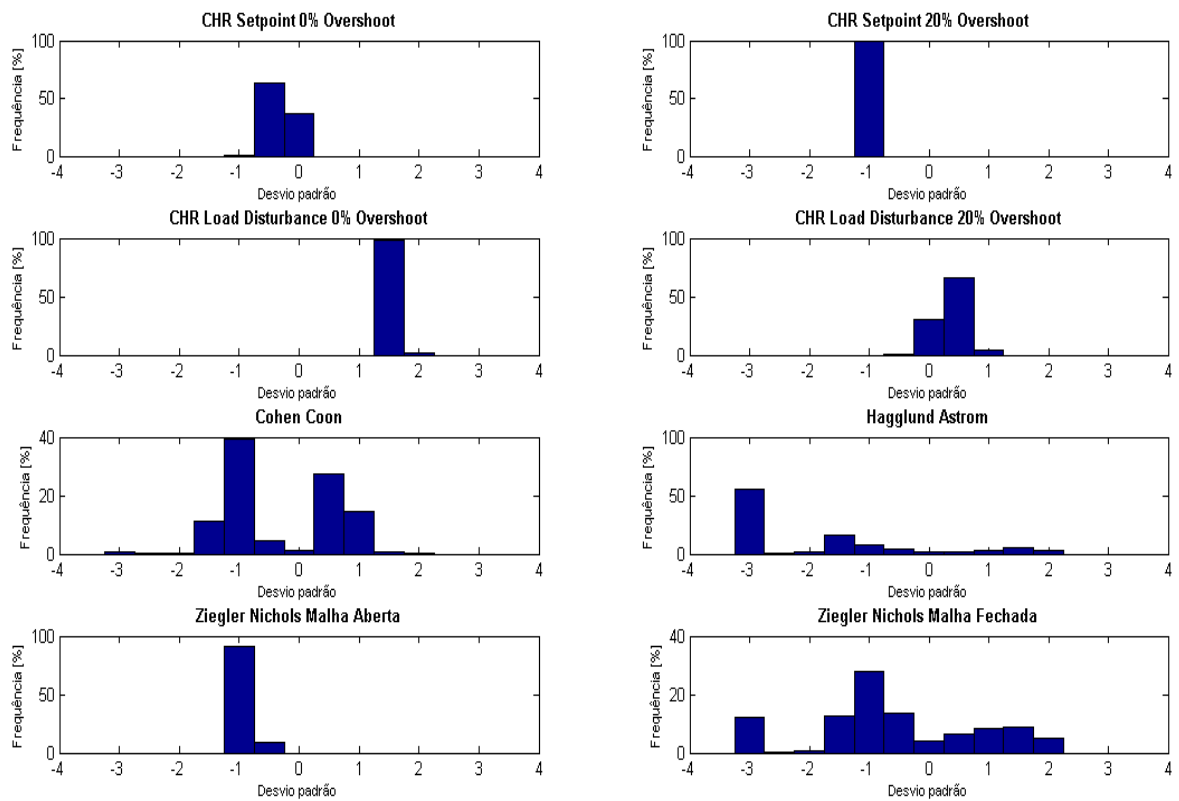


Figura 4.3 - Histogramas de Tempo de Subida

Erro de regime

A Figura 4.4 mostra que o método Ziegler Nichols de Malha Aberta tem o melhor desempenho no erro de regime já que a maioria dos valores são menores que o erro médio dos oito controladores, e que CHR perturbação de carga com 20% de sobressinal e Hagglund Astrom possuem pior desempenho no erro de regime.

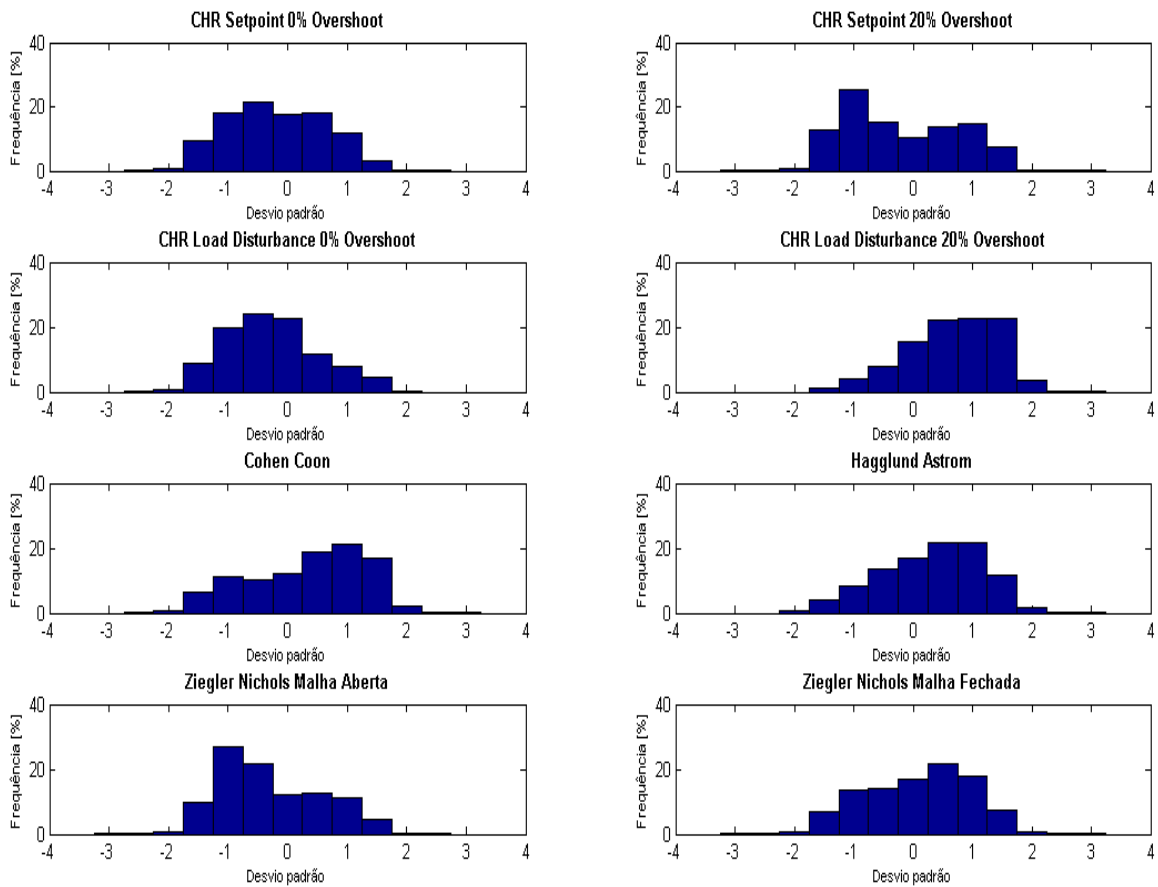


Figura 4.4 - Histogramas de Erro de Regime

Margem de Ganho

Na análise da margem de ganho para o controlador Hagglund Astron o número de valores nos quais poderiam ser analisados sem discrepâncias, tais como margem de ganho infinita, ou indeterminações matemáticas (no caso do matlab NaN), é muito pequeno e foram desconsiderados.

A Figura 4.5 mostra que o método CHR perturbação de carga com 20% de sobressinal mantém os valores em torno da média. Para o desenvolvimento de controladores mais robustos, utiliza-se os controladores que tem a margem de ganho maior, podendo assim aumentar o ganho. O método CHR perturbação de carga com 0% de sobressinal é o que apresenta melhor robustez com mais de um desvio padrão acima da média.

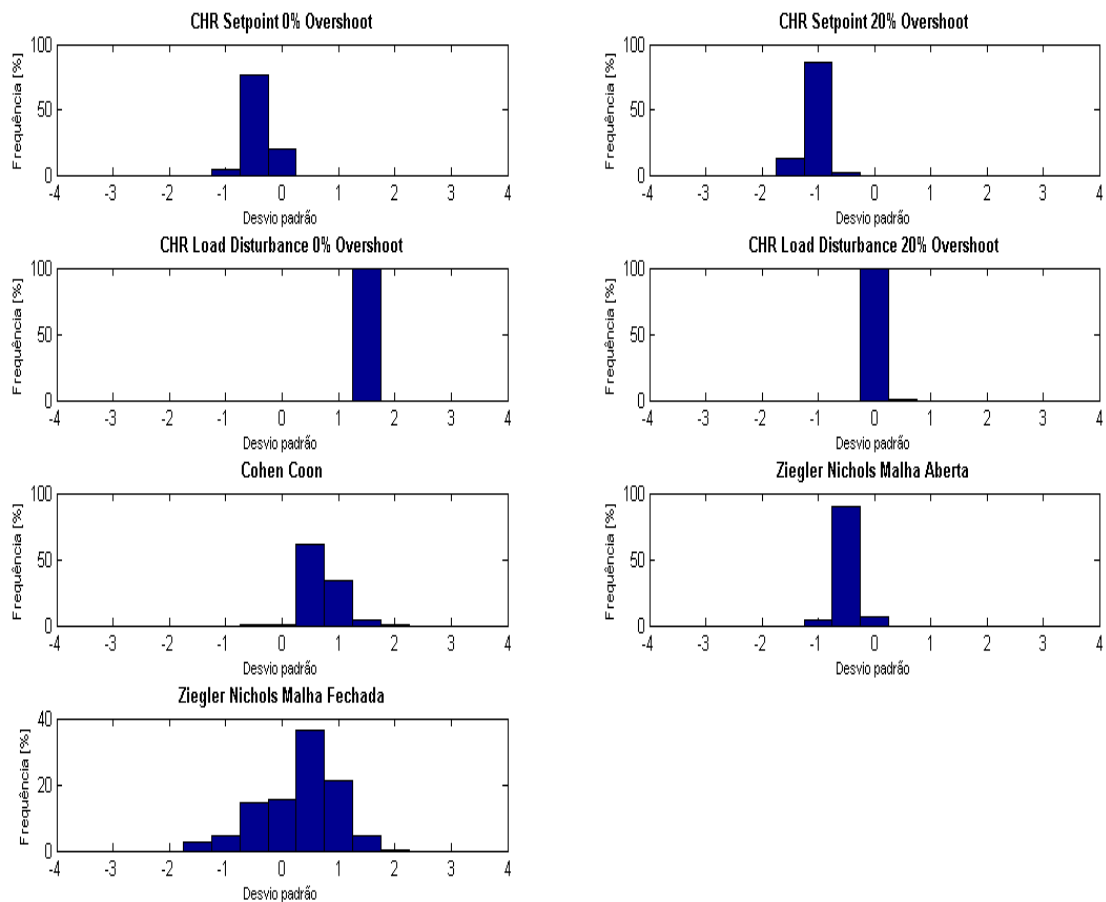


Figura 4.5 - Histogramas de Margem de Ganho

Margem de Fase

Na Figura 4.6 é mostrado a tendência acima da média do método CHR perturbação de carga com 0% de sobressinal, nota-se que a maioria dos valores estão de um a dois desvios padrão acima da média. Com isso, esses controladores tendem a serem mais robusto com relação a atrasos que possa existir no sinal de controle. O método Ziegler Nichols de malha aberta e CHR Valor Nominal com 20% de sobressinal estão com a maioria dos valores abaixo da média dos oito métodos.

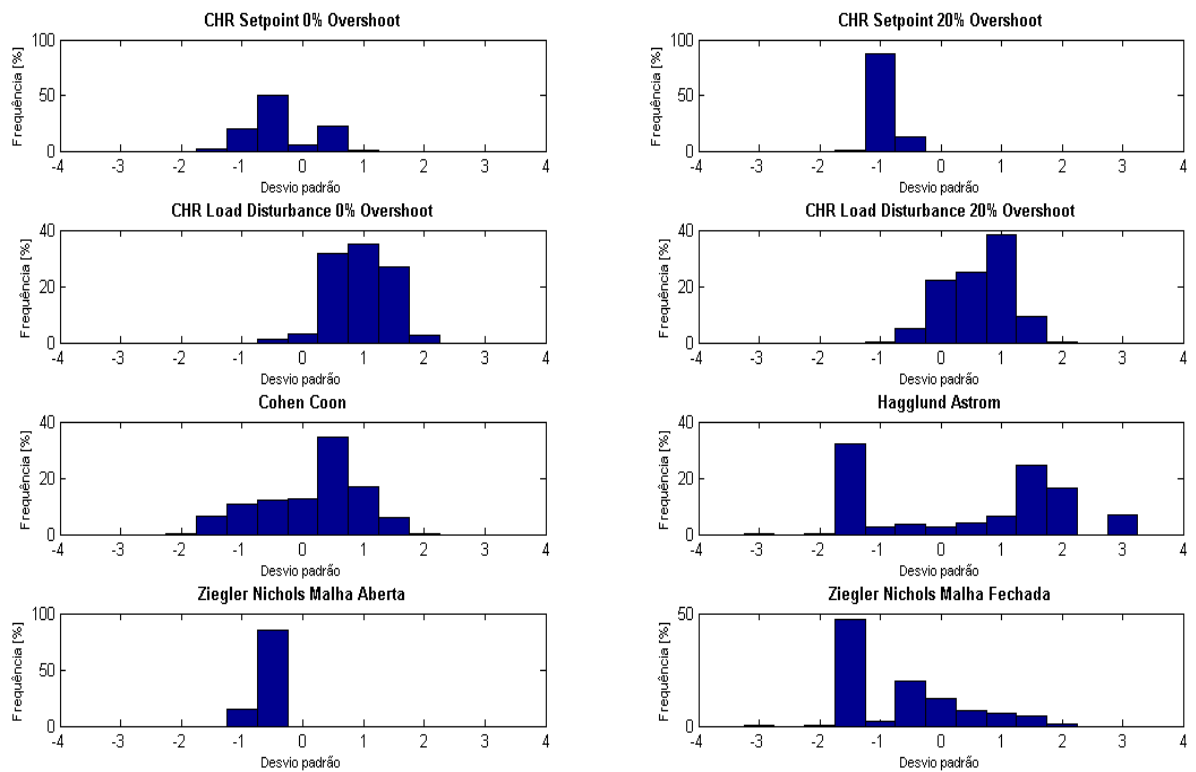


Figura 4.6 - Histogramas de Margem de Fase

Norma 2 do sistema em malha fechada

A Figura 4.7 mostra que o método Hagglund Astrom possui em maioria os valores com menor energia necessária dentre os outros métodos, já que estão todos com um desvio padrão a menos que a média. Por outro lado, o método que requer maior energia é Ziegler Nichols de malha aberta, com seus valores em maioria acima da média.

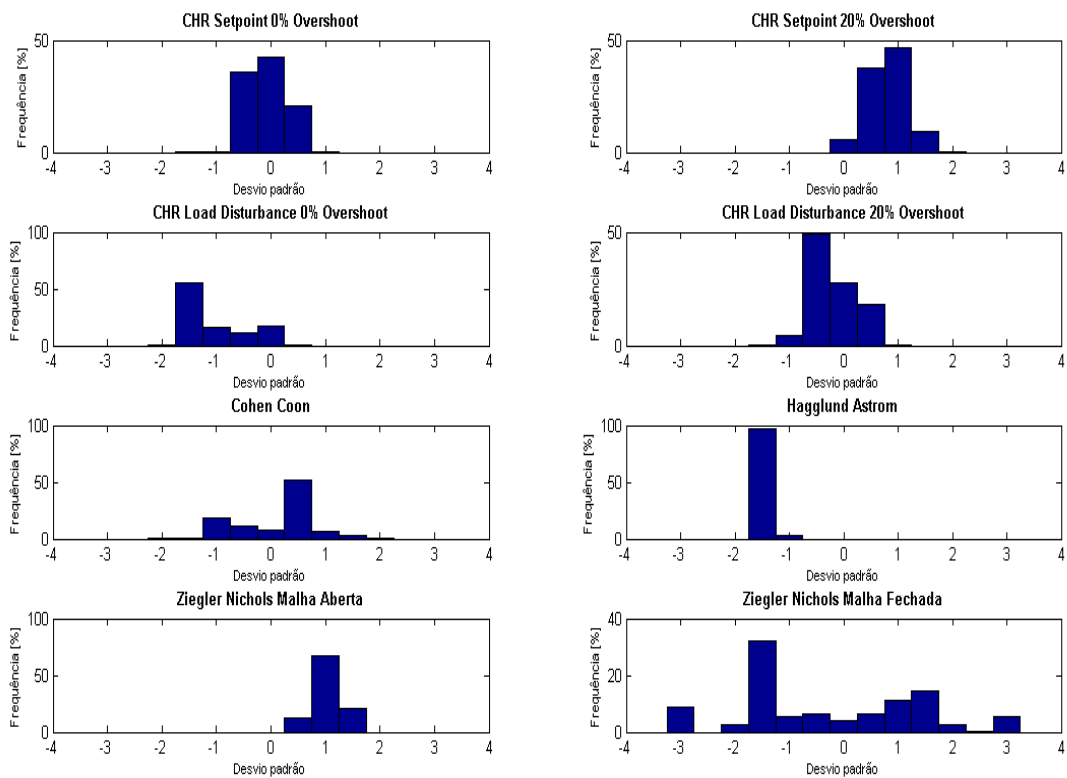


Figura 4.7 - Histogramas da Norma 2 em malha fechada

Norma infinita do sistema em malha fechada

Na Figura 4.8 mostra que dentre os 8 métodos comparados, o método CHR perturbação de carga com 0% de sobressinal apresenta a tendência de menor pico em módulo do sinal em malha fechada, e que o método CHR Valor Nominal com 20% de sobressinal possui a tendência de maior pico.

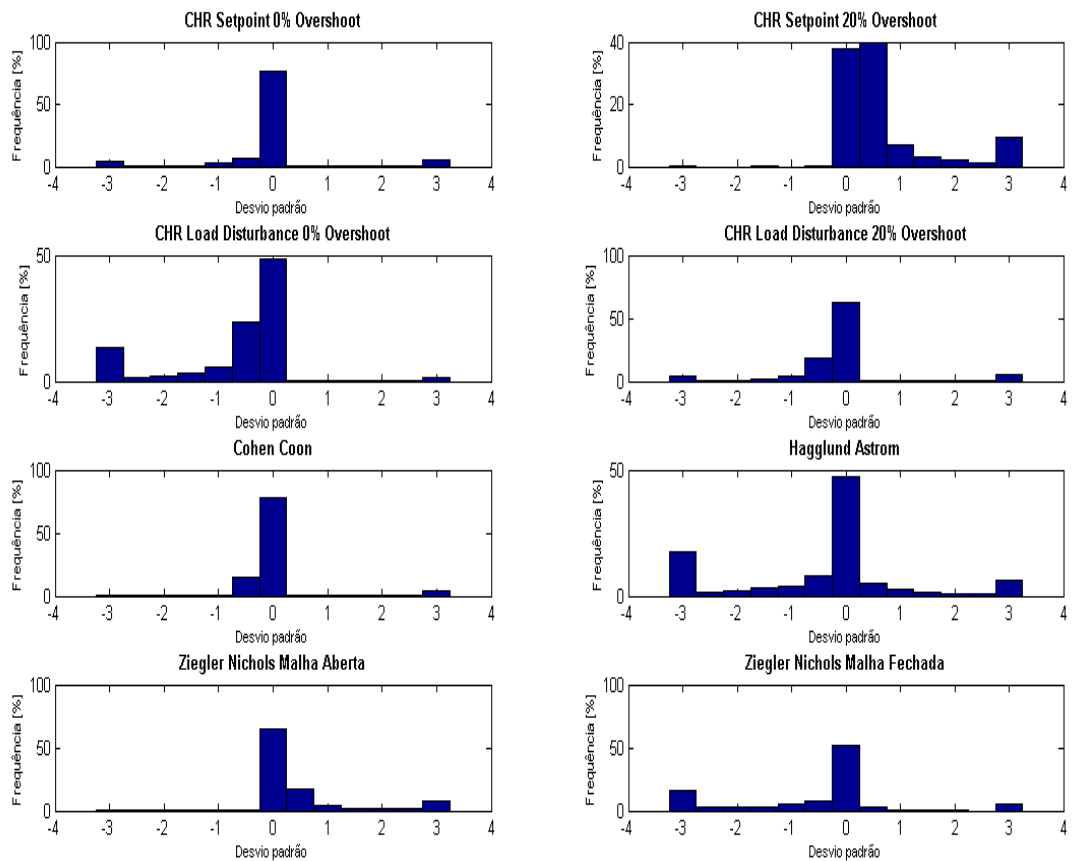


Figura 4.8 - Histogramas da Norma Infinita em malha fechada

Norma infinita do sinal de controle

Na Figura 4.9 os histogramas estão bastante tendenciosos, é possível notar que CHR Valor Nominal com 0% de sobressinal, CHR perturbação de carga 0% de sobressinal e 20% de sobressinal possuem um pico inferior à média dos oito métodos da norma infinita do sinal de controle.

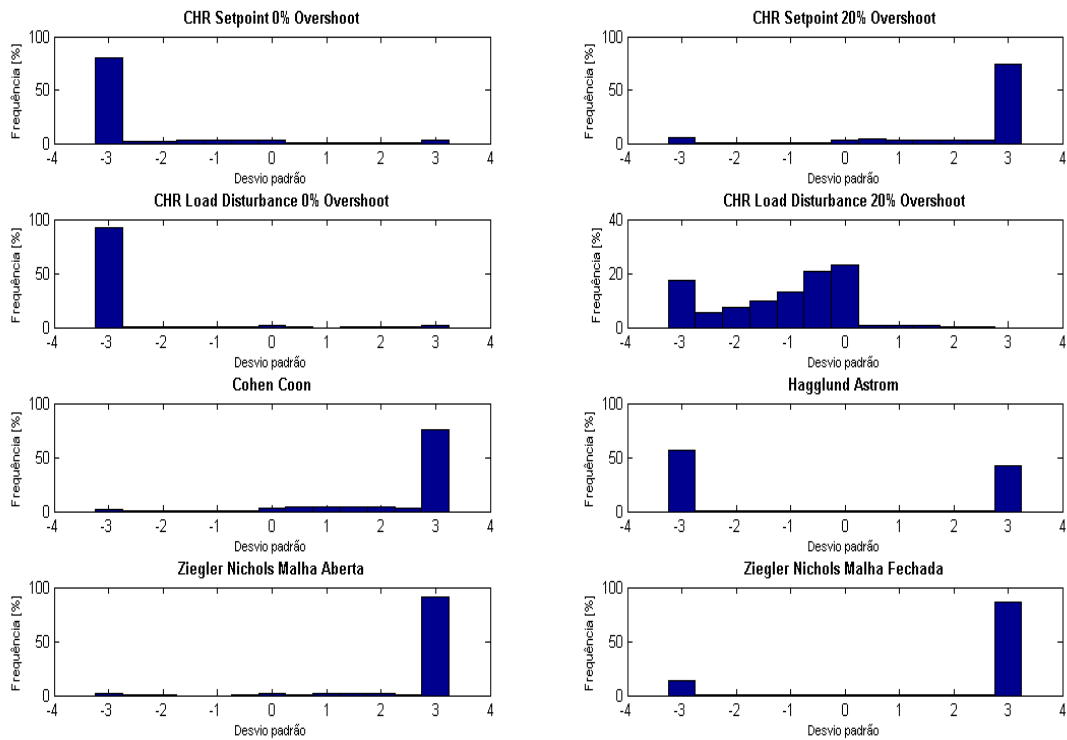


Figura 4.9 - Histogramas da Norma Infinita do Sinal de Controle

Com as análises obtidas com os histogramas, pode-se caracterizar o desempenho para cada controlador quando comparados entre si. Assim, tem-se a seguinte tabela comparativa.

Tabela 4.1 – Comparativo de desempenho dos controladores

	Ziegler Nichols Malha Aberta (C1)	Ziegler Nichols Malha Fechada (C2)	Hagglund Astrom (C3)	CHR perturbação de carga com 0% de sobressinal (C4)	CHR perturbação de carga com 20% de sobressinal (C5)	CHR valor nominal com 0% de sobressinal (C6)	CHR valor nominal com 20% de sobressinal (C7)	Cohen Coon (C8)
Sobressinal	alto	médio	baixo	alto	alto	baixo	baixo	médio
Tempo de Estabilização	médio	médio	rápido	lento	médio	médio	médio	rápido
Tempo de Subida	rápido	médio	rápido	rápido	rápido	lento	lento	médio
Erro de Regime	baixo	médio	alto	médio	médio	baixo	alto	alto
Robustez de Ganho	baixa	alta	-----	baixa	baixa	alta	médio	alta
Robustez de Atraso	baixa	baixa	média	baixa	baixa	alta	alta	alta
Energia necessária	alta	baixa	baixa	média	alta	baixa	baixa	alta
Robustez sistema	baixa	média	média	média	baixa	alta	média	média
Esforço de controle	alta	alto	médio	baixo	alto	baixo	baixo	alto

Nem todas as 90 mil funções de transferências se tornaram estáveis em malha fechada. O número de sistemas estáveis em malha fechada variou para cada método de sintonia PID. Assim a Figura 4.10 mostra para cada controlador C_i (ver tabela 4.1), a quantidade de sistemas estáveis em malha fechada.

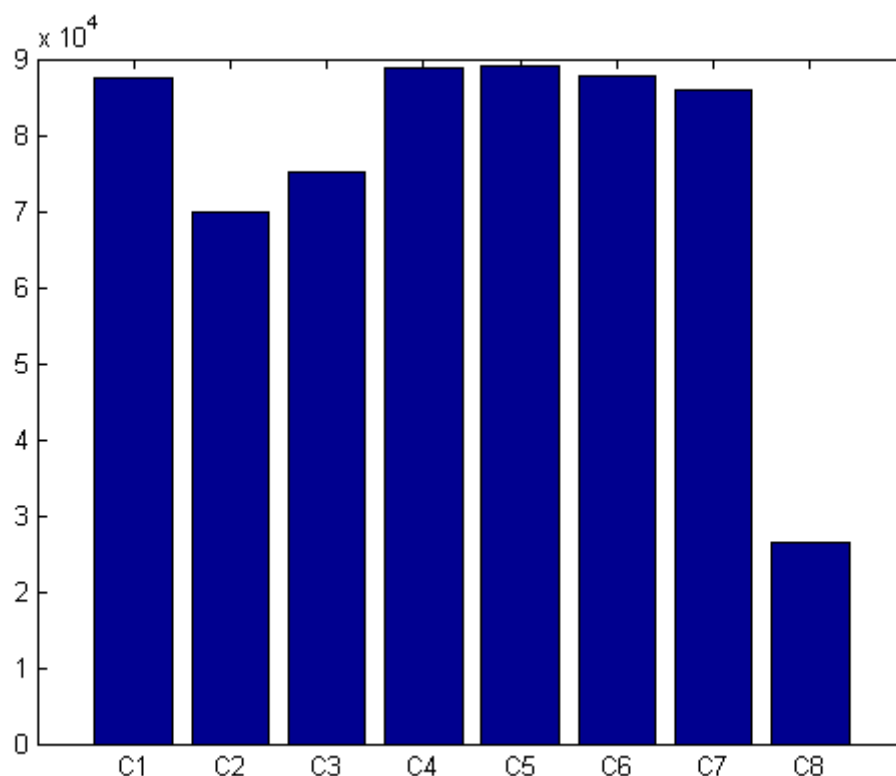


Figura 4.10 - Estabilidade por método PID

Com a Tabela 4.1, pode-se escolher qual método de sintonia de PID melhor corresponderá com as necessidades do projetista. Por exemplo, para um desempenho que necessite apenas de baixo sobressinal e rápido tempo de estabilização, o método Hagglund Astrom é o mais indicado. Porém tal método possui um alto erro de regime, logo um outro método de sintonia poderia ser utilizado se fosse necessário, como por exemplo Cohen Coon.

Capítulo 5

Conclusões

O objetivo deste Trabalho de Graduação foi alcançado, pois com os resultados mostrados no Capítulo 4, tem-se a distinção estatística dos métodos de sintonia de controladores PIDs por desempenho, permitindo assim escolher um determinado método em detrimento de outro de acordo com o desempenho desejado.

As bibliotecas com os métodos utilizados, desenvolvidas neste Trabalho de Graduação, foram otimizadas e ajustadas para serem chamadas e trabalharem de maneira autônoma para gerarem 90 mil controladores cada uma e assim obter 9 diferentes desempenhos. Algumas adaptações foram feitas devido à grande parte dos métodos utilizados serem analíticos, tendo que, assim, o código desenvolvido ter que adotar aproximações com os cálculos realizados.

Os métodos de Ziegler Nichols e CHR do valor nominal com 20% de sobressinal foram comparados com os controladores gerados pelo toolkit do MATLAB sisotool, e se mostraram bem condizentes com o desenvolvido. Esses controladores fornecidos pelo sisotool não são gerados com uma linha de comando, mas sim por uma interface orientada à objeto com o usuário, assim o desenvolvimento dessas bibliotecas como mostrado no Anexo A, se fez necessário.

Durante esse Trabalho de Graduação, tais bibliotecas com os métodos automáticos de sintonia de controladores PIDs foram disponibilizadas no site MATLAB central (<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46864-automatic-tuning-pid-zip>) como open source para livre uso.

Referências Bibliográficas

K. J. Astrom & T. Hagglund - Instrument Society of America (1995); PID Controllers, Theory, Design and Tuning (2nd Edition)

Ogata, Katsuhiko; Engenharia de Controle Moderno. 4ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004;

Ziegler, J. G., N. B. Nichols, Optimum setting for Automatic Controllers. Trans. ASME 64, 759-768, 1942

Cohen, G.H. and G.A. Coon (1953). Theoretical consideration of retarded control. Trans. ASME 75, 827– 834.

Chien-Hrones-Reswick (CHR) PID--PID controller tuned using the CHR (1952) tuning rules. The controller is tuned at a flow rate at the midpoint of the flow range

Stockler, Eduardo; Sintonia de Controladores PID. Universidade de Brasília, 2012

De Campos, M. C. M. M.; Teixeira, H. C. G.; Controles típicos de equipamentos e processos industriais. Editora Edgard Blucher, 1ª edição, 2006.

Satish. R. Vaishnav; Zafar J. Khan; Performance of tuned PID controller and new hybrid fuzzy PD+I controller. World Journal of Modelling and Simulation: Vol. 6 (2010) No. 2, pp.141-149.

Lourenço, João; Sintonia de Controladores P.I.D.; Escola Superior de Tecnologia, 1996.

Anexo A

1. Código do Critério de desempenho:

```
function Crit = criterios_desempenho(ma,C)

% mf é uma TF em malha fechada
mf = feedback(C*ma,1);
[z,p,k] = zpkdata(mf);
Crit.Estavel = all( real(p{1}) < 0 );
Crit.Polos = p{1};
Crit.Zeros = z{1};
Crit.K = k(1);
Step=stepinfo(mf);
%Tempo de Subida; (por default entre 10% e 90%)
%Tempo de Estabilização (por default 2%)
%Overshoot
Crit.Overshoot = Step.Overshoot;
Crit.SettlingTime = Step.SettlingTime;
Crit.RiseTime = Step.RiseTime;
StepVector = step(mf);
Crit.ErrorStep = 1-(StepVector(end));
%Dominio da frequencia
[Crit.MarginGain, Crit.MarginPhase] = margin(mf);
%Energia do sistema em malha fechada
Crit.NormaDoisSis = norm(mf,2);
Crit.NormalInfSis = norm(mf,inf);
% SINAL DE CONTROLE
SC = feedback(C,mf);
% Norma inifinita do sinal de controle
Crit.NormalInfCont = norm(SC,inf);
```

2. Código do Método Ziegler Nichols de Malha Aberta

```
function C = ZNmetodoMalhaAberta(G)
s = tf([1 0],1);
t1 = 0:0.0001:50;
[y,t] = step(G,t1);
y2p = impulse(G*s,t);
n = length(y2p);
K = y(length(y));
for k = 2:n-1
    if ( ( y2p(k) <= 0 ) && ( y2p(k+1) > 0 ) ) || ( ( y2p(k) >= 0 ) && ( y2p(k+1) < 0 ) ) )
        p = k+1; % save inflection point
        Mx = t(p);
        My = y(p);
        break
    end
end
```

```

if ((y(p)- y(p-1)) < (y(p+1)-y(p))) %ver depois aqui de interpolar
    Mx0 = double(t(p-1));
    My0 = double(y(p-1));
else
    Mx0 = double(t(p+1));
    My0 = double(y(p+1));
end
m = (My-My0)/(Mx-Mx0); t1 = Mx - My / m;
[y2 i] = min(abs(y-0.63*K));
B = t(i); L = (t1); T = B-L; a = K*L/T;
%% Parâmetros Controlador
Kp = 1.2*T/(L*K);
Ti = 2*L;
Td = 0.5*L;
eps = 1e-5;
C = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1)); % Controlador com ajuste do derivador

```

3. Código do Método Ziegler Nichols de Malha Fechada

```

function C = ZNmetodoMalhaFechada(G)

s = tf([1 0],1);
[Gm Pm Wgm Wpm] = margin(G);

if ((Gm == Inf)||(Wgm == Inf)||(Gm == 0)||(Wgm == 0))
    p = 1/(s+1e-6);
    [Gm Pm Wgm Wpm] = margin(G/s);
    if ((Gm == Inf)||(Wgm == Inf))
        [Gm Pm Wgm Wpm] = margin(G/p^2);
    end
end

Kcr = Gm;
w = Wgm;
Pcr = 2*pi/w;
s = tf('s');
Kp = 0.6*Kcr;
Ti = 0.5*Pcr;
Td = 0.125*Pcr;
eps = 1e-5;
%% Controlador
C = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));

```

4. Código do Método Hagglund e Astrom

```

function C = HagglundAstrom(G)
s = tf([1 0],1);

```

```

[Gm, Pm, Wgm, Wpm] = margin(G);
if ((Gm == Inf)||(Wgm == Inf)||(Gm == 0)||(Wgm == 0))
    p = 1/(s+1e-6);
    [Gm Pm Wgm Wpm] = margin(G/s);
    if ((Gm == Inf)||(Wgm == Inf))
        [Gm Pm Wgm Wpm] = margin(G/p^2);
    end
end
rP = Gm;
phiP = Pm*pi/180;
w = Wpm;
% Contantes Hagglund and Astrôm, 1988
phiS = 0.44;
rS = 0.66;
phiR = phiS - phiP;
rR = rS/rP;
% Friman and Walter, 1996
Kp = rR*cos(phiR);
Ti = (2/w)*(tan(phiR) + sqrt(1+tan(phiR)^2));
Td = 0.25*Ti;
eps = 1e-5;
%%Controlador
C = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));

```

5. Código do Método CHR do valor nomina 0% e 20% de sobressinal

```

function [C1, C2] = CHR_setpoint(G)
s = tf([1 0],1);
t1 = 0:0.0001:50;
[y,t] = step(G,t1);
y2p = impulse(G*s,t);
n = length(y2p);
K = y(length(y));
for k = 2:n-1
    if ( ( y2p(k) <= 0 ) && ( y2p(k+1) > 0 ) ) || ( ( y2p(k) >= 0 ) && ( y2p(k+1) < 0 ) ) )
        p = k+1; % save inflection point
        Mx = t(p);
        My = y(p);
        break
    end
end
if ((y(p)- y(p-1)) < (y(p+1)-y(p)))
    Mx0 = double(t(p-1));
    My0 = double(y(p-1));
else
    Mx0 = double(t(p+1));
    My0 = double(y(p+1));
end
end

```

```

m = (My-My0)/(Mx-Mx0);
t1 = Mx - My / m;
[y2 i] = min(abs(y-0.63*K));
B = t(i);
L = (t1);
T = B-L;
a = K*L/T;
%% Controlador 1 - 0% de sobressinal
eps = 1e-5;
Kp = 0.6/a; Ti = T; Td = 0.5*L;
C1 = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));
%% Controlador 2 - 20% de sobressinal
Kp = 0.95/a; Ti = 1.4*T; Td = 0.47*L;
C2 = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));

```

6. Código do Método CHR da perturbação de carga 0% e 20% de sobressinal

```

function [C1, C2] = CHR_load_disturbance(G)
s = tf([1 0],1);
t1 = 0:0.0001:50;
[y,t] = step(G,t1);
y2p = impulse(G*s,t);
n = length(y2p);
K = y(length(y));

for k = 2:n-1
    if ( ( y2p(k) <= 0 ) && ( y2p(k+1) > 0 ) ) || ( ( y2p(k) >= 0 ) && ( y2p(k+1) < 0 ) ) )
        p = k+1; % save inflection point
        Mx = t(p);
        My = y(p);
        break
    end
end
if ((y(p)- y(p-1)) < (y(p+1)-y(p)))
    Mx0 = double(t(p-1));
    My0 = double(y(p-1));
else
    Mx0 = double(t(p+1));
    My0 = double(y(p+1));
end
m = (My-My0)/(Mx-Mx0);
t1 = Mx - My / m;
[y2 i] = min(abs(y-0.63*K));
B = t(i);
L = (t1);
T = B-L;
a = K*L/T;
%% Controlador 1 - 0% de sobressinal
eps = 1e-5;

```



```

Kp = 0.95/a; Ti = 2.4*L; Td = 0.42*L;
C1 = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));
%% Controlador 2 - 20% de sobressinal
Kp = 1.2/a; Ti = 2*L; Td = 0.42*L;
C2 = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));

```

7. Código do Método Cohen Coon

```

function C = CohenCoon(G)
s = tf([1 0],1);
t1 = 0:0.0001:50;
[y,t] = step(G,t1);
y2p = impulse(G*s,t);
n = length(y2p);
K = y(length(y));
for k = 2:n-1
    if ( ( y2p(k) <= 0 ) && (y2p(k+1) > 0 ) ) || ( ( y2p(k) >= 0 ) && (y2p(k+1) < 0 ) ) )
        p = k+1; % save inflection point
        Mx = t(p);
        My = y(p);
        break
    end
end
if ((y(p)- y(p-1)) < (y(p+1)-y(p)))
    Mx0 = double(t(p-1));
    My0 = double(y(p-1));
else
    Mx0 = double(t(p+1));
    My0 = double(y(p+1));
end
m = (My-My0)/(Mx-Mx0);
t1 = Mx - My / m;
[y2 i] = min(abs(y-0.63*K));
B = t(i);
L = (t1);
T = B-L;
a = K*L/T;
eps = 1e-5;
%% Controlador CohenCoon
Kp = (1.35/a)*(1+0.18*T/(1-T));Ti = L*(2.5-2*T)/(1-0.39*T);Td = (0.37-0.37*T)*L/(1-0.81*T);
C = Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s/(eps*s + 1));

```