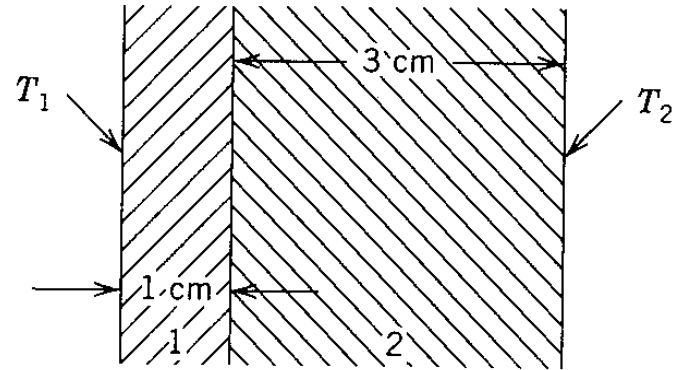


Cap. 8
Resistências Térmicas
Exercícios

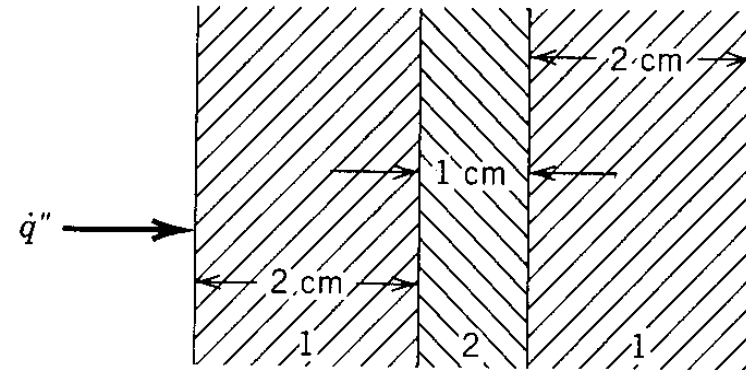
$$\dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{L} \quad \text{ou} \quad \dot{Q} = hA\Delta T$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{onde} \quad R_k = \frac{L}{kA} \quad \text{ou} \quad R_h = \frac{1}{kA}$$

8-7 Desenhe os perfis de temperatura nas seções (a) e (b).
 Calcule a taxa de transferência de Calor em (a)



(a)



(b)

Fluido
 h_{∞}
 T_{∞}

$$k_1 = 14 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$k_2 = 0,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 100^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 30^\circ\text{C}$$

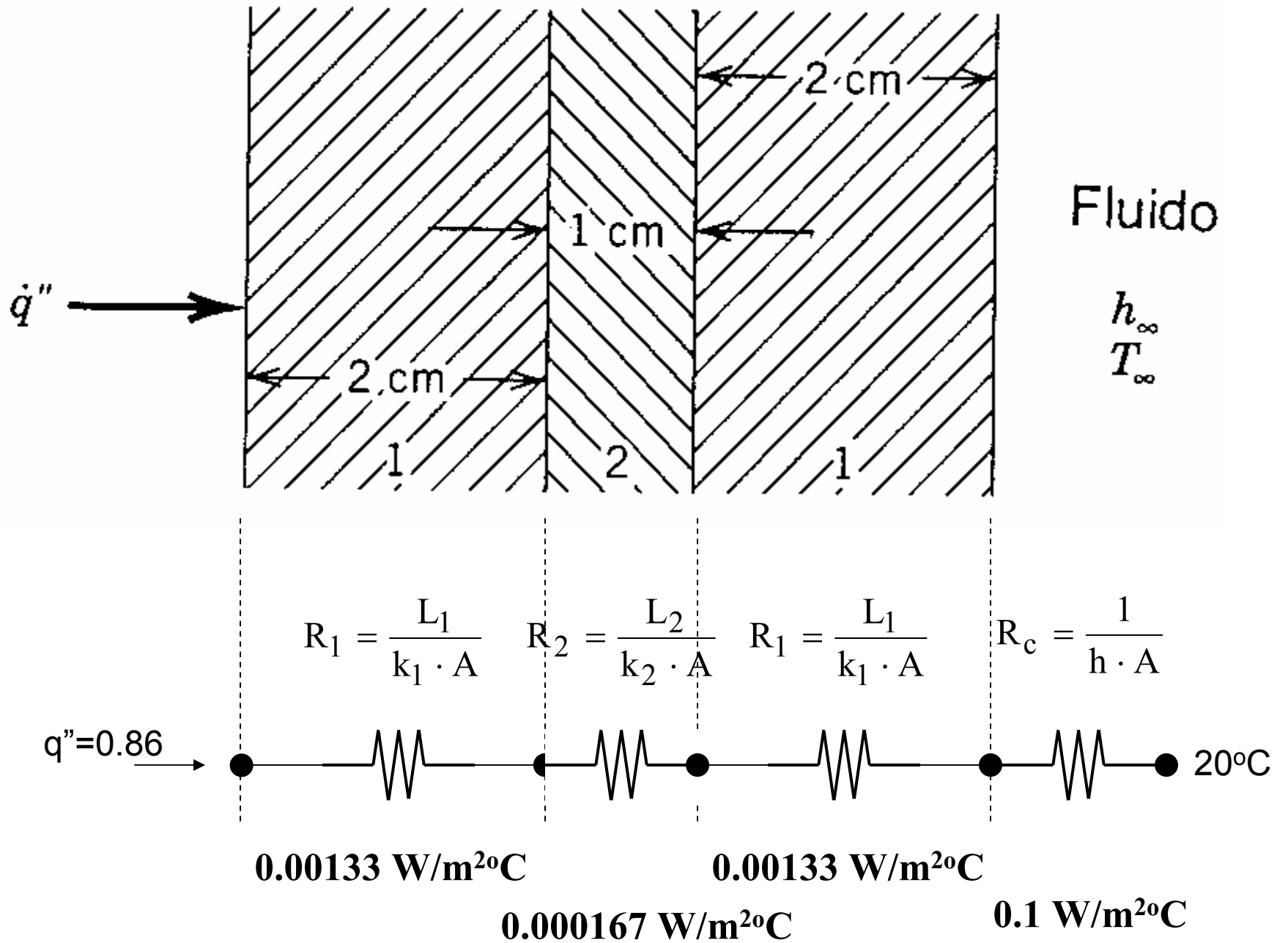
$$q'' = 0,86 \text{ kW/m}^2$$

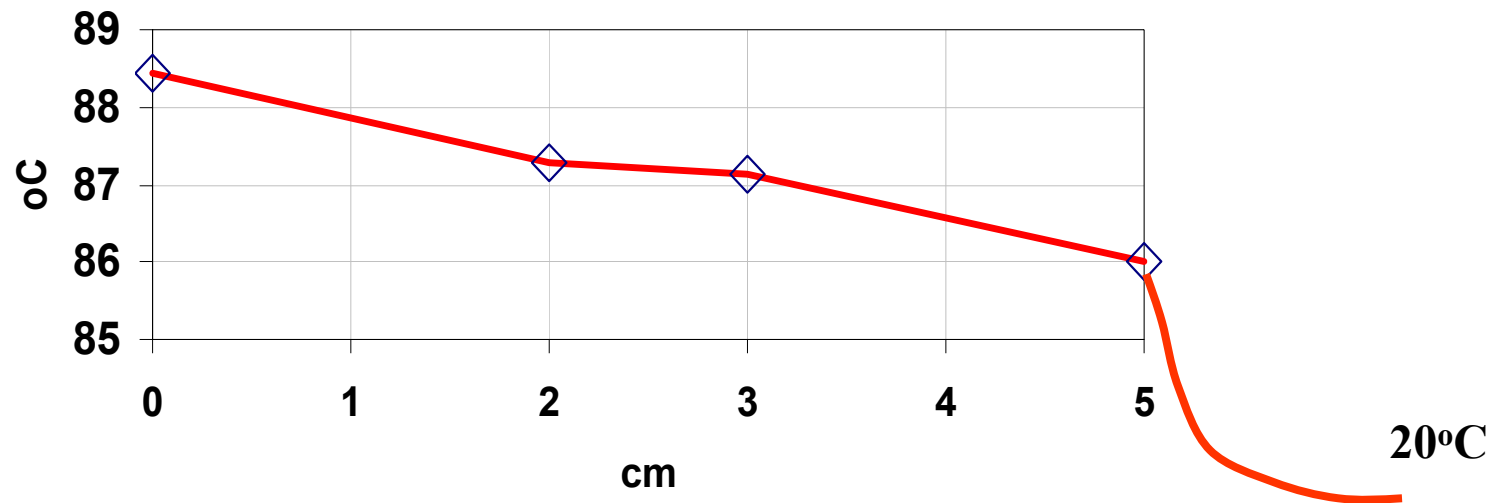
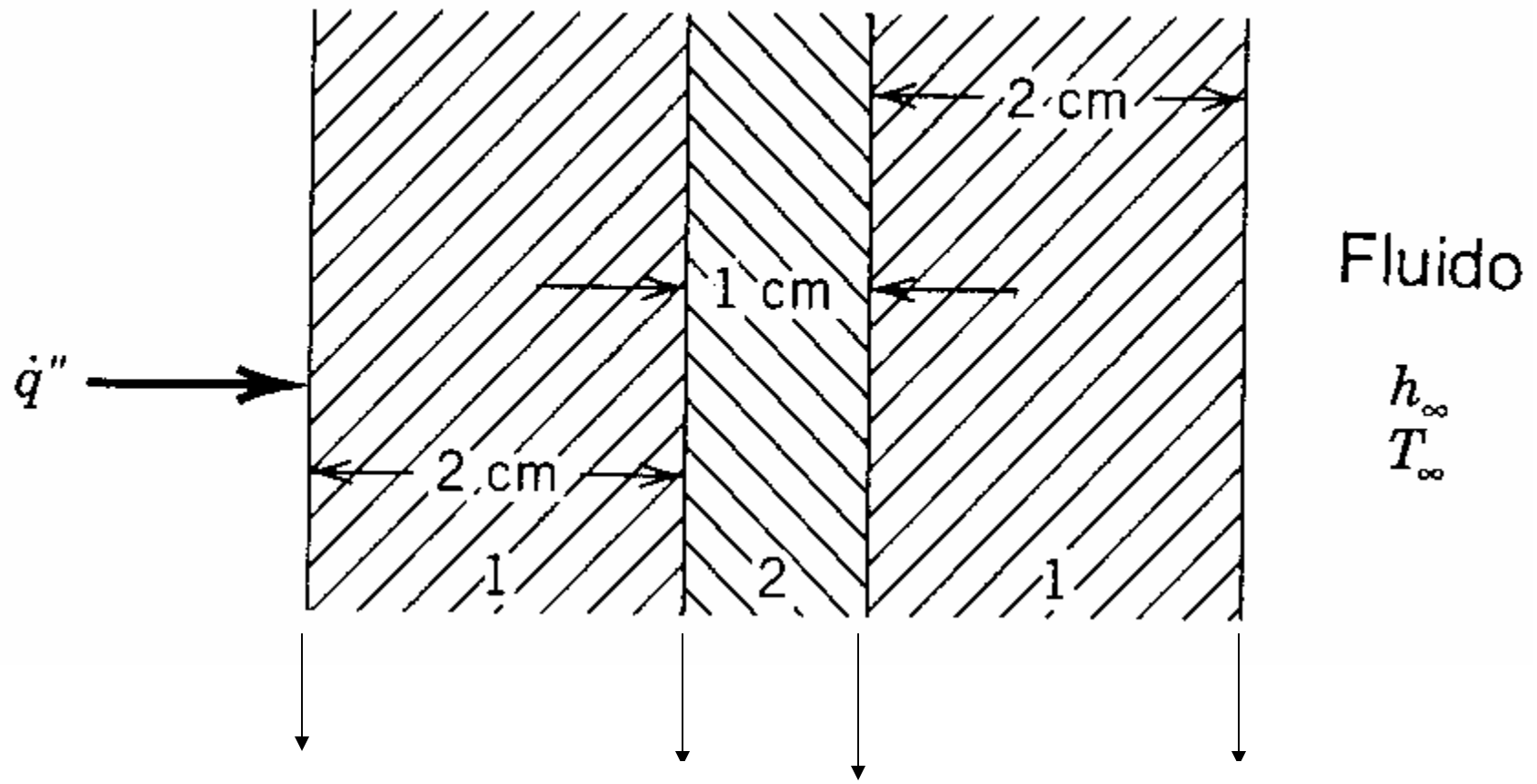
$$k_1 = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$k_2 = 60 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

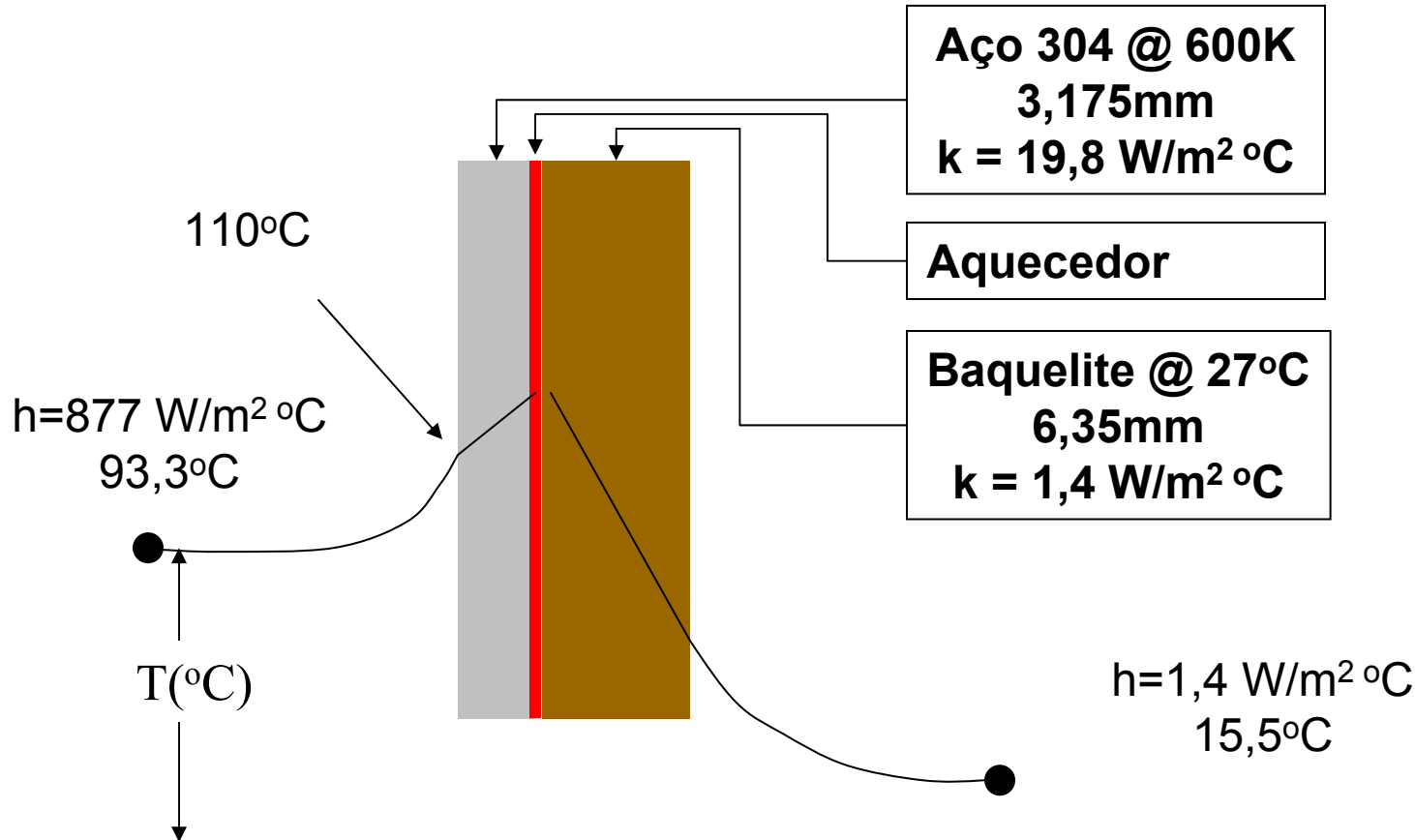
$$h_{\infty} = 10 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_{\infty} = 20^\circ\text{C}$$



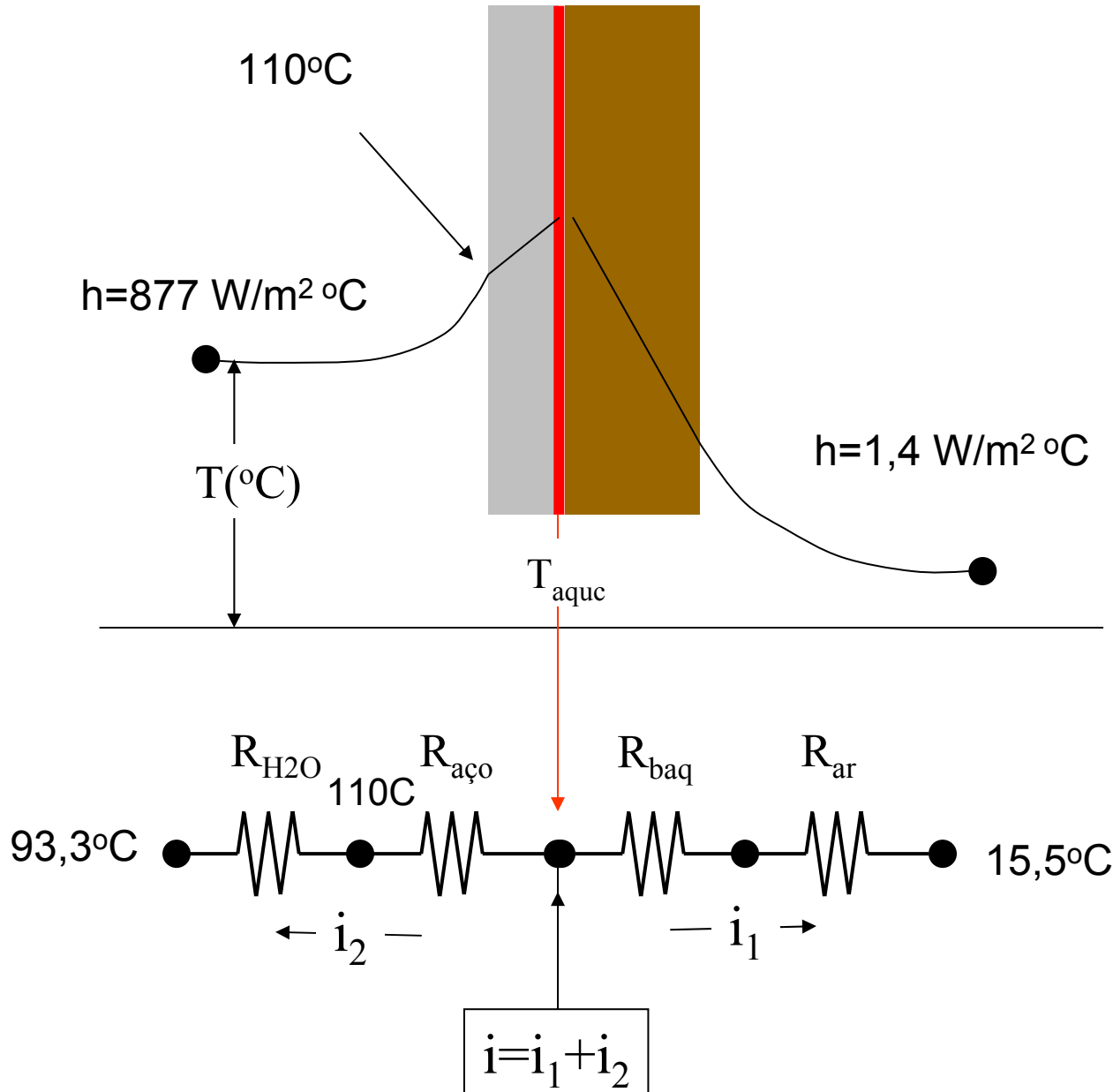


8-9 Um elemento de aquecimento ‘fino’ é colocado entre uma placa plana de aço inoxidável AISI 304 de 1/8” (3,175 mm) de espessura e uma placa plana de baquelite de 1/4” (6,35 mm) de espessura. A superfície de baquelite está em contato com ar a 15,5 °C enquanto a superfície de aço está em contato com água a 93.3 °C. Os coeficientes de transf. de calor por convecção são 1,4 W/m² °C do lado do ar e 877 W/m² °C do lado da água. Determine o fluxo de energia que precisa ser fornecido ao elemento de aquecimento para manter a temperatura da superfície de aço inox em contato com a água a 110°C. Que fração da energia passa através da placa de inox? Despreze a espessura do elemento de aquecimento.



Circuito Equivalente

Resposta



$$R_{\text{H}_2\text{O}} = 0.00114 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$R_{\text{aço}} = 0.00016 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$R_{\text{baq}} = 0.0045 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$R_{\text{ar}} = 0.7142 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$q''_{\text{H}_2\text{O}} = 14646 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$q''_{\text{ar}} = 134.7 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$(\%)_{\text{H}_2\text{O}} = 99 \%$$

$$T_{\text{aquecedor}} = 112.3\text{°C}$$

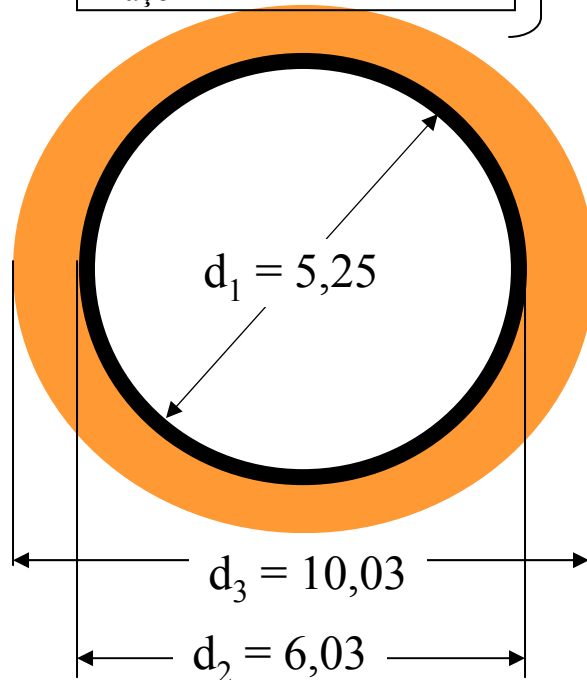
8-11 Um tubo liso de aço carbono com diâmetro interno de 5,25 cm e espessura de 0,78 cm, é recoberto com seis camadas de papel corrugado de asbestos com 2 cm de espessura. A temperatura do vapor de água no lado interno do tubo é de 150°C e o ar no lado externo é de 25°C. Estime: i) a temperatura da superfície do lado externo do isolamento e ii) a taxa de transferência de calor por metro de comprimento do tubo. Dados: $h_{\text{vapor}} = 1500 \text{ W/m}^2\text{°C}$ & $h_{\text{ar}} = 5 \text{ W/m}^2\text{°C}$

$$k_{\text{papel}} = 0,078 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

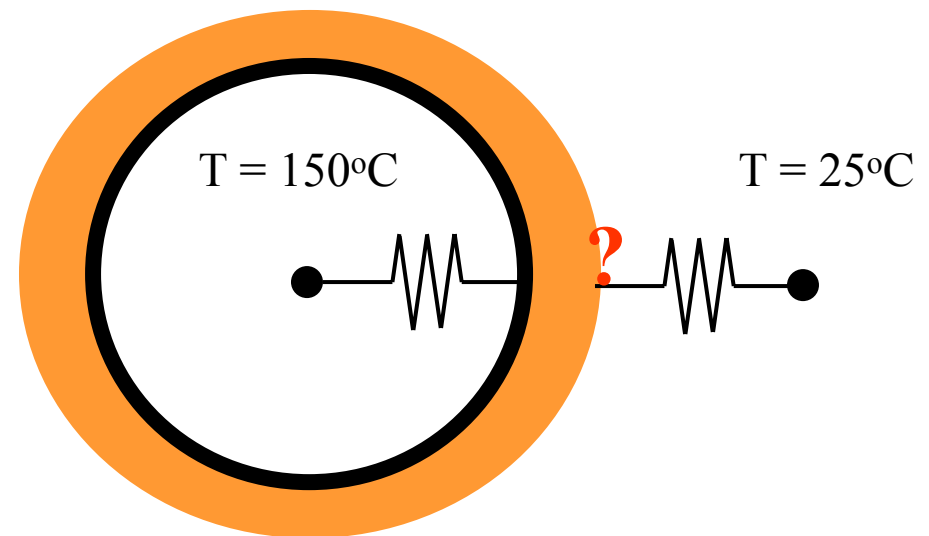
$$k_{\text{aço}} = 60,5 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

Tabs. A-15.4

A-14

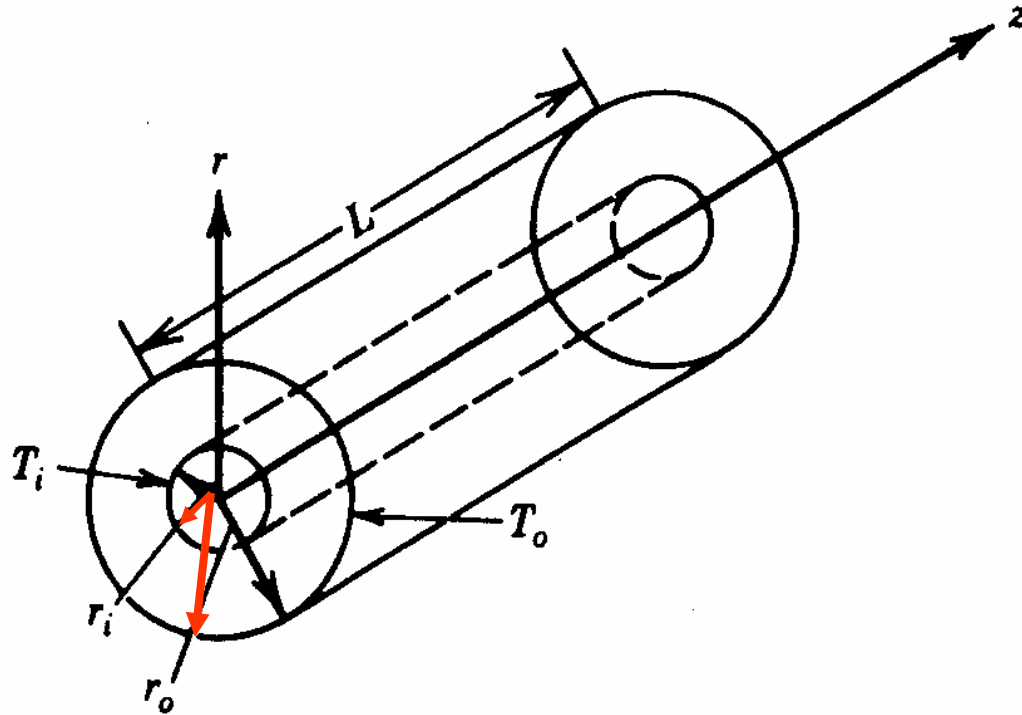


Circuito Equivalente



Como calcular resistência equivalente para tubo cilíndrico?

Condução Radial no Cilindro: Temperatura



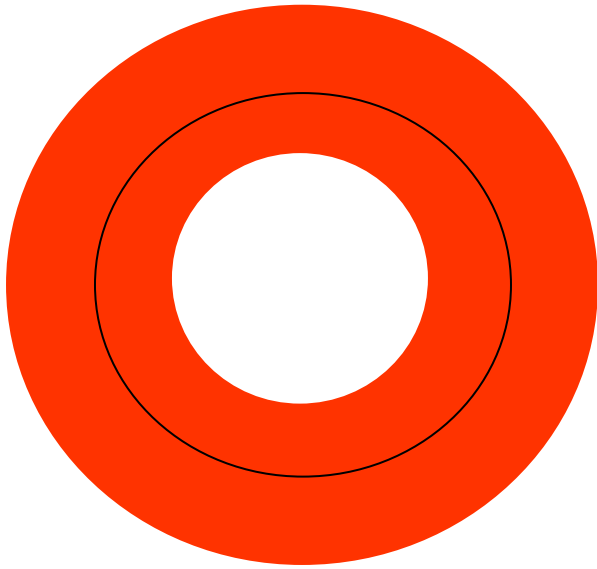
$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$\begin{cases} r = r_i \rightarrow T = T_i \\ r = r_o \rightarrow T = T_o \end{cases}$$

Perfil de temperatura

$$T(r) = T_i - \frac{(T_i - T_o)}{\text{Ln}(r_o/r_i)} \cdot \text{Ln}(r/r_i)$$

Condução Radial no Cilindro: Calor & Resistência Térmica



- O fluxo de calor, q'' , varia pq a área varia radialmente.

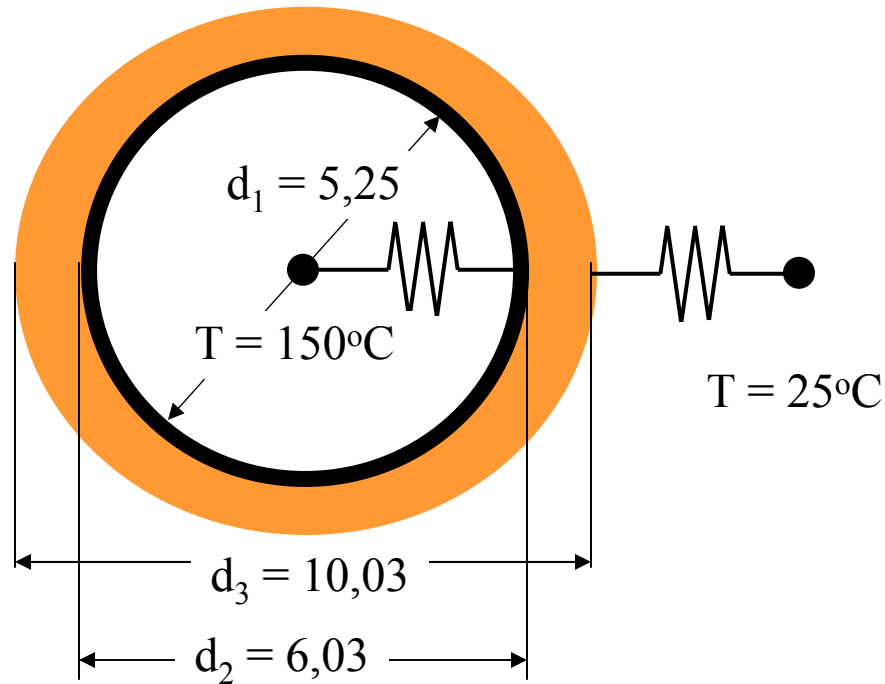
$$\dot{q}'' = -k \frac{dT}{dr} = \frac{k}{r} \cdot \frac{\Delta T}{\text{Ln}(r_o/r_i)}$$

- A taxa de calor, \dot{Q} , que cruza de r_o a r_i é sempre a mesma!

$$\dot{Q} \equiv 2\pi r L \dot{q}'' = \frac{\Delta T}{\left[\frac{\text{Ln}(r_o/r_i)}{2\pi k L} \right]} \rightarrow \mathbf{R_{eq} = \left[\frac{\text{Ln}(r_o/r_i)}{2\pi k L} \right]}$$

Retornando Problema 8-11

Respostas



$$R_{c_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{1}{\pi d_1 L \cdot h_{\text{vap}}} = \frac{0.0020}{L} \quad (0.2\%)$$

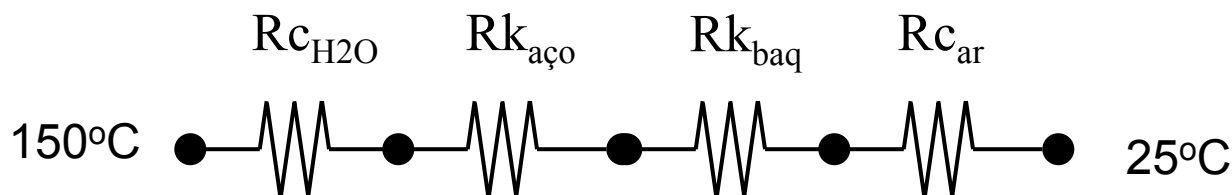
$$R_{k_{\text{aço}}} = \frac{\text{Ln}(d_2/d_1)}{2\pi k L} = \frac{0.0004}{L} \quad (<0.1\%)$$

$$R_{k_{\text{papel}}} = \frac{\text{Ln}(d_3/d_2)}{2\pi k L} = \frac{1.038}{L} \quad (61.9\%)$$

$$R_{c_{\text{ar}}} = \frac{1}{\pi d_3 L \cdot h_{\text{ar}}} = \frac{0.6347}{L} \quad (37.8\%)$$

$$R_{\text{eq}} = 1.6774/L$$

Circuito Equivalente

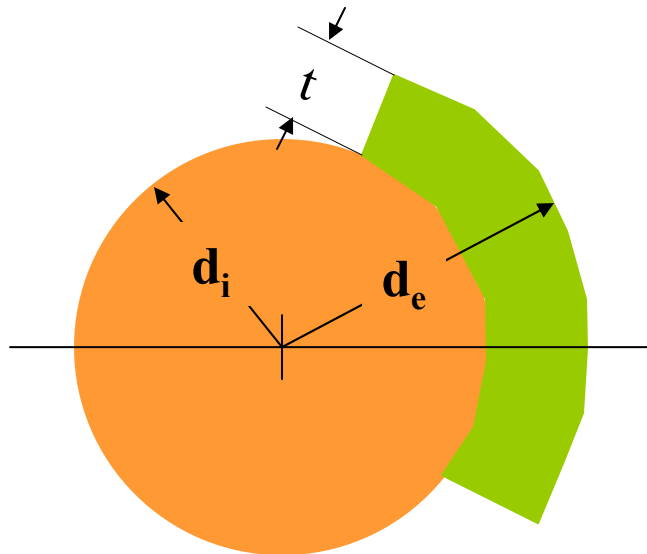


$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\text{eq}}} = 74.5 \text{ W/m}$$

$$T_{\text{ext}} = 72^\circ\text{C}$$

Espessura Crítica de Isolamento

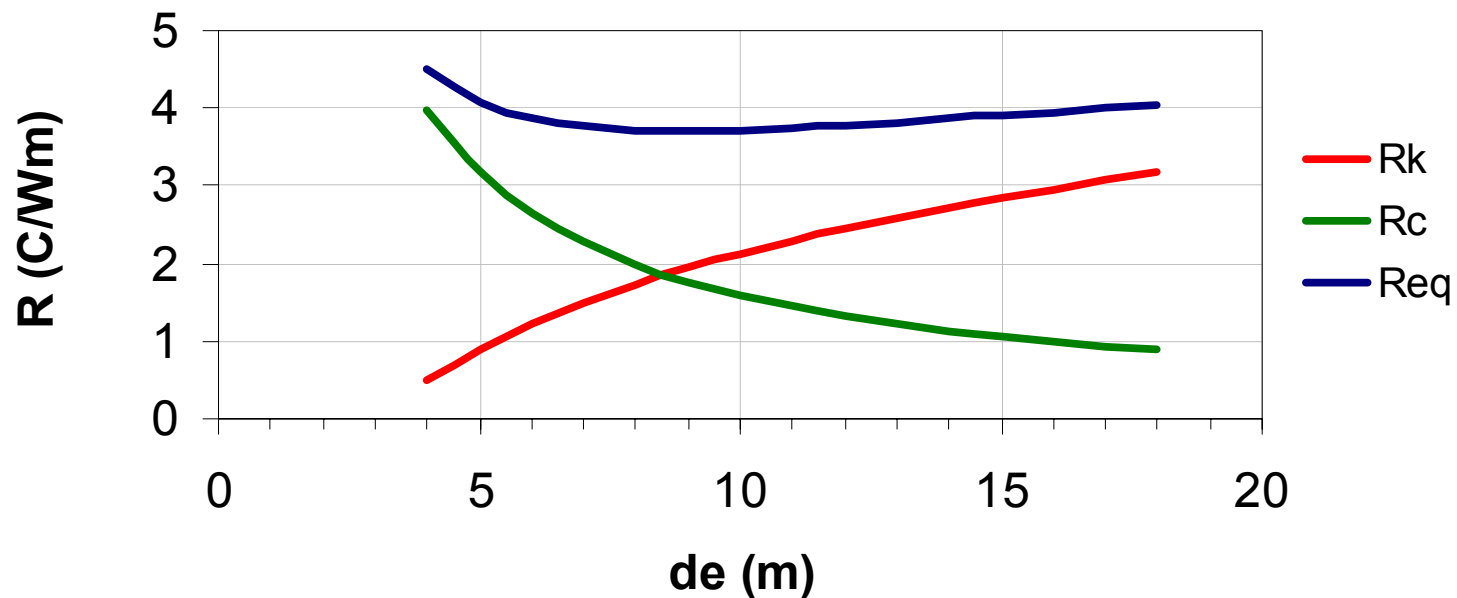
8-17 Um fio elétrico tem um diâmetro de 3 mm. O fio precisa ser isolado eletricamente com um plástico cujo $k = 0,09 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. O coeficiente de transferência de calor por convecção, $h_{ar} = 20 \text{ W/m}^2\text{C}$. A corrente elétrica que o fio pode transportar é limitada pela temperatura que não pode exceder 150°C . Determine: (a) a influência da espessura do isolante, t , na taxa de calor (b) encontre a taxa de calor dissipada por metro linear de fio.



A taxa de calor depende das resistências de condução e convecção.

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_\infty}{\left\{ \frac{\text{Ln}(d_e/d_i)}{2\pi \cdot k_i L} + \frac{1}{\pi \cdot d_e L h_e} \right\}}$$

Fixando o diâmetro do fio, d_i , vamos notar que o aumento da espessura do isolante faz **AUMENTAR R_k** e **DIMINUIR R_c** !



A Resistência equivalente passa por um mínimo e Q passa por um máximo!

O diâmetro crítico é aquele onde R_{eq} é mín & Q é max.

$$\frac{dR_{eq}}{d d_e} = 0 \rightarrow \frac{d}{d d_e} \left[\frac{\text{Ln}(d_e/d_i)}{2\pi \cdot k_i L} + \frac{1}{\pi \cdot d_e L h_e} \right] = 0$$

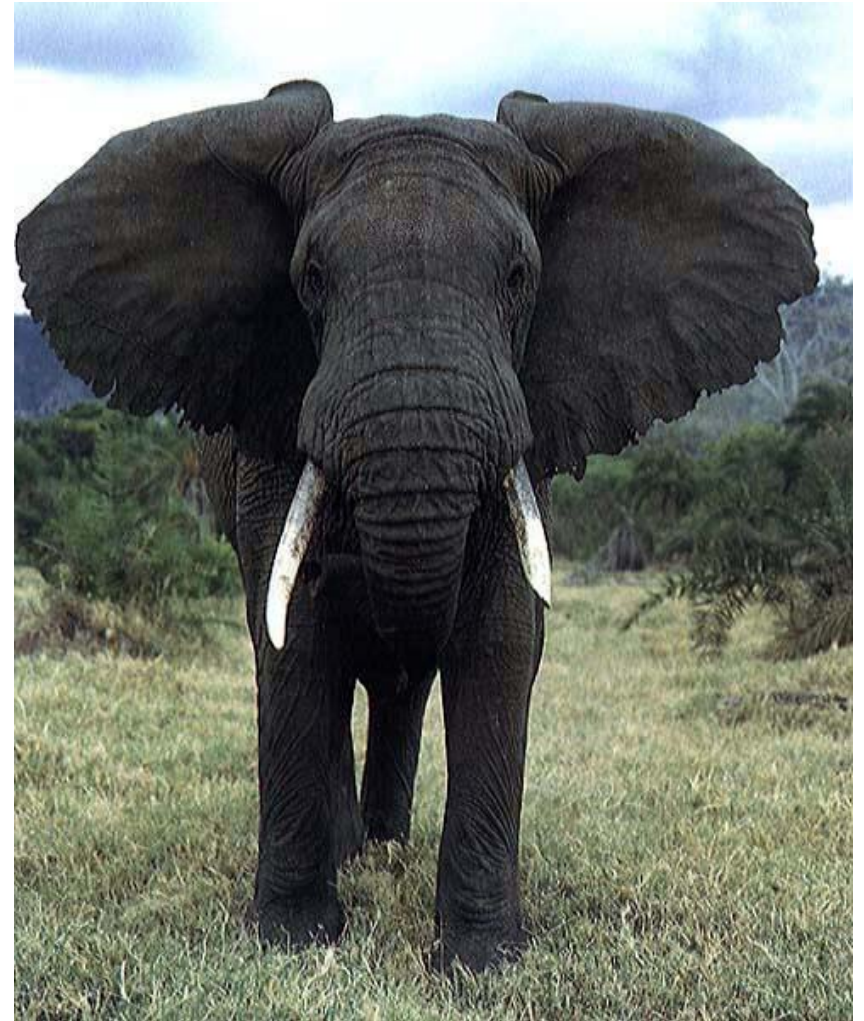
$$d_{crit} = \frac{2k}{h}$$

Neste problema, $d_{crit} = 9 \text{ mm}$

Superfícies Estendidas



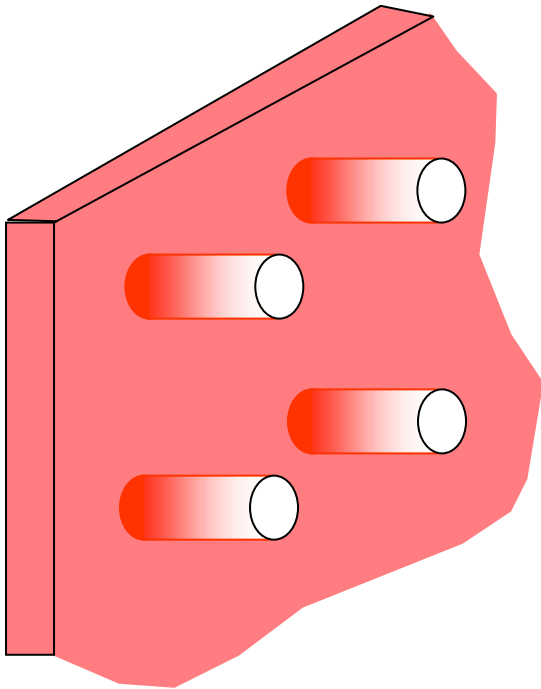
Estegossauro



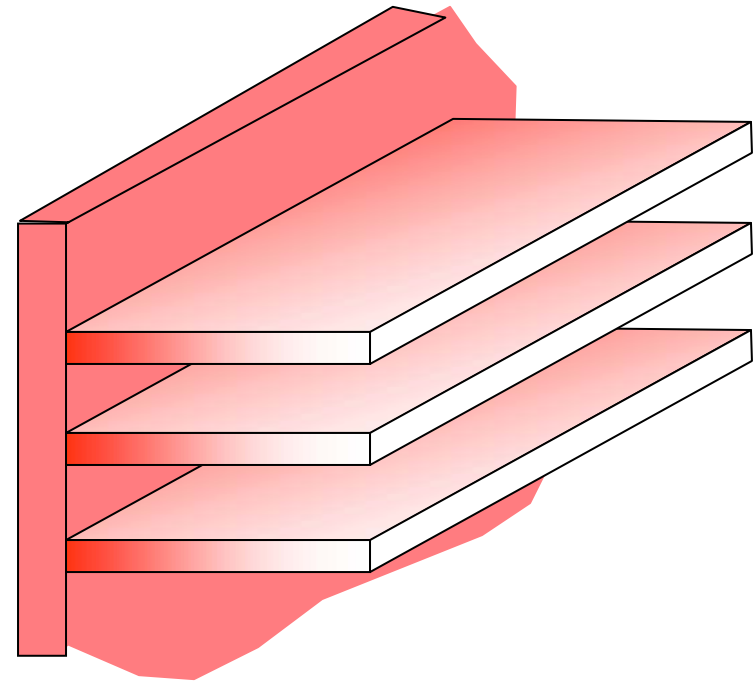
Elefante Africano

ALETAS

- Aumento da taxa de transferência de calor pelo aumento da área de troca de calor

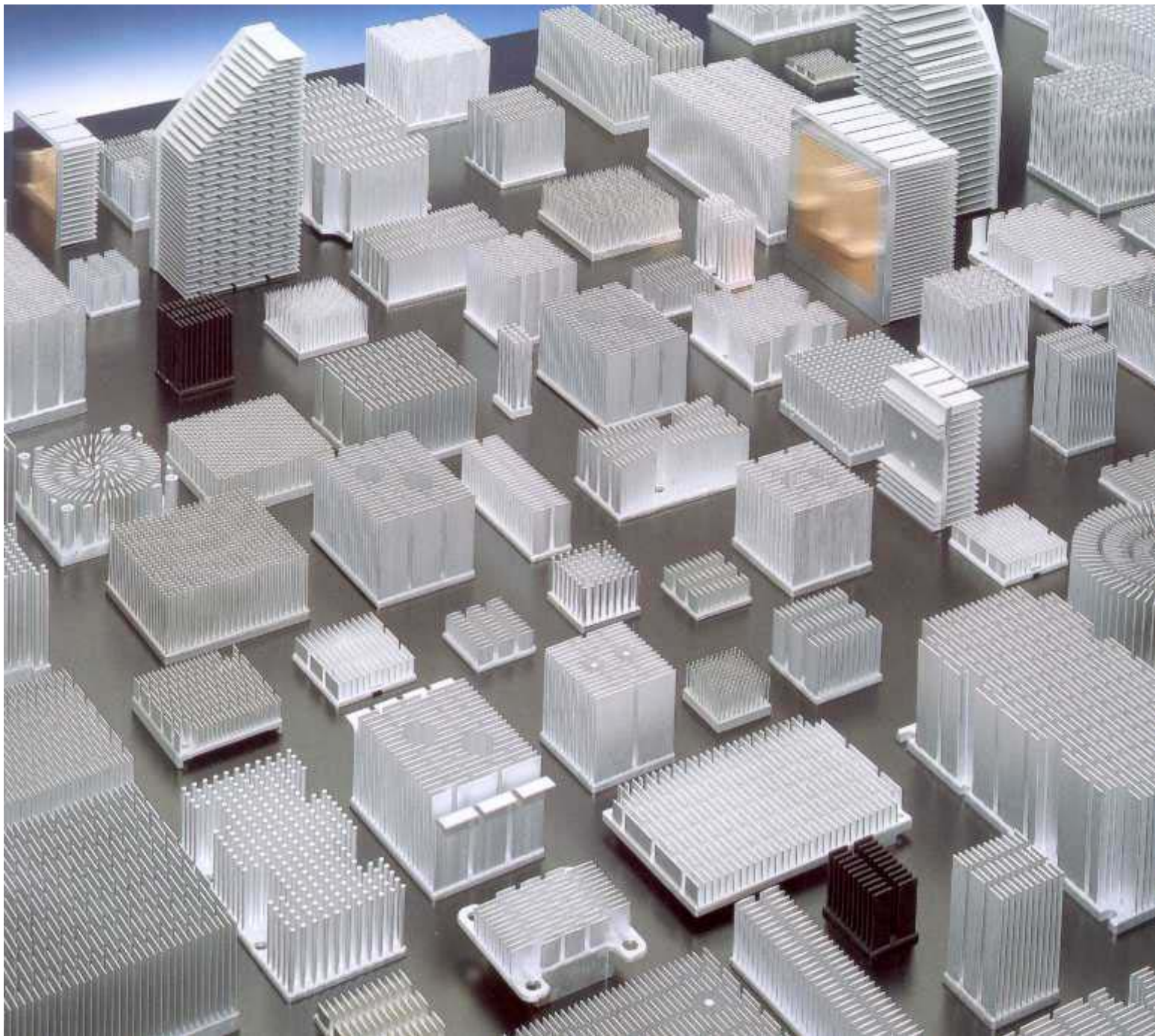


- Aleta tipo pino retangular

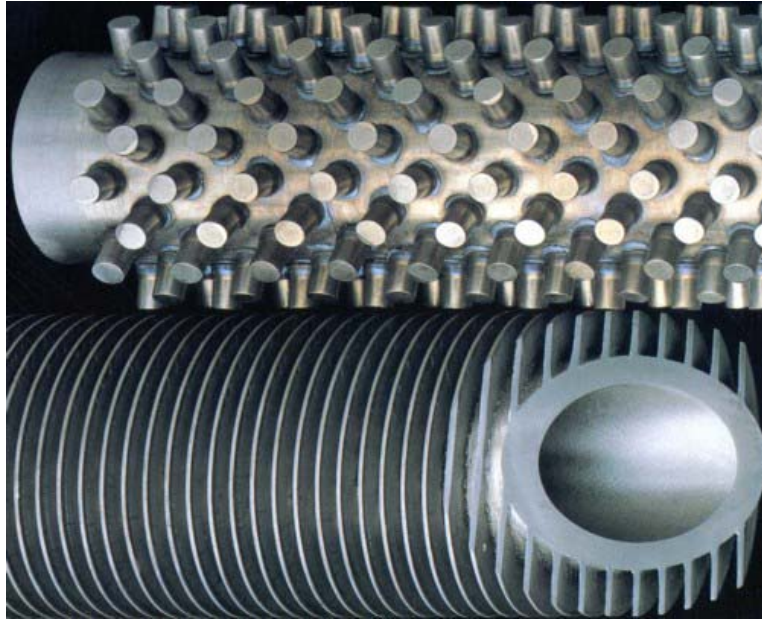


Aleta tipo

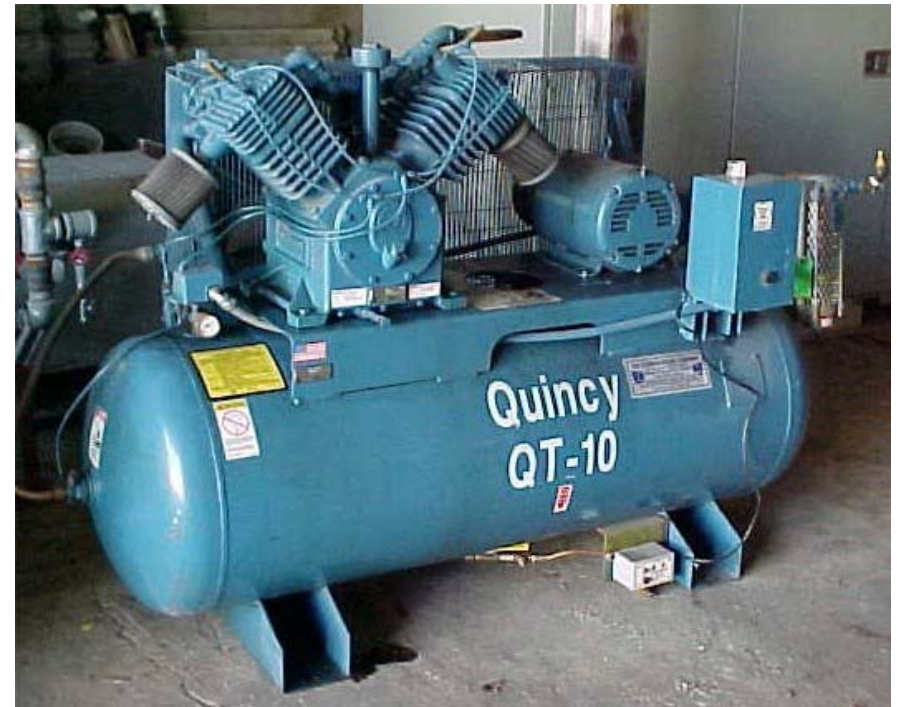
ALLETAS



Tubos Aletados

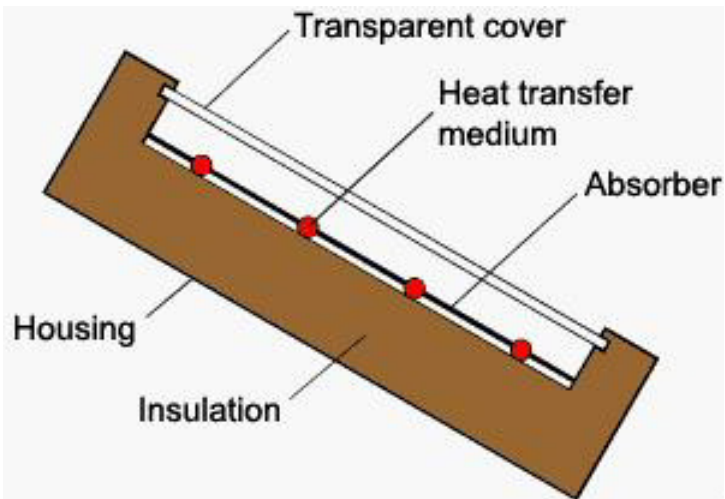
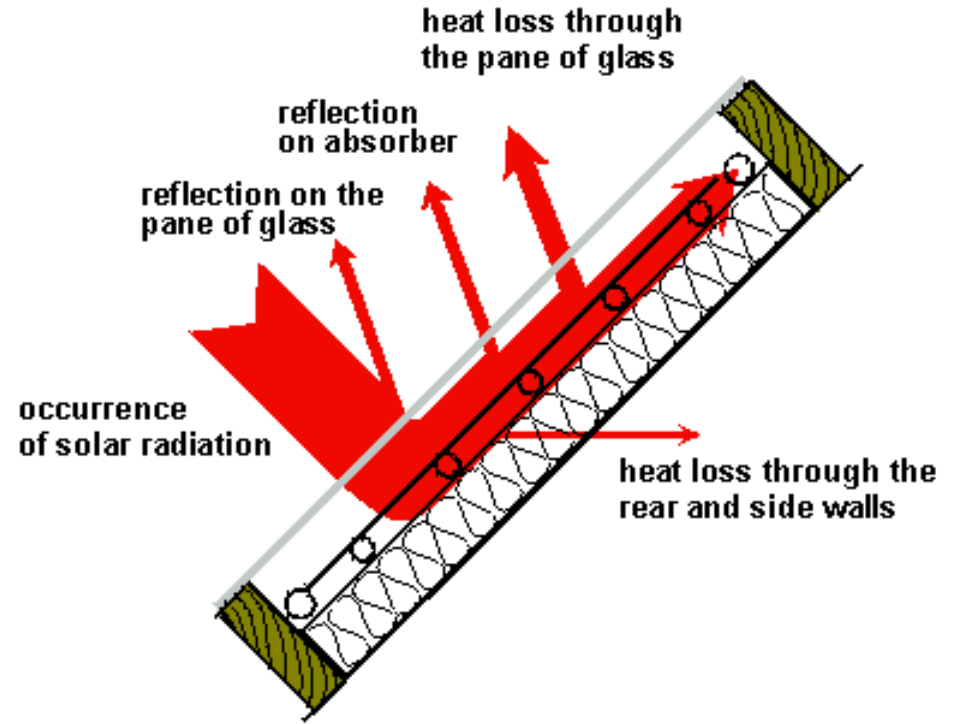
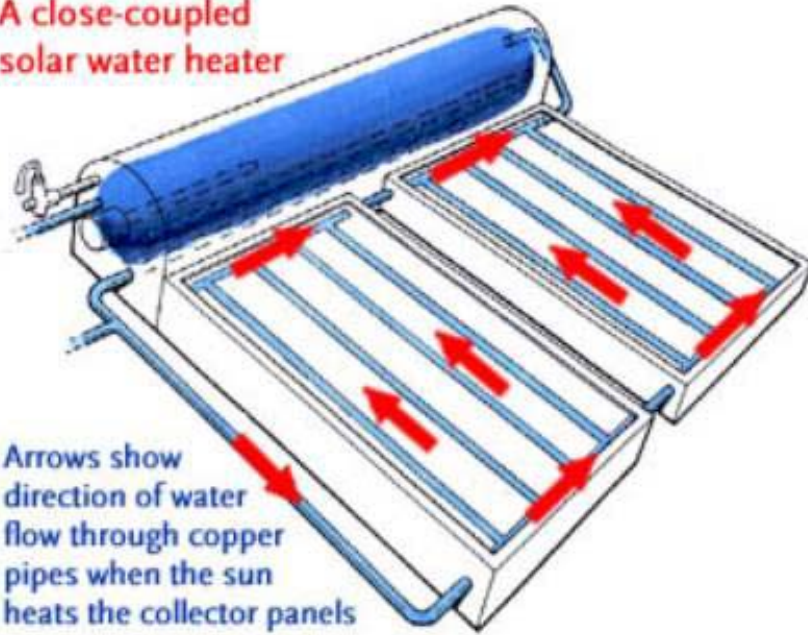


Aletas que Resfriam

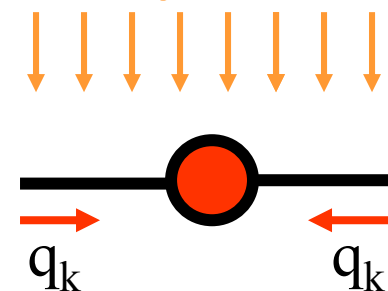


Aletas que Aquecem

A close-coupled solar water heater

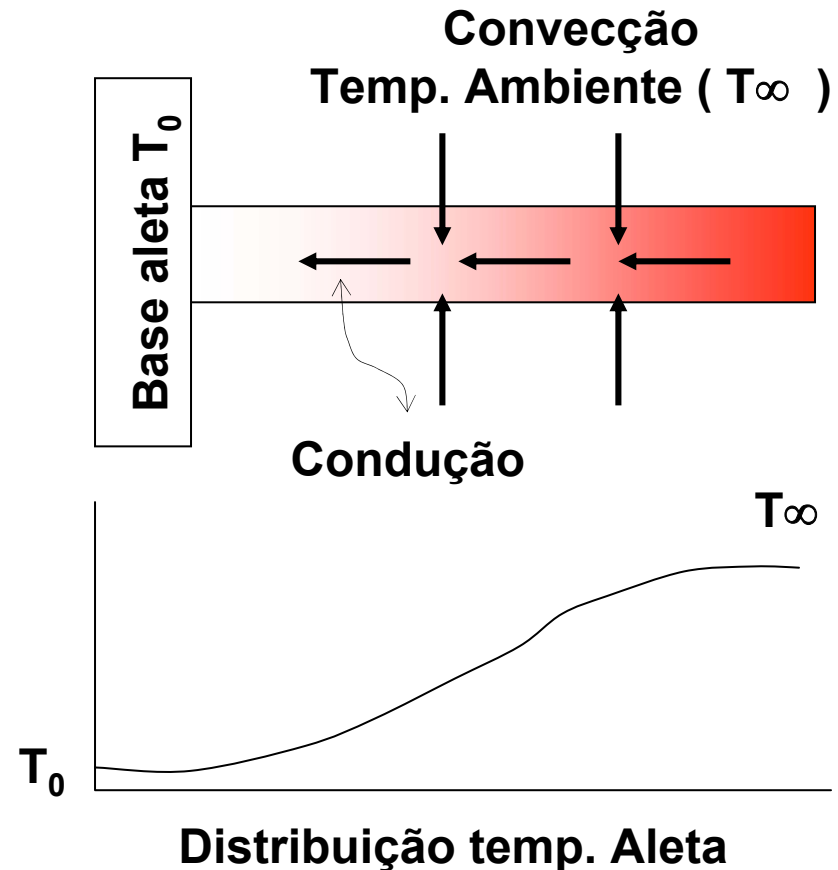
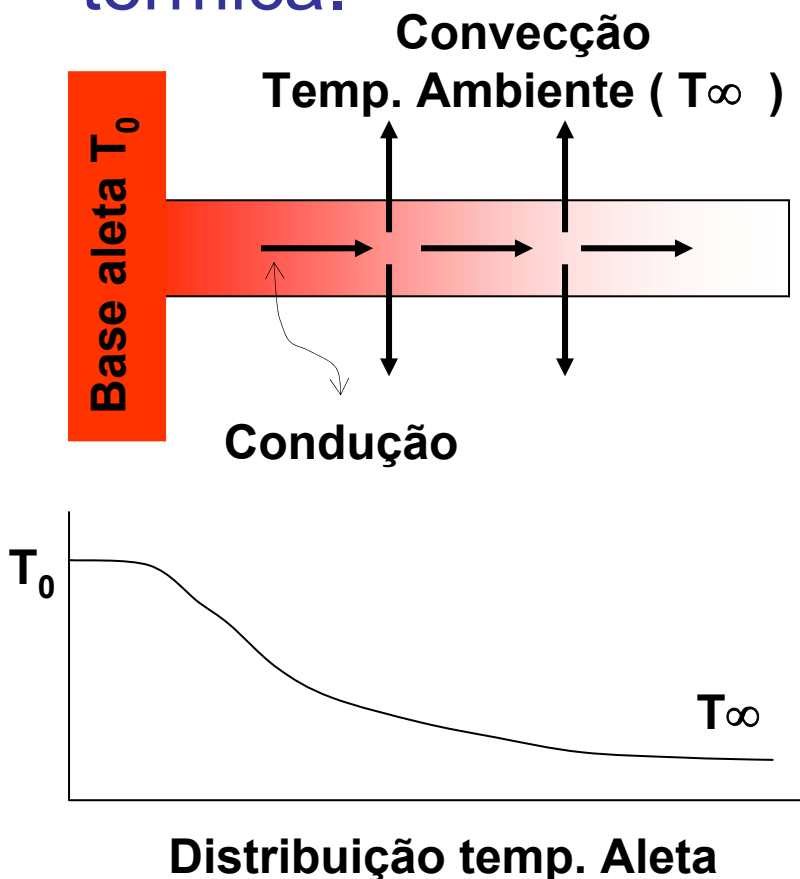


radiação solar

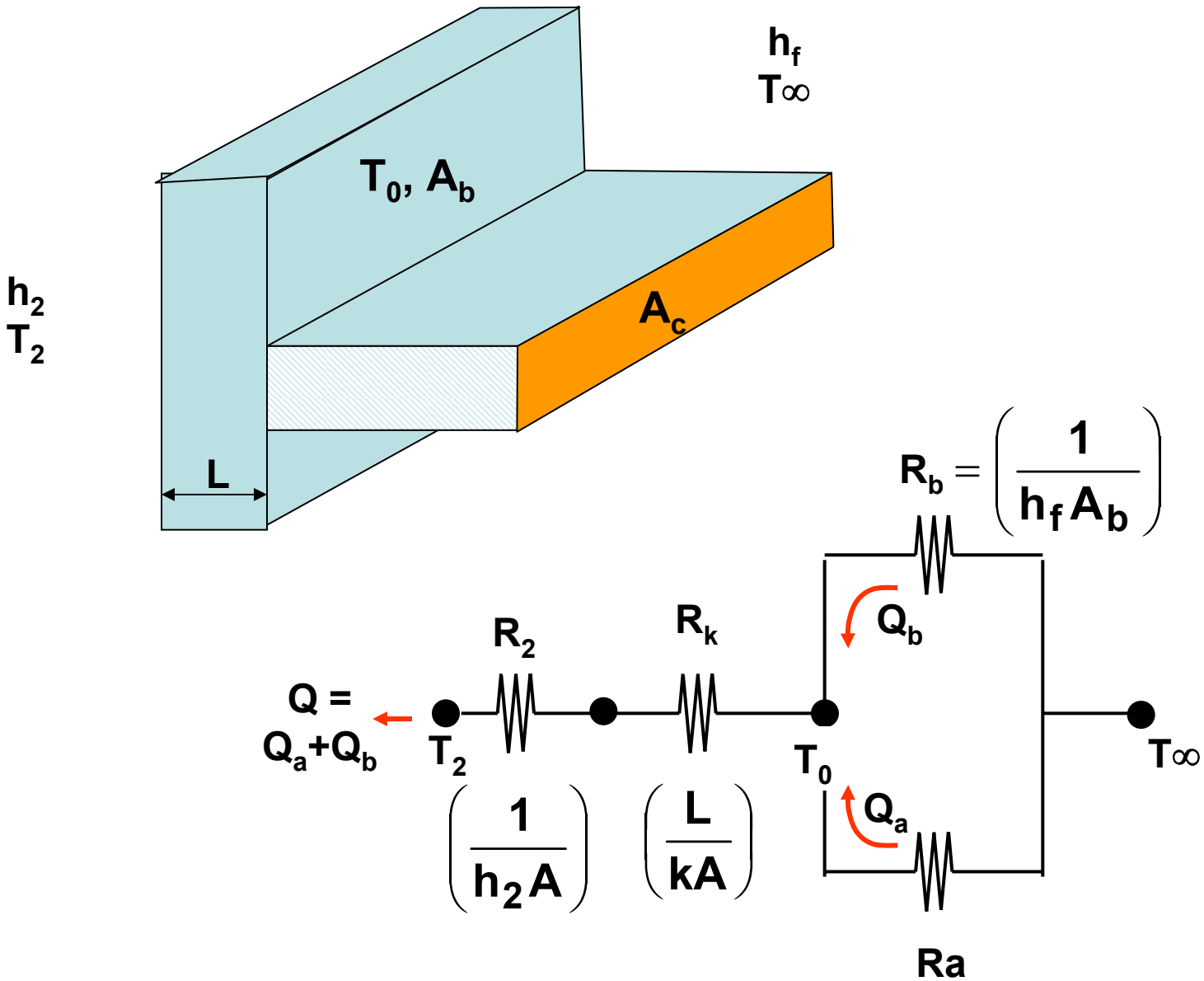


ALETAS: COMO FUNCIONAM?

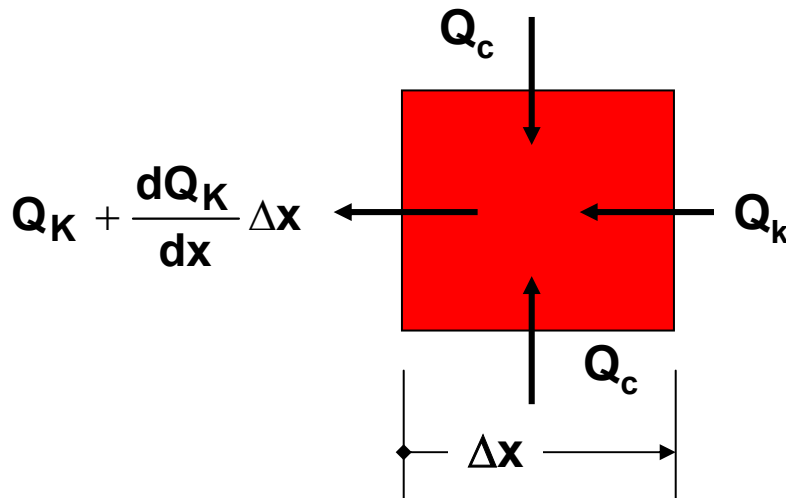
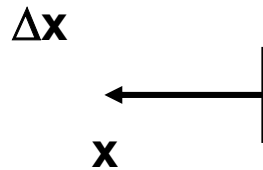
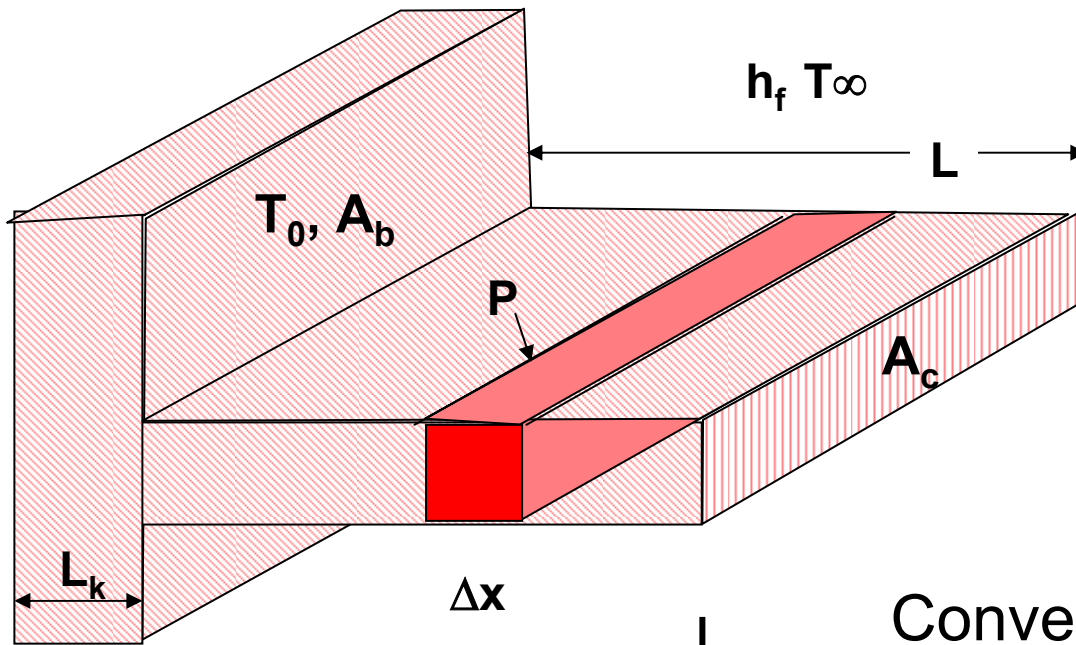
- O calor é transportado da base (ou para a base) por meio da condução térmica e adicionado (ou removido) ao ambiente externo pela convecção térmica.



ALETAS: Circuito Térmico Equivalente



ALETAS: Balanço de Energia



Convecção:

$$Q_c = (P \cdot \Delta x) \cdot h_f \cdot [T_\infty - T(x)]$$

Condução:

$$Q_k = -A_c \cdot k \cdot dT/dx$$

Balanço:

$$- (dQ_k/dx) \Delta x + Q_c = 0$$

ALETAS:

Modelo Térmico

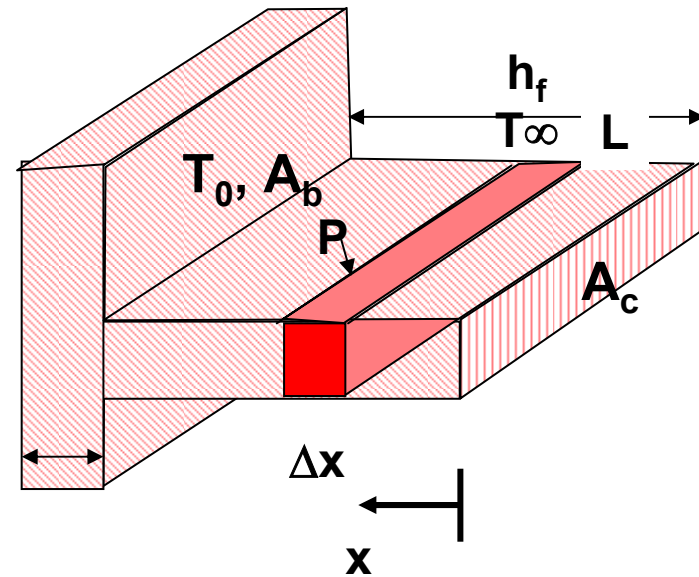
$$\frac{d}{dx} \left(A_c k \frac{dT}{dx} \right) \Delta x + (P \Delta x) h (T_\infty - T) = 0$$

$$m^2 = \frac{h \cdot P}{k A_c}$$

&

$$\theta = (T - T_\infty)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0$$



Condições de Contorno:

$x = L \rightarrow T(L) = T_0 \Rightarrow \theta(L) = \theta_0 = (T_0 - T_\infty)$ temp igual base aleta

$x = 0 \rightarrow \left. \frac{dT}{dx} \right|_0 = 0 \Rightarrow \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_0 = 0$ ponta aleta isolada

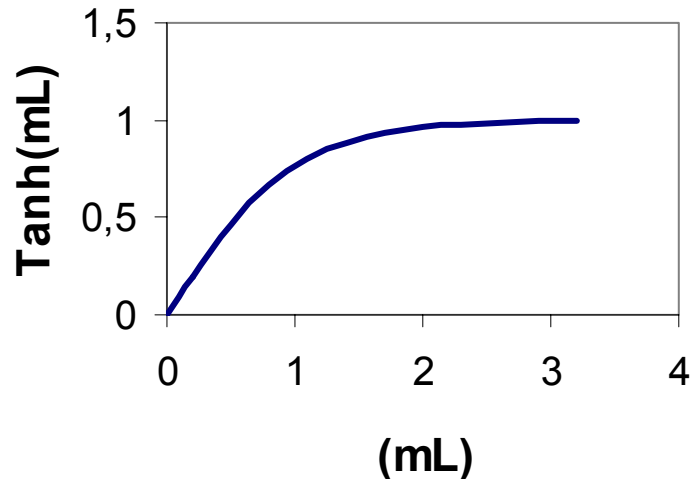
ALETAS: Solução do Modelo Térmico

Campo
Temperaturas

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL)}$$

Fluxo de Calor
na Base

$$Q_a = -A_c k \left. \frac{dT}{dx} \right|_L = \sqrt{h \cdot P k A_c} \cdot (T_0 - T_{\infty}) \cdot \tanh(mL)$$

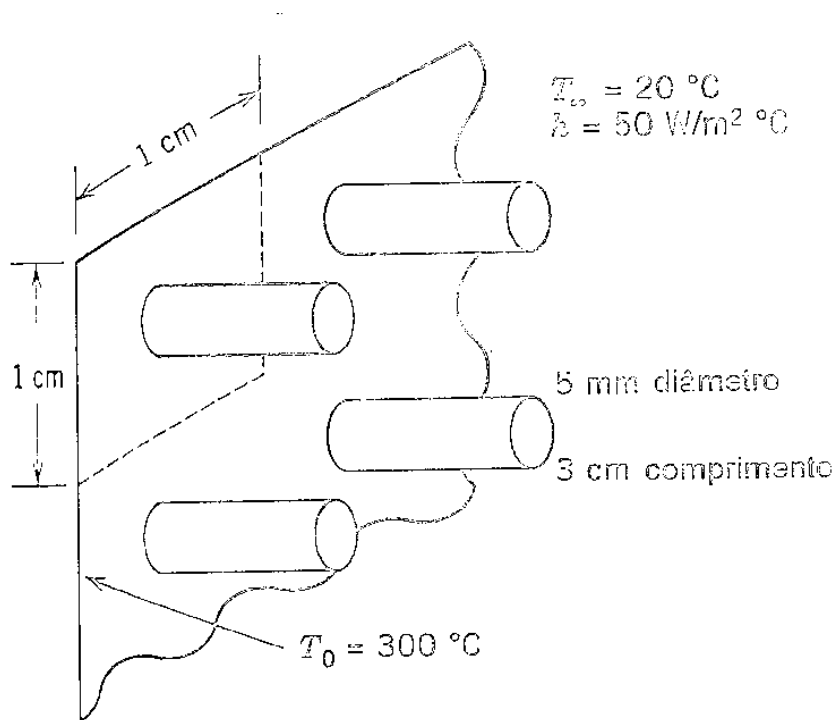


Fluxo Calor aumenta:
 h, P, k, A_c e mL

Resistência
Térmica da Aleta

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{h \cdot P k A_c} \cdot \tanh(mL)} \rightarrow Q_a = \frac{(T_0 - T_{\infty})}{R_a}$$

- 8-21** Determine a taxa de transferência de calor para uma aleta reta de seção transversal circular instalada numa superfície em contato com o ar a 20°C na qual calor é retirado. As aletas são de aço inox ($k = 56.7 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ tab A-14) com 5mm de diâmetro e 3mm de comprimento com espaçamento de 1cm x 1cm como mostrado na figura. Considere o coeficiente de transferência de calor de $50 \text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$ e a temperatura da base de 300°C .



$$Q_a = \frac{(T_0 - T_{\infty})}{R_a}$$

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{h_f P k A_c} \cdot \text{Tanh}(mL)}$$

- **8-21** continuação.

Cálculo da aleta

$$P = \pi \cdot d = \pi \cdot 0.005 = 0.0157\text{m}$$

$$A_c = \pi d^2 / 4 = 1.9635 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k A_c}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 0.0157}{56.7 \cdot 1.96 \cdot 10^{-5}}} = 26.56$$

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{hPk} A_c \cdot \tanh(mL)} = 51.06$$

Cálculo da base

$$A_b = (1\text{cm} \times 1\text{cm} - A_c) = 8.034 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$R_b = \frac{1}{h \cdot A_b} = 248.9$$

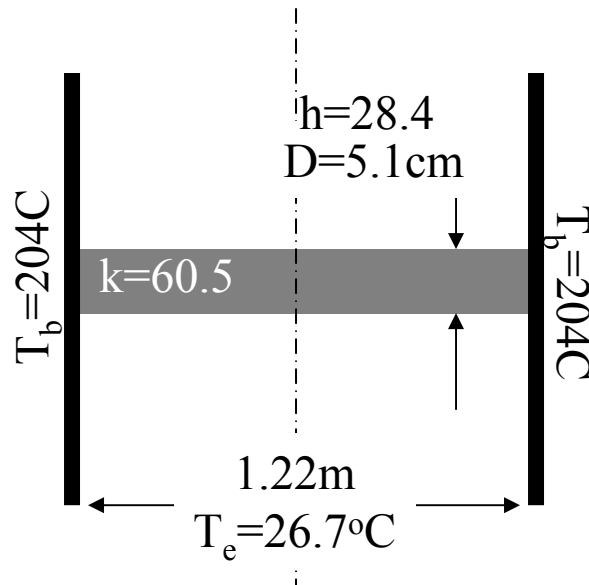
Taxa de Calor

$$R_{eq} = \frac{R_a \cdot R_b}{(R_a + R_b)} = 42.4$$

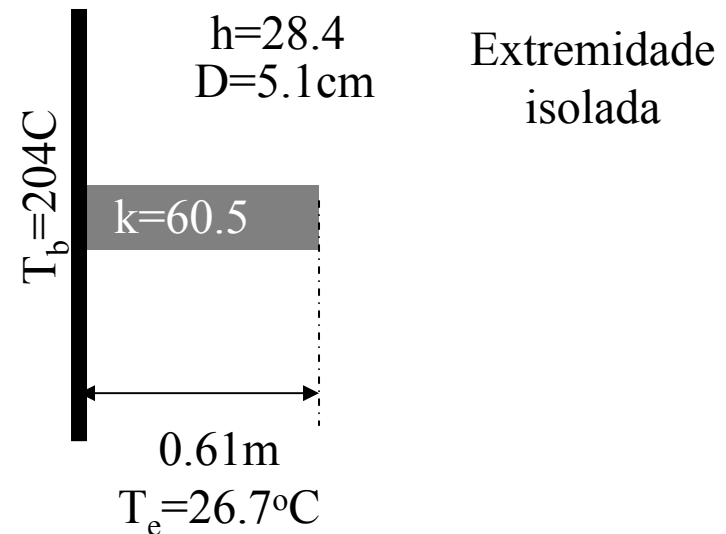
$$\dot{Q} = 6.6\text{W}$$

- 8-22** Uma haste de aço carbono com 5.1cm de diâmetro é instalada como suporte estrutural entre duas superfícies que estão a 204°C. O comprimento da haste exposta ao ar a 26.7°C é de 1.22m. O coeficiente de transferência de calor por convecção é de 28.4 W/m²°C. Determine a taxa de transferência de calor da barra para o ar. *Dica: analise o problema como se a barra fosse composta por duas aletas com extremidades isoladas – simetria em transf calor é frequentemente utilizada para resolver problemas.*

Montagem Física



Problema Equivalente



- **8-22** continuação.

Cálculo da aleta

$$P = \pi \cdot d = \pi \cdot 0.051 = 0.160\text{m}$$

$$A_c = \pi d^2 / 4 = 2 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k A_c}} = \sqrt{\frac{28.4 \cdot 0.16}{60.5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}} = 6.06$$

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{hPk} A_c \cdot \tanh(mL)} = 1.349$$

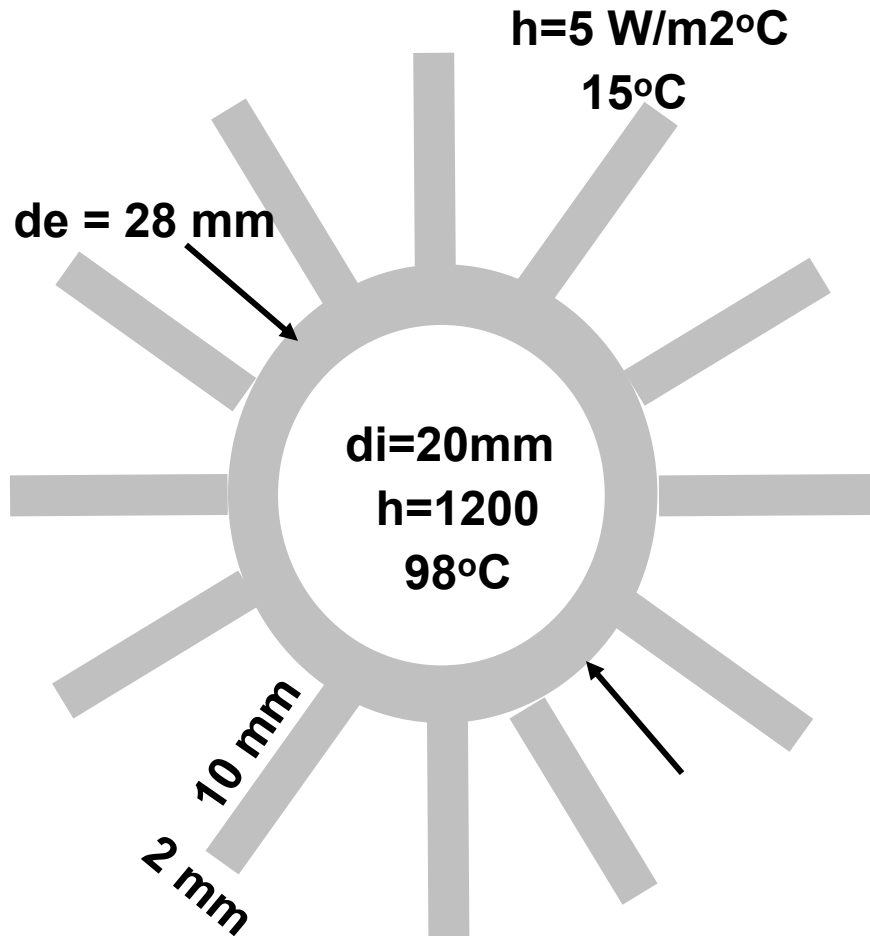
Taxa de Calor

$$\dot{Q} = \frac{(T_e - T_b)}{R_a} = \frac{(204 - 26.7)}{1.349} = 131.5\text{W}$$

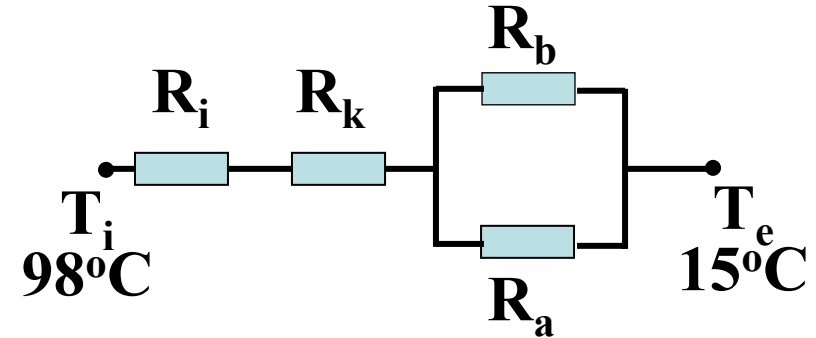
131.5W é a taxa de calor que UMA aleta transfere, portanto a barra toda transferirá 263W

Ex. 8-23: Qual é o Q transf. por metro tubo?

Material do Tubo &
Aletas: Bronze (tab. A14)



Circuito Equivalente

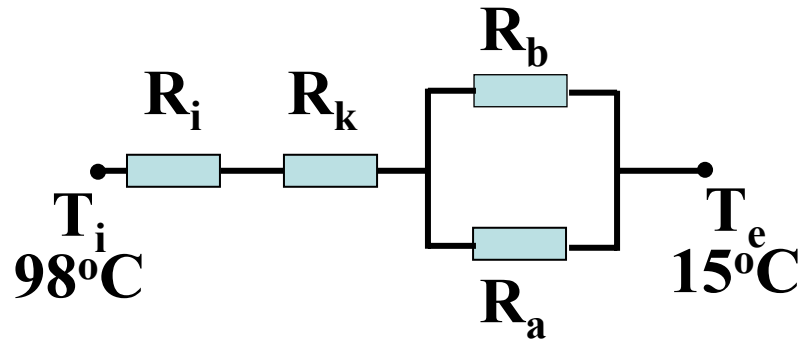


$$Q = (T_i - T_e) / R_{eq}$$

&

$$R_{eq} = R_i + R_k + (R_b \cdot R_a) / (R_b + R_a)$$

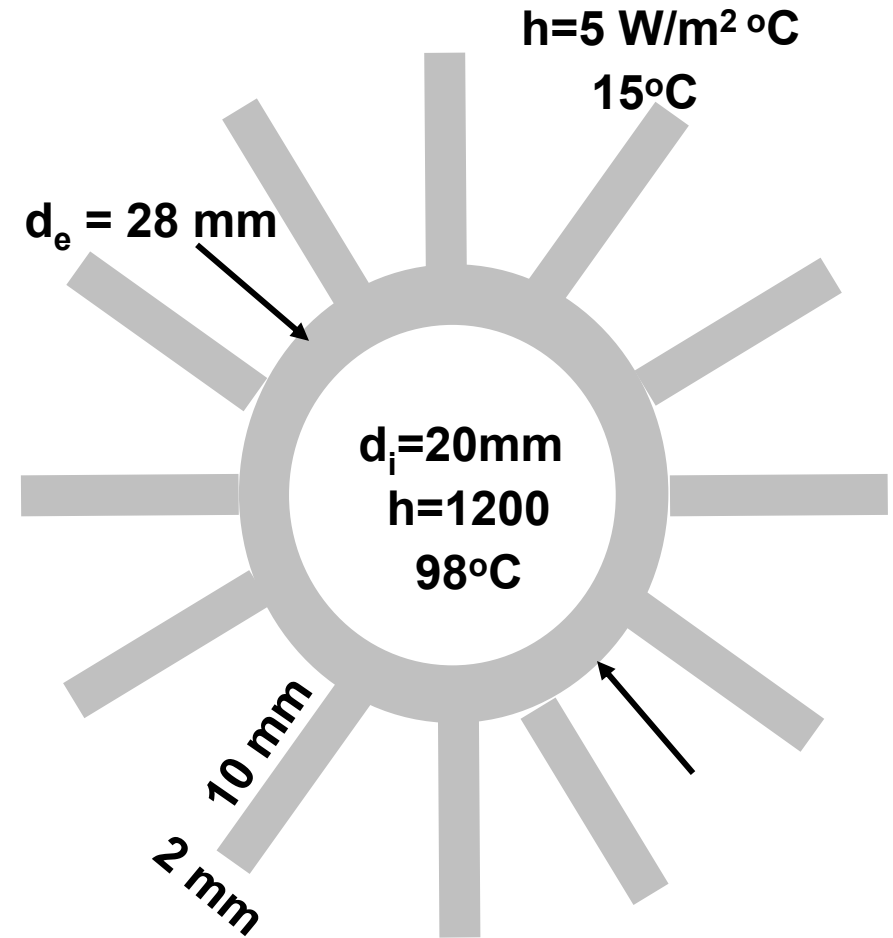
Ex. 8-23: Cálculo das Resistências



$$R_i = \frac{1}{h_i \pi d_i L} = \frac{1}{1200 \cdot \pi \cdot 0.02 \cdot L} = \frac{0.03}{L}$$

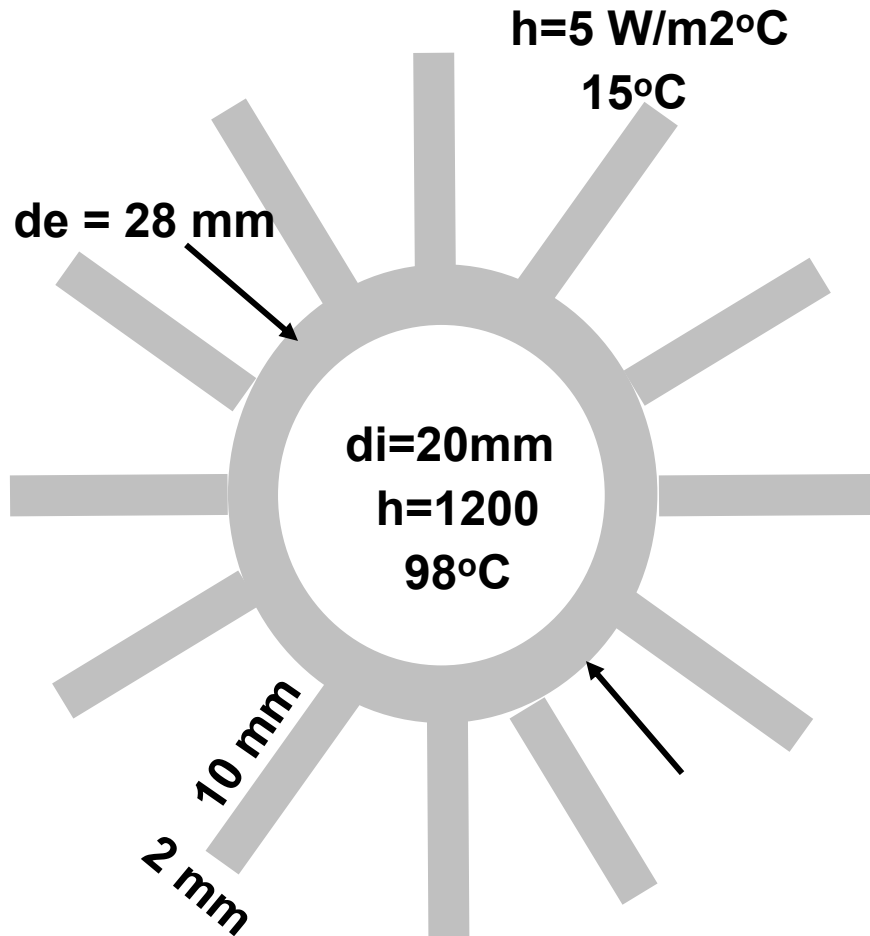
$$R_k = \frac{\ln(d_e/d_i)}{2\pi kL} = \frac{\ln(2.8/2)}{2\pi 54 \cdot L} = \frac{9.92 \cdot 10^{-4}}{L}$$

$$R_b = \frac{1}{h_e A_b} = \frac{1}{h_e (\pi d_e - 12 \cdot 0.002)} = \frac{3.13}{L}$$



Ex. 8-23: Resistência da Aleta

Material do Tubo &
Aletas: Bronze (tab. A14)



$$\text{Perimetro Aleta} \rightarrow P = 2L(\text{m})$$

$$\text{Area transv. Aleta} \rightarrow A_c = 0.002L (\text{m})$$

$$\text{Área Int. Tubo} \rightarrow A_i = \pi \cdot 0,02L = 0,06L (\text{m})$$

$$\begin{aligned} \text{Área Base} \rightarrow A_b &= (\pi 0,028 - 12 \cdot 0,002)L = \\ A_b &= 0,06L (\text{m}) \end{aligned}$$

$$\text{Comprimento Aleta} \rightarrow L_a = 0,01 (\text{m})$$

$$h_i = 1200 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$h_e = 5 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$k = 54 \text{ W/m}^0\text{C}$$

$$m = \sqrt{\frac{h_e P}{k A_c}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 2}{54 \cdot 0,002}} = 9,62$$

$$m L_a = 9,62 \cdot 0,01 = 0,0962$$

$$\text{Tanh}(mL) = 0,10$$

$$\begin{aligned} \sqrt{h_e P k A_c} &= \sqrt{5 \cdot 2 \cdot L \cdot 54 \cdot 0,002 \cdot L} = \\ &= 1,04L (\text{W}/^\circ\text{C}) \end{aligned}$$

Ex. 8-23: Resistência da Aleta

Material do Tubo &
Aletas: Bronze (tab. A14)

Considerando uma aleta:

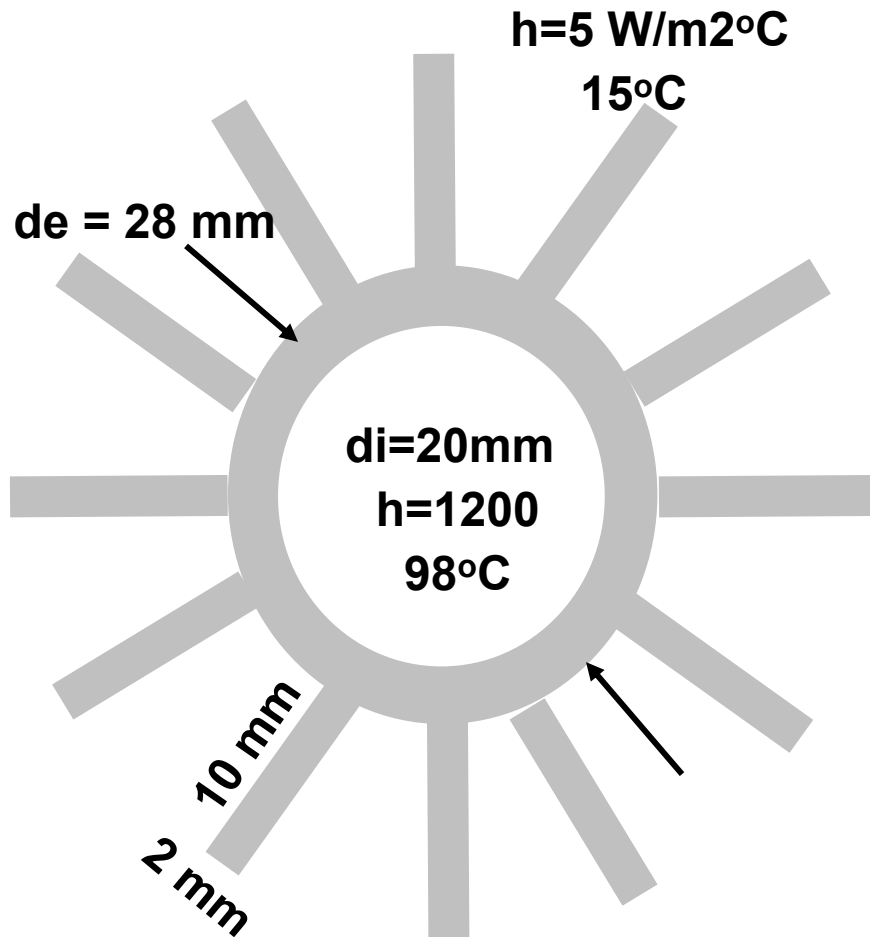
$$Q = \Delta T / Ra$$

Se tivermos N aletas,

$$Q_T = N \cdot Q = N \Delta T / Ra$$

Logo $Ra_T = Ra / N$

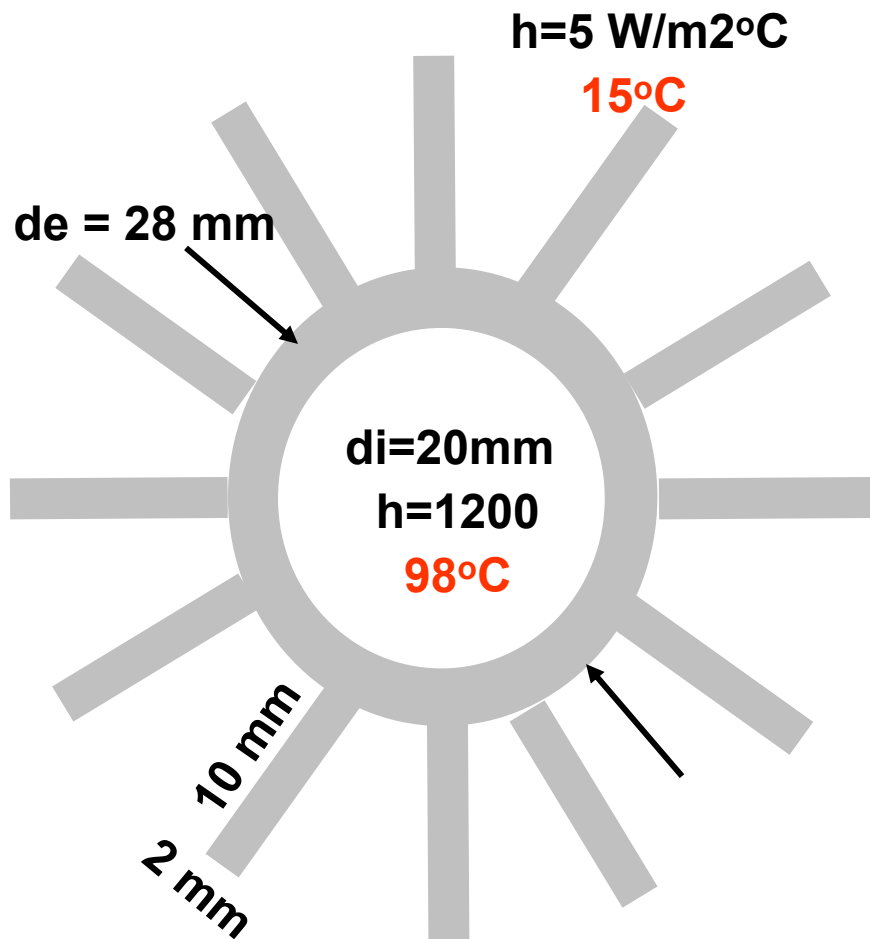
Para o problema,



$$Ra_T = \frac{1}{N \sqrt{h P k A_c} \tanh(mL)} = \frac{1}{12 \cdot 1.04 \cdot 0.1} = \frac{0.80}{L}$$

Ex. 8-23: Calculo do Calor Transferido

Material do Tubo &
Aletas: Bronze (tab. A14)



$$Q = (T_i - T_e) / R_{eq}$$

&

$$R_{eq} = R_i + R_k + (R_b \cdot R_a) / (R_b + R_a)$$

$$R_{eq} = 0.03/L + 0.001/L + 0.64/L$$

$$R_{eq} = 0.67/L$$

$$\underline{Q/L = (98 - 15) / 0.67 = 123.9 \text{ W/m}}$$