



Aula 20

Capítulo 7

Escoamentos Internos

Escoamento Interno

- Perfil de velocidades e transição laminar/turbulenta
- Perfil de temperaturas
- Perda de carga em tubulações
- Determinação da perda de carga distribuída
- Determinação da perda de carga localizada
- Transferência de Calor em Dutos: fluxo calor constante e temperatura constante
- Número de Nusselt Laminar
- Número de Nusselt Turbulento

Região de Desenvolvimento Hidrodinâmico

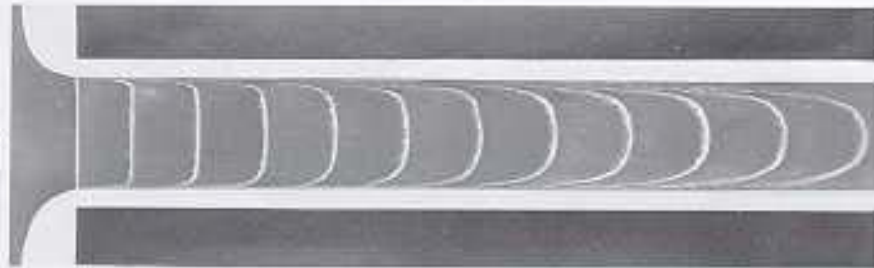
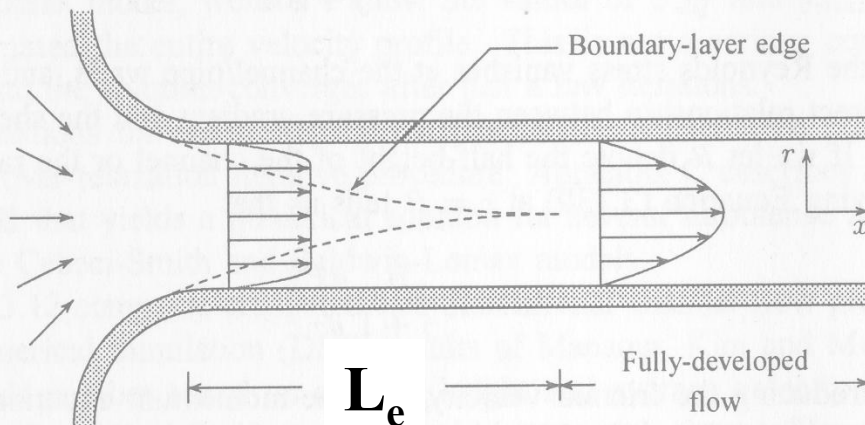


Fig. 13: Flow in an inlet region of a circular pipe (water, flow velocity 6 cm/s, pipe diameter 27 mm, $Re = 1.6 \times 10^3$, hydrogen bubble method).



- O perfil de velocidades encontra-se hidrodinamicamente desenvolvido quando ele cessa de variar ao longo da direção axial do tubo.

- Na região de desenvolvimento o núcleo do escoamento é acelerado e o fluido próximo da parede é retardado pela ação da viscosidade.

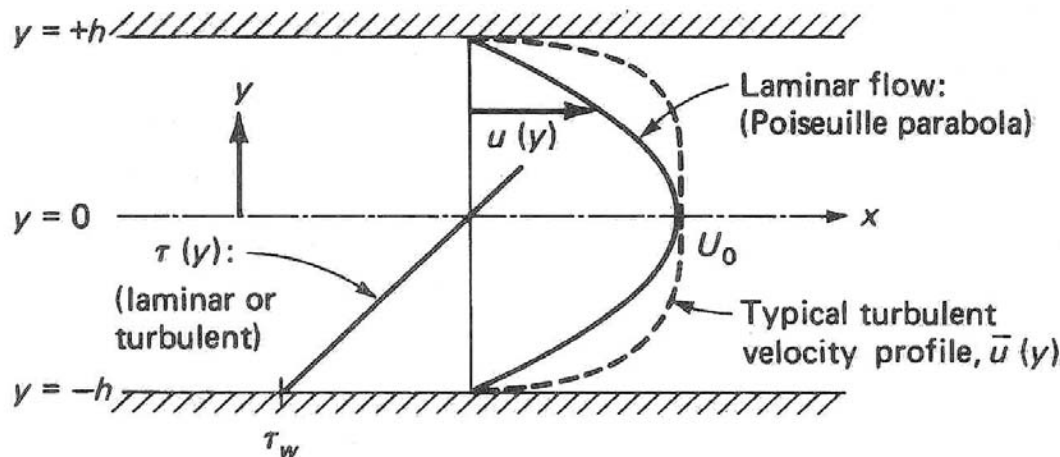
$$L_e \cong 0,06(d)Re \quad - \text{Laminar}$$
$$L_e \cong 4,40(d)Re^{(1/6)} \quad - \text{Turbulento}$$

Perfil de Velocidades Desenvolvido e Transição

A transição entre o regime laminar e turbulento em dutos é simulizada pelo número de Reynolds:

$$\mathbf{Re}_D = \frac{VD_h}{\nu} < 2300 \quad \text{LAMINAR} \qquad \mathbf{Re}_D > 2300 \quad \text{TURBULENTO}$$


O perfil de velocidades Laminar é parabólico. O perfil de velocidades em regime turbulento é proporcional a potência de (1/7) e apresenta um gradiente próximo a parede mais elevado que o laminar



$$\mathbf{Re}_D < 2300 \quad U/U_0 = \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

$$\mathbf{Re}_D > 2300 \quad U/U_0 = \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{1/7}\right)$$

onde U_0 é a velocidade máx. no centro do tubo, r é a posição radial, $0 < r < R$ e R é o raio do tubo.



Recapitulação da 1^a e 2^a leis aplicadas em tubos.

1ª Lei em Tubulações

Em regime permanente a equação da energia para um processo isotérmico é dada acima. A seção (1) é a entrada e (2) a saída.

$$\dot{m} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right)_s - \dot{m} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right)_e = \dot{Q} - \dot{W}$$

Reconhecendo-se que $h = u + p/\rho$, que $u_s = u_e$ e dividindo ambos os lados por mg , chega-se a eq. Energia expressa em termos de alturas:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_s - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_e = \frac{q}{g} - \frac{w}{g}$$

2ª Lei em Tubulações

O calor pode ser expresso em termos da entropia e de sua geração de entropia, $q = T_0(s_s - s_e) - T_0 s_{gen}$, (veja aula 13!)

Como o processo é isotérmico, $(s_s - s_e) = 0$, logo todo fluxo de calor vem da geração de entropia ou irreversibilidades do escoamento. Subst. definição na equação da energia:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_s - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_e = -\frac{T_0 s_{gen}}{g} - \frac{w}{g}$$

O Termo $T_0 s_{gen}/g$ é sempre positivo! Ele é frequentemente denominado por perda de altura de elevação, h_L (o índice L vem do inglês – head loss)

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_s - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_e = -h_L - \frac{w}{g}$$

Modelo com fluxo de Trabalho Mecânico

• O V.C. pode envolver tubulação, reservatórios e também bombas ou turbinas que consomem ou geram trabalho de eixo.

• Uma relação geral para a variação das alturas num V.C. isotérmico passa a ser:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z \right)_e - \left\{ \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z \right)_s + h_L \right\} = \frac{w}{g}$$

e $w > 0$ turbina, se $w < 0$, bomba

O trabalho realizado pelas forças de atrito é convertido em calor de modo irreversível. A perda de carga h_L representa estas irreversibilidades.

Perda de Carga em Tubulações

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

• Em regime permanente a equação da energia para um processo isotérmico sem adição ou remoção de trabalho é dada acima. A seção (1) é a entrada e (2) a saída.

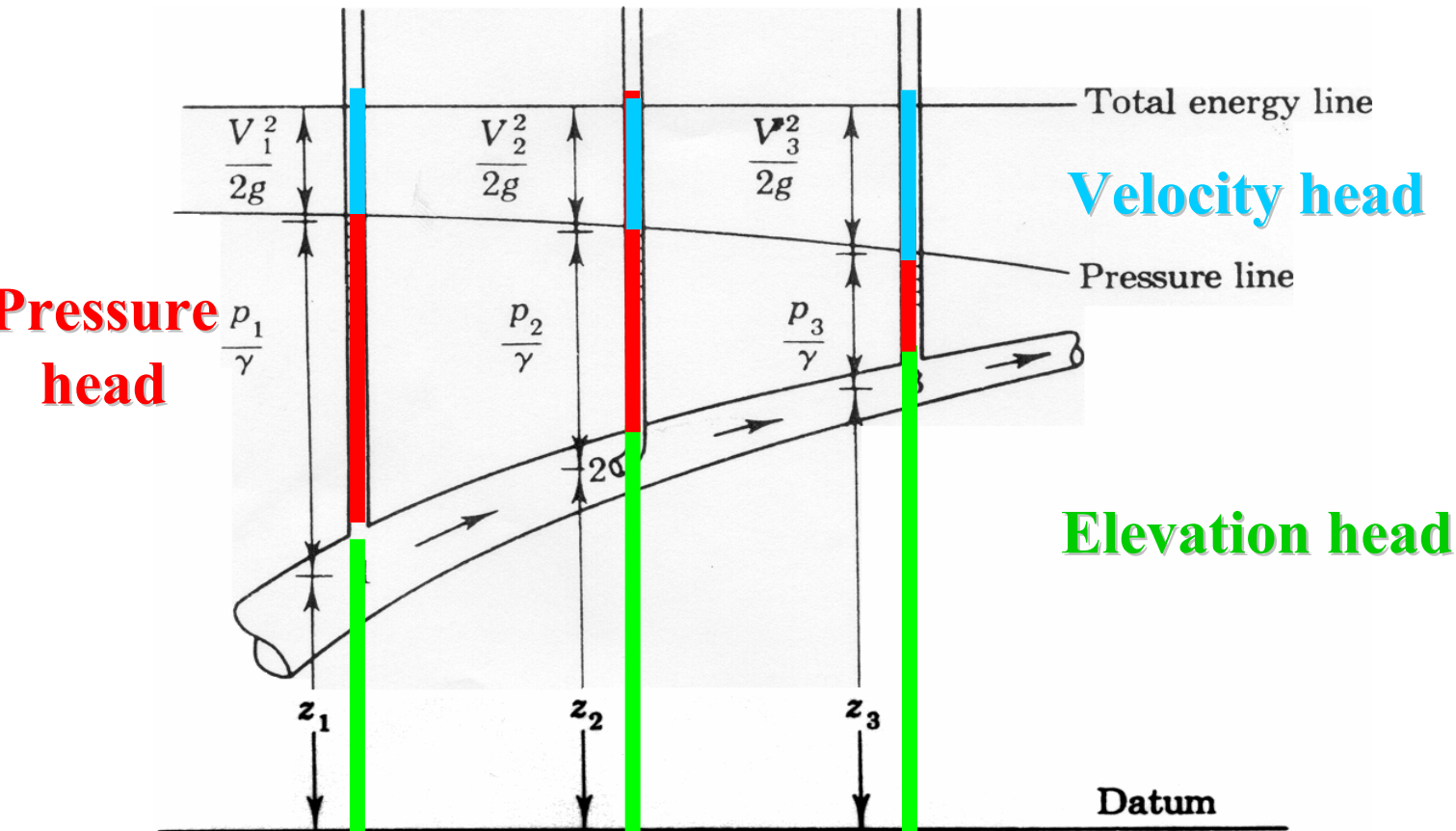
• O termo h_L refere-se as perdas irreversíveis que ocorrem de (1) para (2). Ele também é denominado por perda de carga. Sua origem deve-se ao atrito que a parede exerce no fluido.

• A perda de carga pode estar distribuída (h_f) ao longo de toda tubulação e/ou localizada (h_m) em um acessório (curva, restrição, válvula, etc).

$$h_L = h_f + \sum h_m$$

Uma Representação das Alturas (Não há perdas na Representação)

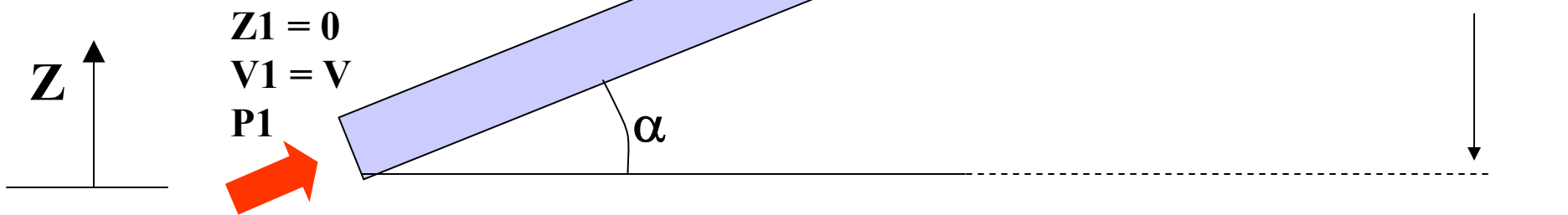
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \text{constante}$$



Exemplo com perdas

• Considere uma tubulação de seção transversal constante e circular com inclinação ascendente de α graus com relação a horizontal,

• Neste caso, a aplicação do balanço da primeira lei fornecerá:



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + 0 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + H + h_L$$

Exemplo (cont.)

seção transversal constante, a velocidade é a mesma, isto é uma consequência da

diferença de pressão entre a entrada e a saída é dada em função de:

$$(P_1 - P_2) = \underbrace{\rho g H}_{\text{Hidrostática}} + \underbrace{\rho g h_L}_{\text{Atrito}}$$

equilíbrio. Note que a diferença de pressão é causada devido a coluna hidrostática de altura H e

o circuito é suprir a diferença de pressão hidrostática e pelo atrito.

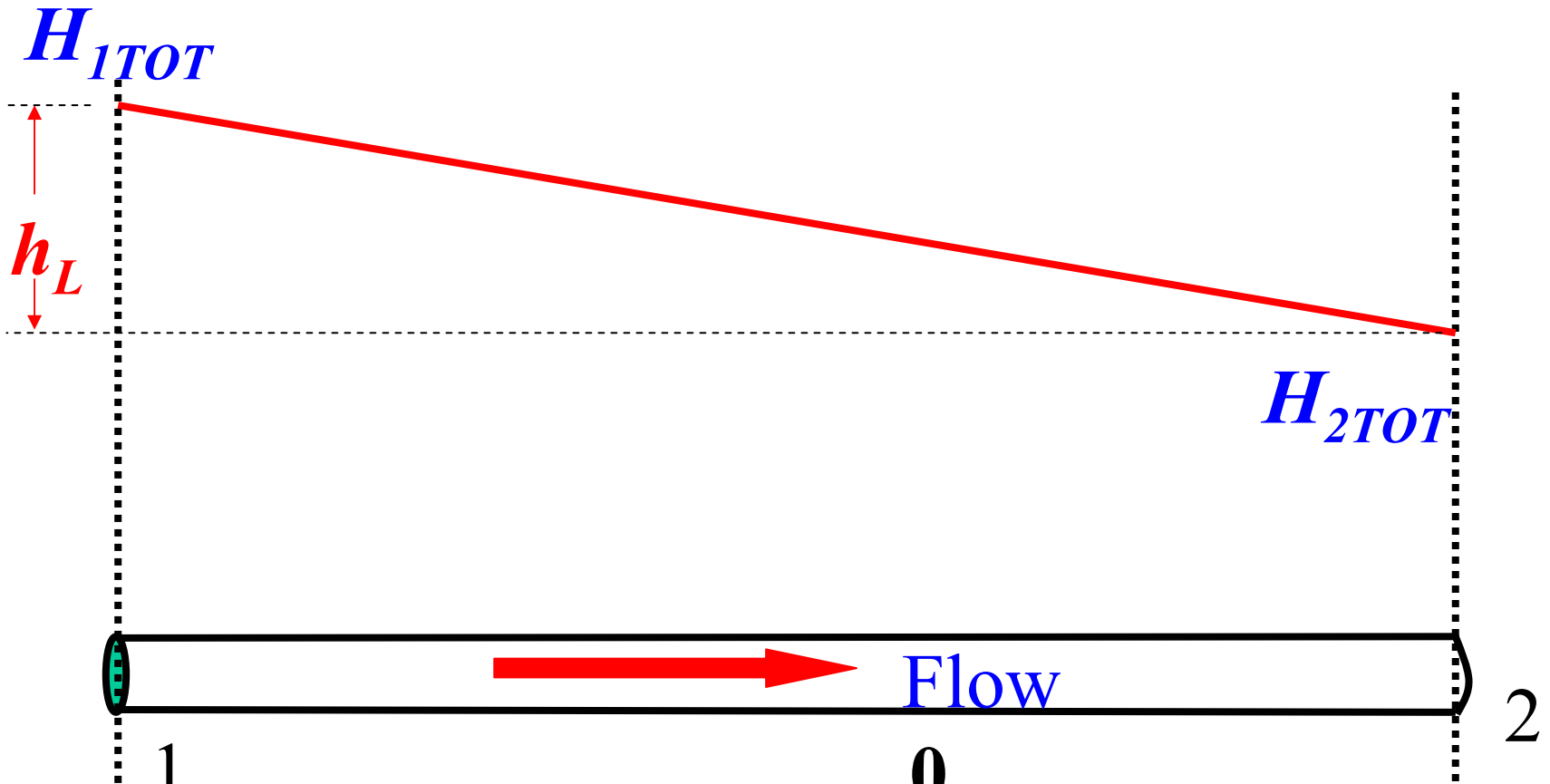
IMPORTANTE

- A queda de pressão (entrada – saída) para escoamento hidrodinamicamente desenvolvido em dutos de qualquer seção transversal (circular, quadrada, triangular, etc) é apenas função da diferença de altura e da perda de carga:

$$(P_1 - P_2) = \underbrace{\rho g H}_{\text{Hidrostática}} + \underbrace{\rho g h_L}_{\text{Atrito}}$$

- Objetivo desta aula é como calcular h_L .

Tubulação Horizontal: queda de pressão devido ao atrito, h_L



$$(P_1 - P_2) = \underbrace{\rho g H}_0 + \underbrace{\rho g h_L}_{\text{Atrito}}$$

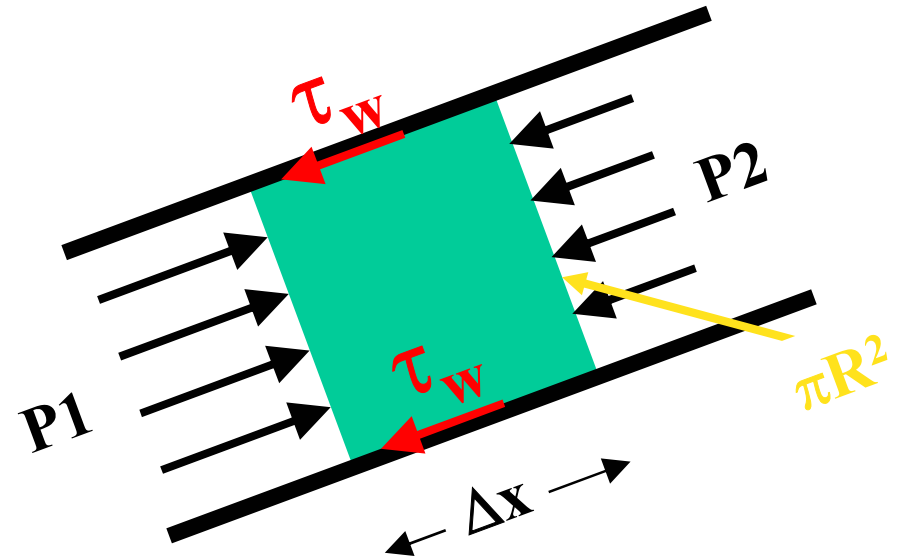
Hidrostatica Atrito

Balanço de Forças num Tubo

Relação entre h_L e τ_w

Escoamento desenvolvido,
Regime laminar ou turbulento,
S.C. envolve uma 'fatia' do tubo sendo representada por um cilindro,

Forças atuantes: força de pressão; força de atrito com a parede e força peso do fluido.



Balço de Forças num Tubo

Relaço entre h_L e τ_w

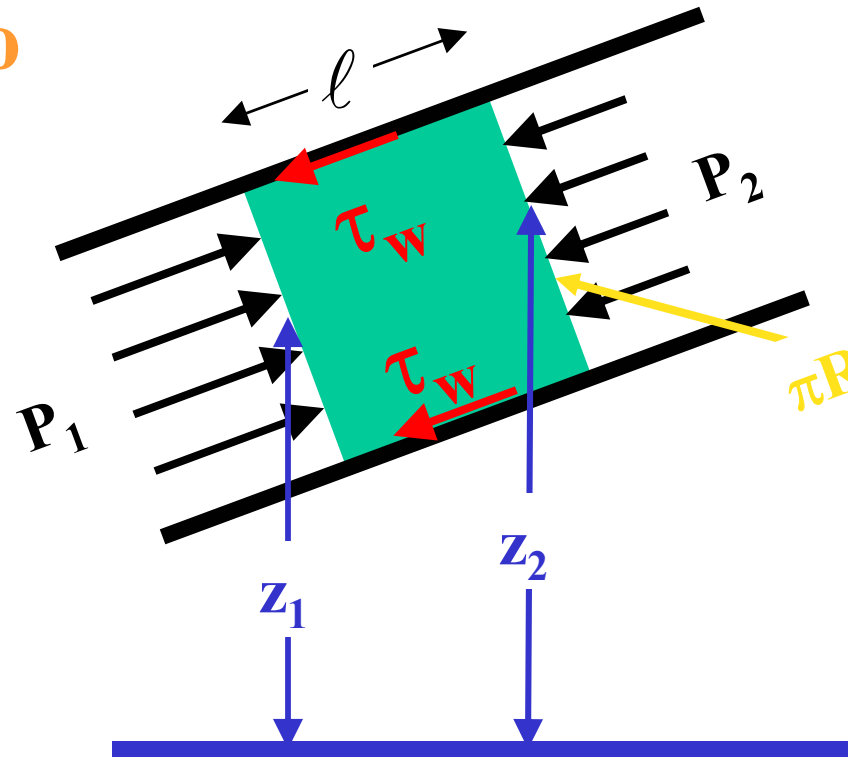
Balço forças, 2ª lei Newton

$$(P_1 - P_2) \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) =$$

$$\rho g \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (z_1 - z_2) - \tau_o (\pi D \ell)$$

Dividindo pela área encontra-se uma relaço entre h_L e τ_w :

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + z_2 \right) = \frac{4\tau_w \ell}{\rho g D} = h_L$$



Balanço de Forças num Tubo

Relação entre h_L e τ_w

A perda de altura e a tensão de cisalhamento estão relacionadas pela relação:

$$h_L = \frac{4\ell}{D\rho g} \tau_w$$

onde ℓ é o comprimento da tubulação e D é o seu diâmetro.

Como determinar a tensão na parede, τ_w ?

Fator de Atrito

- *Similar ao escoamento externo, a tensão na parede p/ escoamento interna é também expressa em termos dos adimensionais: Reynolds e rugosidade relativa*

$$\frac{\tau_w}{\left(\rho V^2/2\right)} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{e}{D}\right)$$

$\tau/(\rho V^2/2) =$ *fator de atrito*

$VD/\nu =$ *Reynolds*

$e/D =$ *relative roughness*

Fator de Atrito

- *Fator de Atrito de Fanno (freqüentemente usado em transf. calor):*

$$C_f = \frac{\tau_o}{\rho \mathbf{V}^2 / 2}$$

- *Fator de atrito de Darcy (freqüentemente usado em perda de carga):*

$$f = 4 \cdot C_f = \frac{8 \cdot \tau_o}{\rho \mathbf{V}^2}$$

Perda de Carga (Darcy)

- *Substituindo a definição de τ (fator de atrito) na definição da perda de carga (h_L)*

$$h_L = \frac{4\ell}{D\rho g} \tau_w$$

$$f = \frac{8 \cdot \tau_w}{\rho V^2}$$

$$h_L = \frac{4\ell}{D\rho g} \tau_w = f \cdot \left(\frac{\ell}{D} \right) \cdot \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

- onde o fator de atrito de Darcy, f , é dado no diagrama de Moody:

Como determinar h_f e h_m ???

$$h_L = h_f + \sum h_m$$

Perda de carga **DISTRIBUÍDA** h_f

$$h_f = f \cdot \left(\frac{L}{d} \right) \cdot \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad \text{e} \quad f = f \left(\text{Re}_d, \frac{h_r}{d} \right) = \frac{8\tau_w}{\rho V^2}$$

onde L é o comprimento da tubulação, d o seu diâmetro, V a velocidade média do escoamento e f o fator de atrito.

f é o fator de atrito de Darcy, ele depende Re_d e da rugosidade relativa.

Sua leitura é feita no diagrama de Moody.

Perda de carga **LOCALIZADA** h_m

$$h_m = K \cdot \frac{V_A^2}{2g}$$

onde K é uma constante tabelada para cada acessório da linha e V_A é uma velocidade de referência especificada juntamente com a definição de K .

Como Determinar h_f Rugosidade de Tubulações

Tabela 7-1 Rugosidade média superficial de tubos rugosos

Material(novo)	h_r , mm	h_r , in.
Aço rebitado	0,9-9,0	0,035-0,35
Concreto	0,3-3,0	0,012-0,12
Madeira arqueada	0,18-0,9	0,007-0,035
Ferro fundido	0,26	0,01
Ferro galvanizado	0,15	0,006
Ferro fundido asfaltado	0,12	0,005
Aço comum ou ferro batido	0,046	0,002
Aço trefilado	0,0015	0,0001
Vidro	"liso"	"liso"

$$[\text{rugosidade relativa}] = \frac{h_r}{d} = \frac{[\text{rugosidade mm}]}{[\text{diâmetro mm}]}$$

Como Determinar h_f ? Diagrama de Moody e o fator de Atrito f

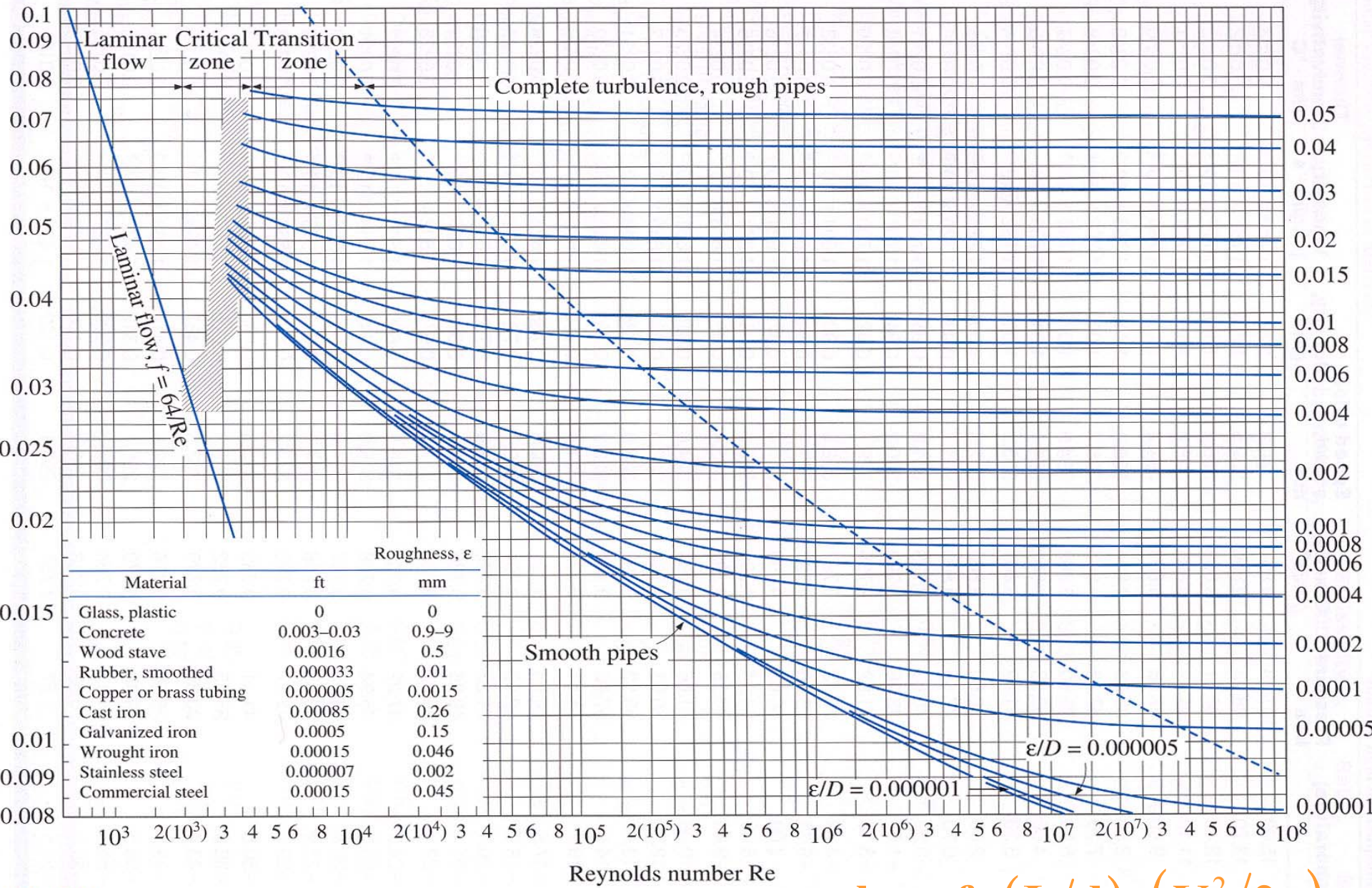


FIGURE A-27

Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.

$$h_f = f \cdot (L/d) \cdot (V^2/2g)$$

Colebrook-White Equation

Moody chart is a graphical representation of the Colebrook formula

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{e}{3.7 D} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right]$$

**Turbulent flow
(Implicit in f)**

Note: $f = 64/\text{Re}$ for laminar flow

Explicit formula given by S.E. Haaland

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

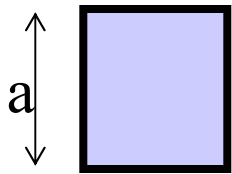
**Within 2% of
Colebrook Eq.**

Como Determinar h_f Tubos de Seção Não-Circular

O fator de atrito e o diagrama de Moody podem ser utilizados para tubos de seção não circular introduzindo-se o conceito de diâmetro hidráulico:

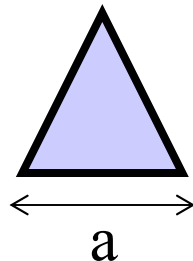
$$d_h = \frac{4 \cdot \text{Área}}{\text{Perímetro}}$$

Canal seção quadrada 'a'



$$d_h = a$$

Canal seção triangular 'a'



$$d_h = a / (48)^{0.5}$$

Duas placas paralelas espaçadas 'a'



$$d_h = 2a$$

Como Determinar h_m a constante K

Tabela 7-2 Coeficiente de perda de carga, $K = \frac{h_m}{V_A^2 / 2g}$ para válvulas abertas, cotovelos e tês.

Diâmetro nominal, cm (in.)	Conexão com rosca				Conexão com flange				
	1,3 (0,5)	2,5 (1,0)	5,0 (2,0)	10 (4,0)	2,5 (1,0)	5 (2,0)	10 (4,0)	20 (8,0)	50 (20)
Válvulas (totalmente abertas):									
Globo	14,0	8,2	6,9	5,7	13,0	8,5	6,0	5,8	5,5
Gaveta	0,30	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03
Giratória	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0
Cotovelos:									
45° comum	0,39	0,32	0,30	0,29					
45° raio longo					0,21	0,20	0,19	0,16	0,14
90° comum	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10
180° comum	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20
180° raio longo					0,40	0,30	0,21	0,15	0,10
Tês:									
Em linha	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07
Perpendicular	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41

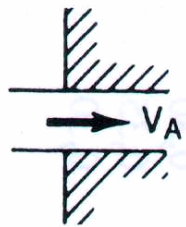
Como Determinar h_m , a constante K

Tabela 7-3 Perdas de válvulas parcialmente abertas.

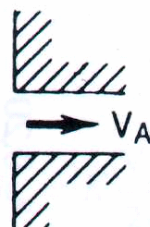
Condição	Razão K/K (condição aberta)	
	Válvula da porta	Válvula Globo
Aberta	1,0	1,0
Fechada, 25%	3,0-5,0	1,5-2,0
50%	12-22	2,0-3,0
75%	70-120	6,0-8,0

Entradas

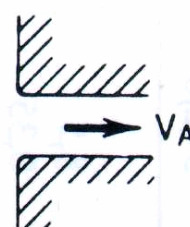
$$K \equiv \frac{h_m}{V_A^2/2g}$$



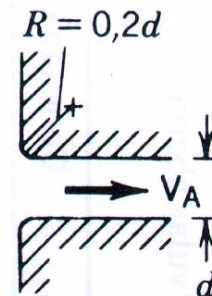
Saliente:
 $K = 0,78$



Canto vivo:
 $K = 0,45$



Levemente
arredondada:
 $K = 0,2$



Bem
Arredondada:
 $K = 0,05$

Saídas

$K = 1,0$ Para todas as saídas

Como Determinar h_m , a constante K

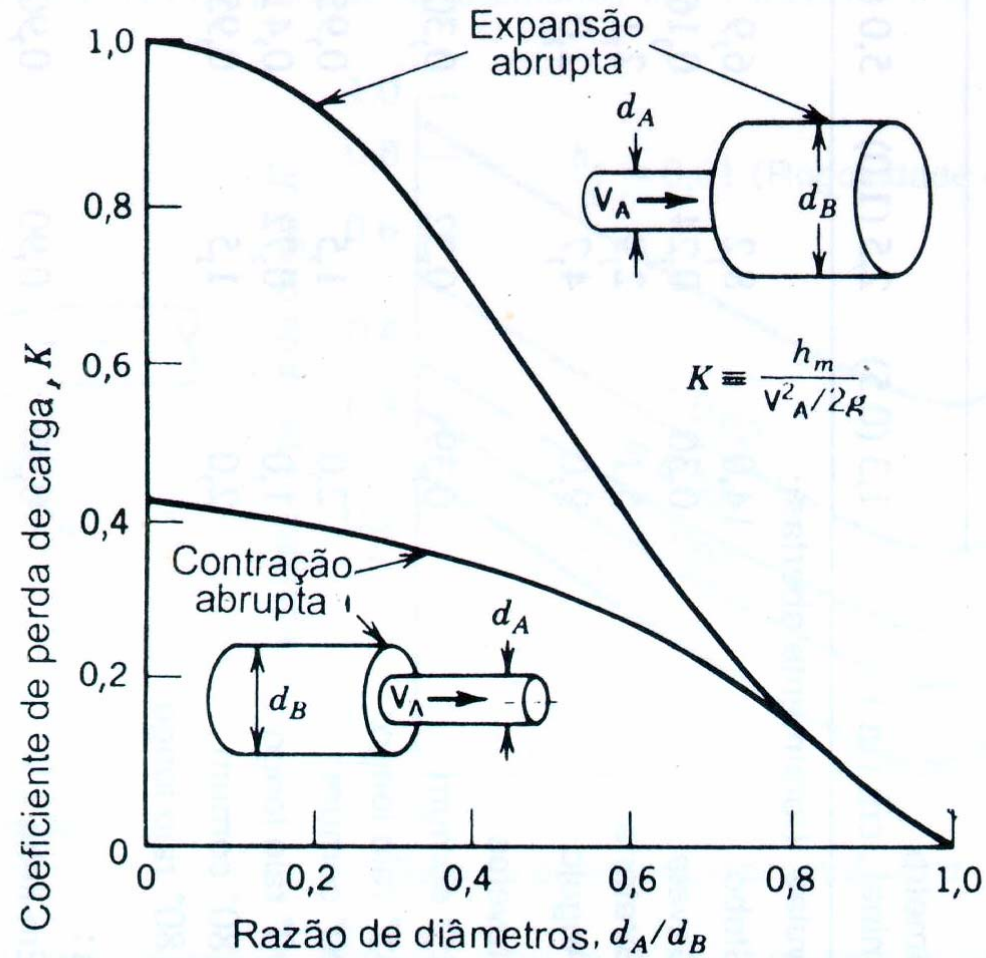
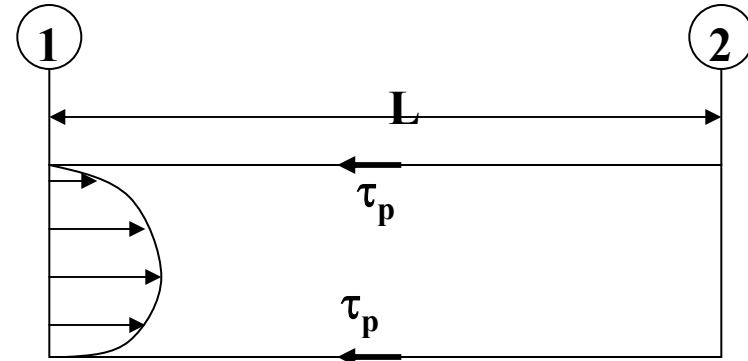


Figura 7-7 Coeficiente de perda K para contrações e expansões abruptas.

Fluxograma Perda de Carga

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

$$h_L = h_f + \sum h_m$$



Perda Carga Distribuída

$$h_f = f \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad e$$

$$f = f\left(\text{Re}_d, \frac{h_r}{d}\right) = \frac{8\tau_w}{\rho V^2}$$

**f - diagrama Moody
Laminar & Turbulento**

Perda Carga Localizada

$$h_m = K \cdot \frac{V_A^2}{2g}$$

Tabs. 7.2 e 7.3 e Fig. 7.6

Problema 7-6

- Se o escoamento de um tubo de diâmetro d for laminar, o que vai acontecer com a vazão se o diâmetro for aumentado para $2d$ enquanto se mantém a perda de carga h_L constante,?

Como Determinar h_f ? Diagrama de Moody e o fator de Atrito f

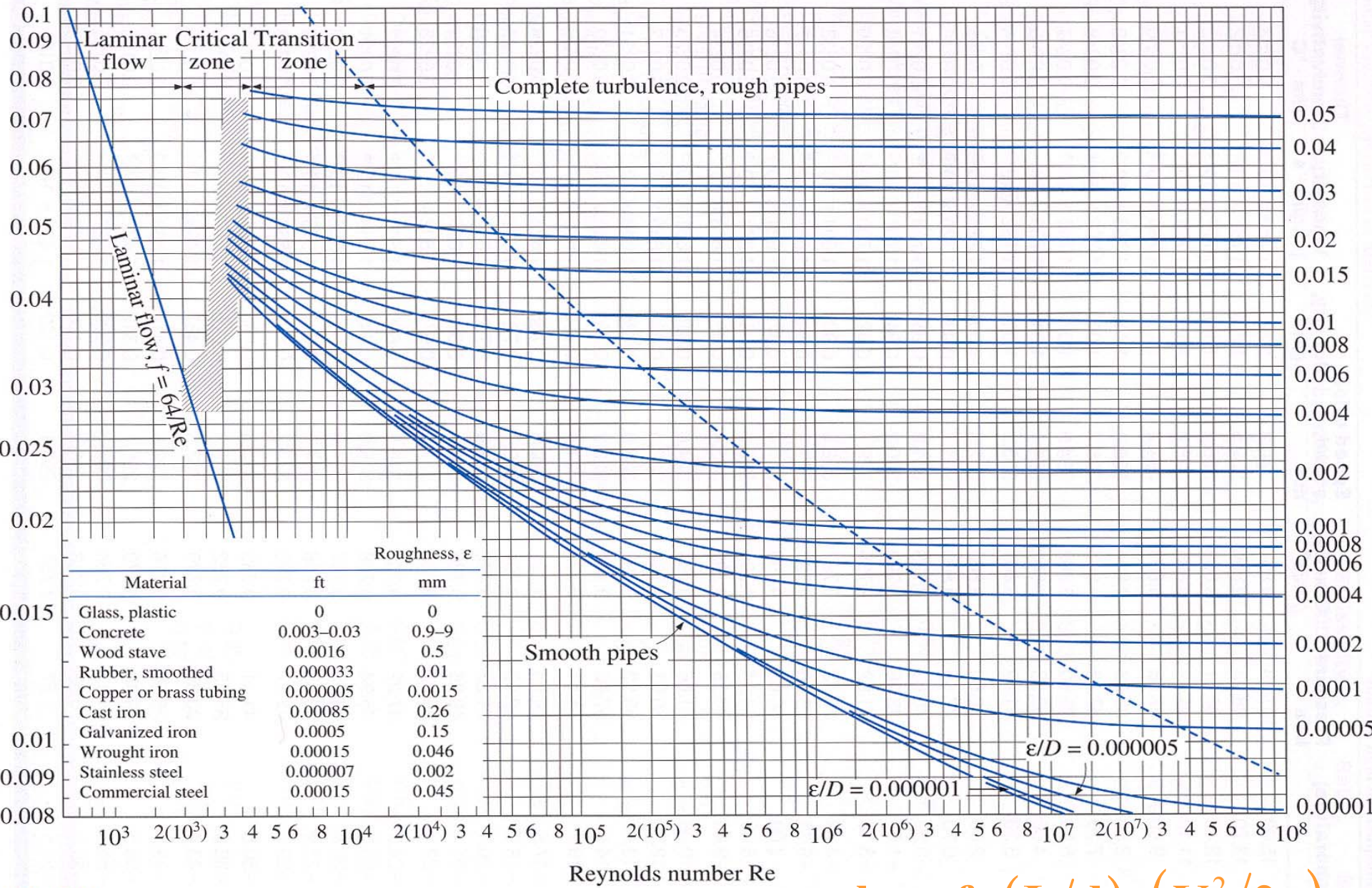


FIGURE A-27

Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.

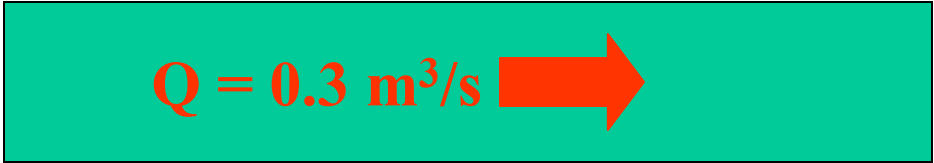
$$h_f = f \cdot (L/d) \cdot (V^2/2g)$$


Problema 7-8

- Água a 10°C escoia através de um tubo de ferro galvanizado a uma vazão de $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$. O diâmetro interno do tubo vale 190mm . Determine o coeficiente de atrito de Darcy e a correspondente a queda de pressão por unidade de comprimento do duto.

$$D = 190\text{mm}$$

Tab. 7.1 \rightarrow rugosidade = 0.15 mm



$Q = 0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ 

$$\textit{rugosidade relativa} = 0.15 / 190 = 0.0008$$

Problema 7-8

Tab. A-9, $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ & $\nu = 1.308 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Definição de Reynolds $\rightarrow \text{Re}_D = V \cdot D/\nu$

Em termos da vazão volumétrica \rightarrow

$$\text{Re}_D = 4Q/\pi D\nu = 1.54 \cdot 10^6$$

$ReD = 1.54 \cdot 10^6$ & $\epsilon/D = 0.0008$

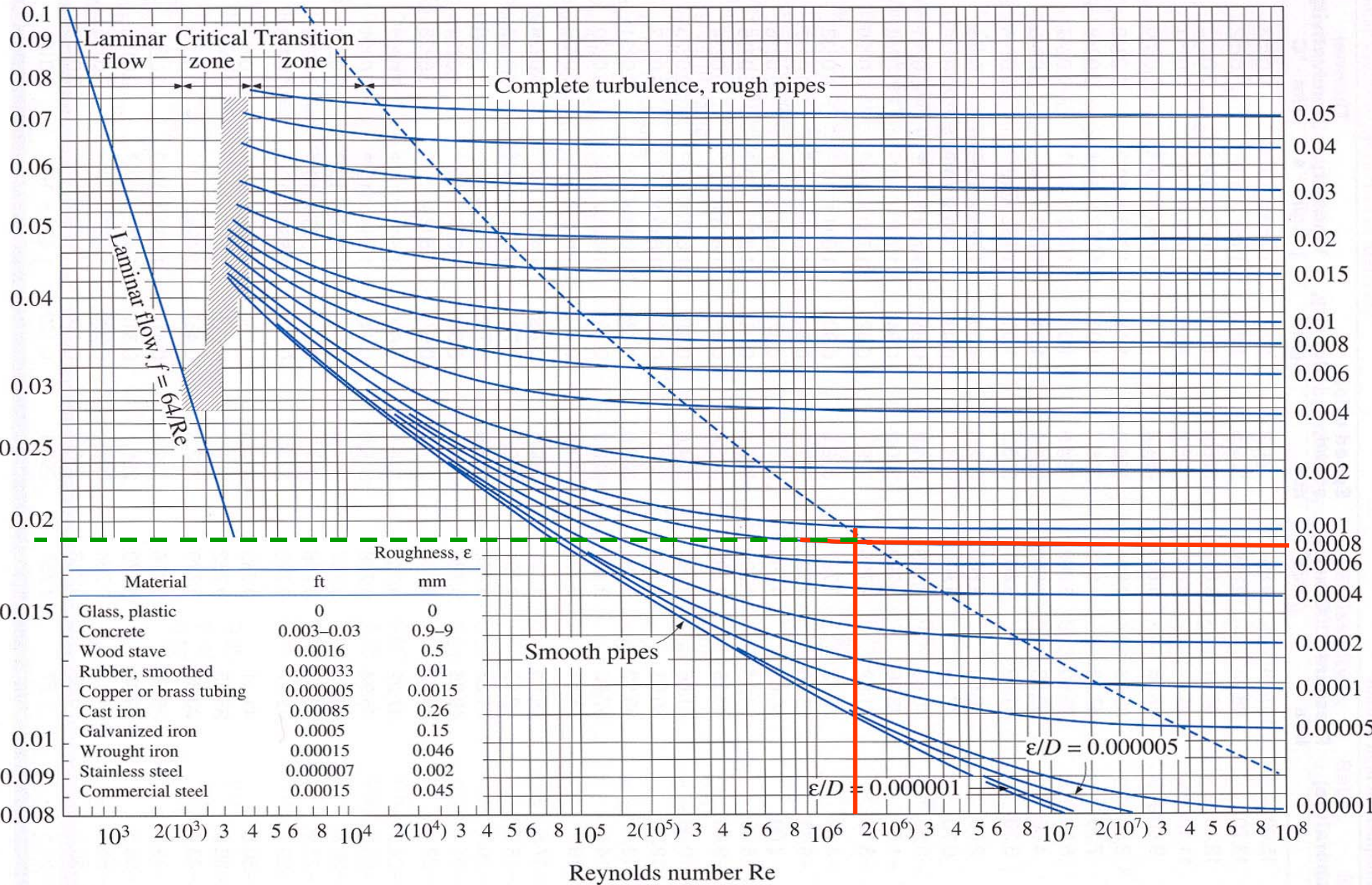


FIGURE A-27

Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.

Problema 7-8

- O fator de atrito é $f = 0.019$
- A queda de pressão é:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot h_L$$

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot f \cdot \left(\frac{L}{D} \right) \cdot \left(\frac{v^2}{2g} \right)$$

ou

$$\frac{\Delta P}{L} = 8 \cdot f \cdot \frac{\rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^5} = 5.5 \text{ kPa/m}$$

Problema 7-9 (obs. Problema parecido com 5-30E cap 5)

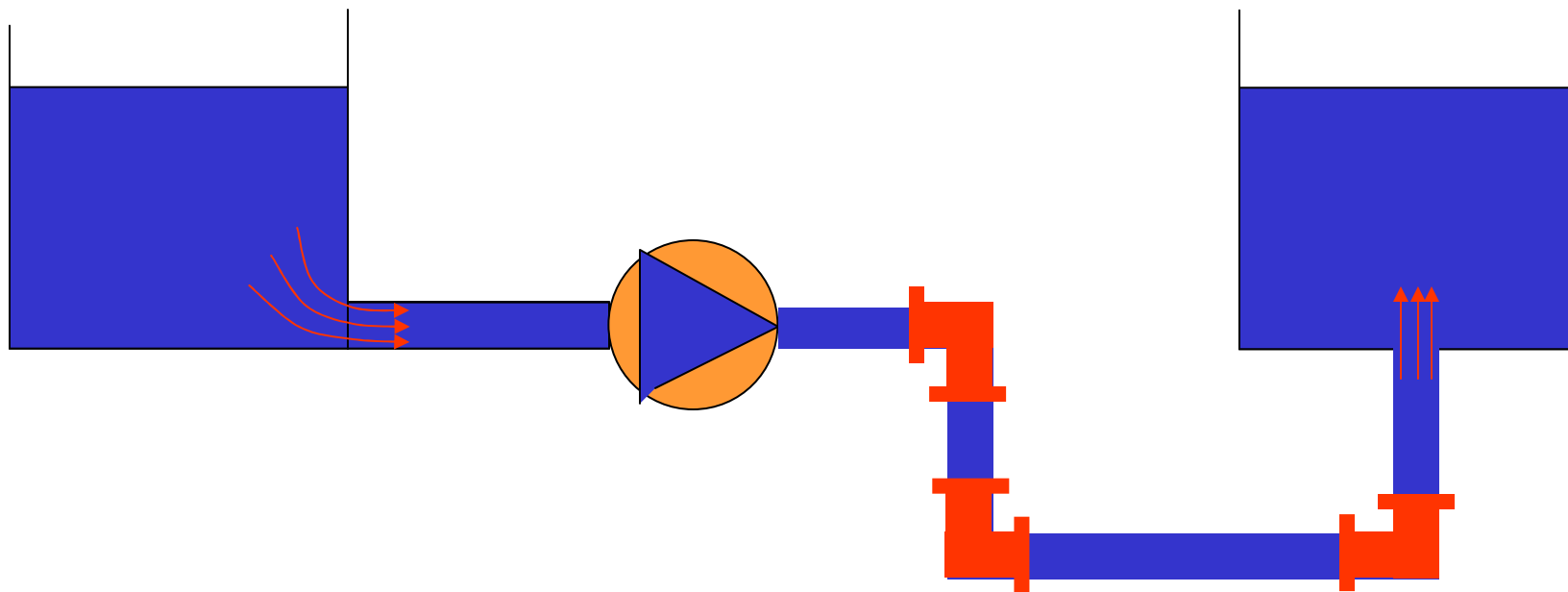
- Uma bomba é necessária para movimentar óleo a 310K de um terminal de descarga marítimo ao nível do mar para o tanque de armazenamento de uma refinaria que se encontra a 200 m de distância. O diâmetro interno do tubo é 20 cm, é feito de ferro fundido e contém três cotovelos flangeados de 90°. A vazão de operação é 0.356 m³/s. Desprezando as perdas de carga na entrada e saída dos reservatórios determine:
- A potência de eixo da bomba se sua eficiência é de 85%;
- Se a entrada e saída dos tubos são do tipo ‘abruptas’, estime as perdas de carga em cada uma;

Problema 7-9

Óleo, tab. A-10 & 310K, $\rho = 877.9 \text{ kg/m}^3$ @ $\nu = 288.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Comprimento, $L = 200\text{m}$, vazão $Q = 0.356 \text{ m}^3/\text{s}$ ($\sim 2000000\text{bpd}$)

Tubo ferro fundido, diâmetro = 0.2m & rugosidade (tab. 7.1) $\varepsilon = 0.26 \text{ mm}$

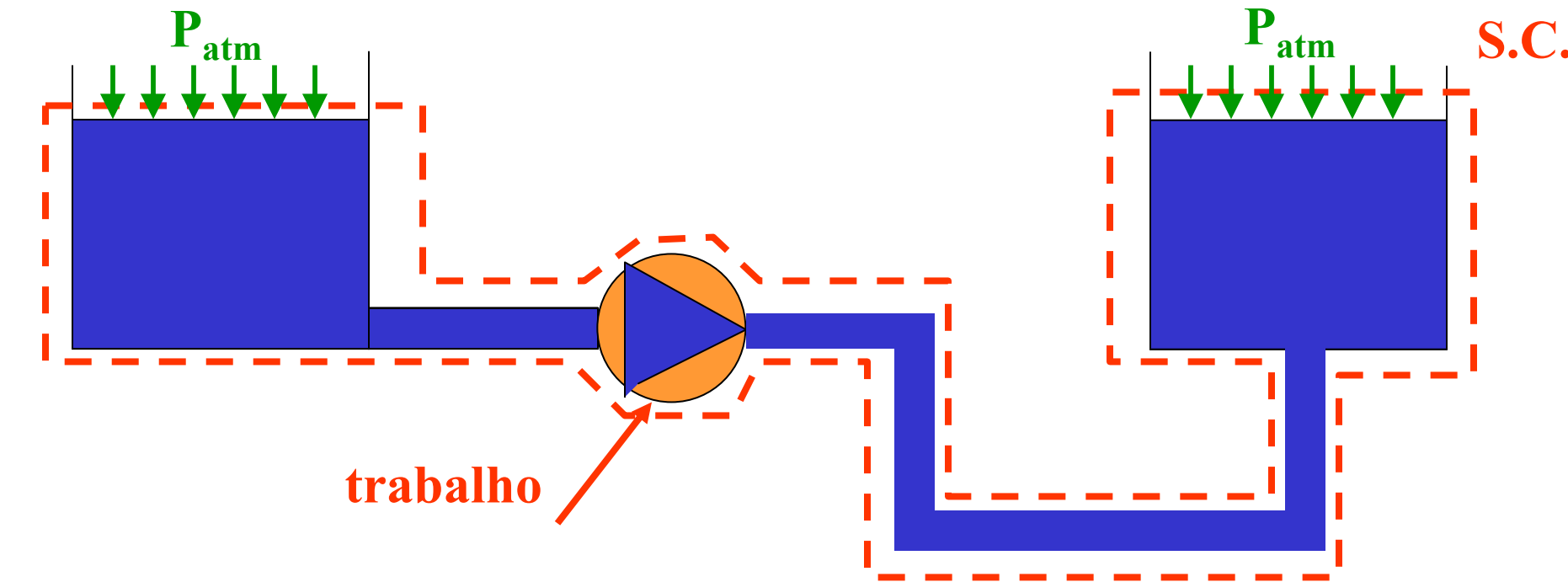


Cotovelos, tab. 7.2 (conexão flangeada 90°) $K = 0.26$

Contração abrupta, Fig. 7-6, $K = 0.4$

Expansão abrupta, Fig. 7-6, $K = 1.0$

Problema 7-9 Superfície de Controle



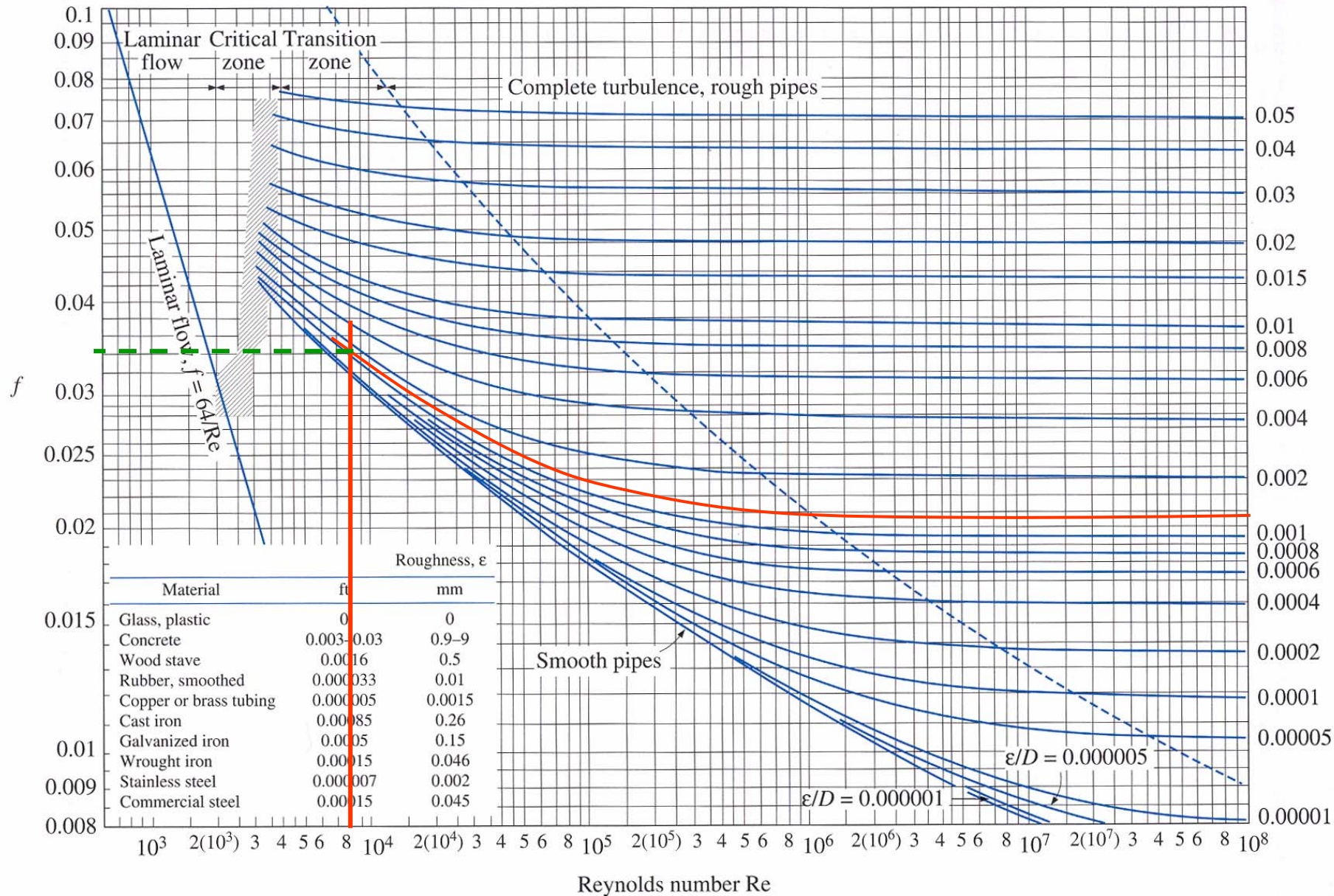
$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_e - \left\{ \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right)_s + h_L \right\} = \frac{w}{g} \quad \rightarrow \quad h_L = - \frac{w}{g}$$

~ 0 (indicated by red arrows pointing to the velocity terms in the Bernoulli equation)

P_{atm} (indicated by green lines pointing to the pressure terms in the Bernoulli equation)

$$\dot{W} = Q \cdot \underbrace{(\rho \cdot g \cdot h_L)}_{\Delta P}$$

$$\text{Re}_D = 4Q/\pi Dv = 7869 \quad \& \quad \epsilon/d = 0.0013 \quad \rightarrow \quad f = 0.034$$



Problema 7-9

- **Perda de carga distribuída:**

$$h_f = f \cdot \left(\frac{L}{d} \right) \cdot \left(\frac{V^2}{2g} \right) = 0.034 \cdot \left(\frac{200}{0.2} \right) \cdot \left(\frac{11.3^2}{2g} \right) = 227.8 \text{ m}$$

- **Perda de carga localizada:**

$$h_m = \sum K \cdot \frac{V^2}{2g} = (3 \cdot 0.26 + 0.4 + 1) \cdot \left(\frac{11.3^2}{2g} \right) = 14.2 \text{ m}$$

- **Perda de carga total:**

$$h_L = h_f + h_m = 242 \text{ m}$$

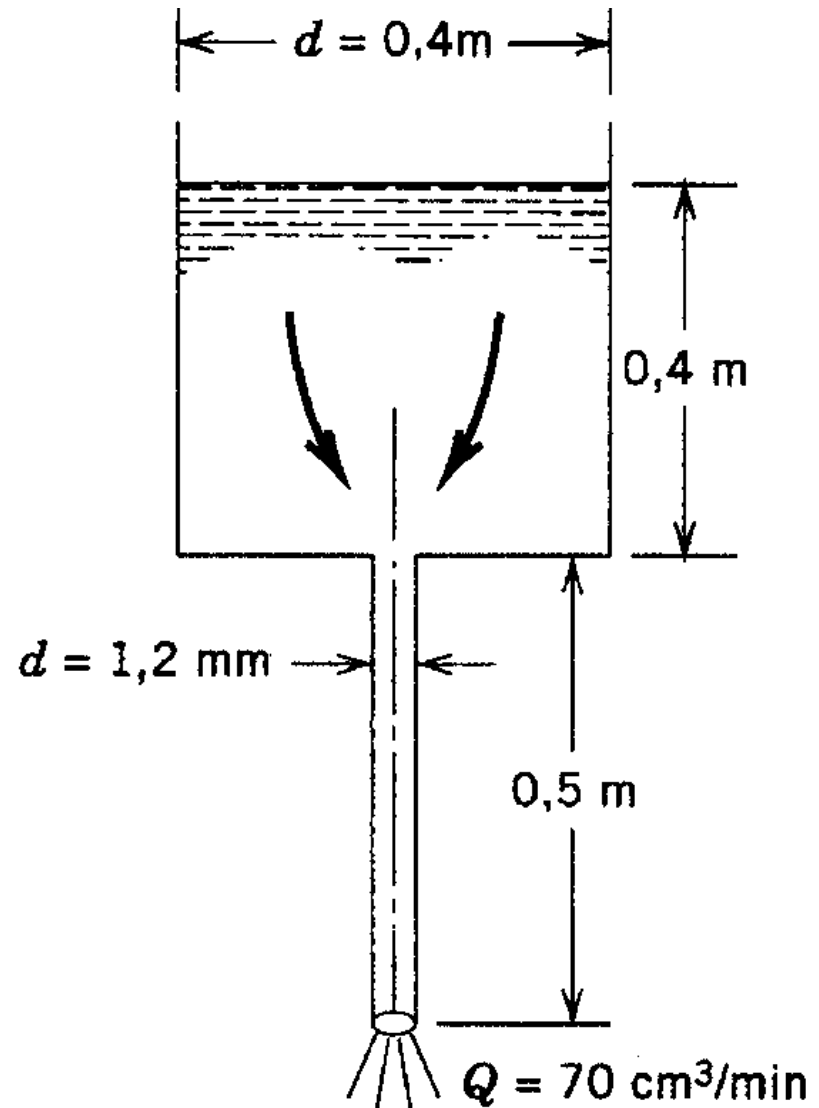
Problema 7-9

- Potência da bomba:

$$\dot{W} = \frac{Q \cdot (\rho \cdot g \cdot h_L)}{\eta} = \frac{0.356 \cdot 877.9 \cdot g \cdot 242}{0.85} = 873 \text{ kW}$$

Problema 7-15

Um líquido escoar de um tanque grande ($d=0.4\text{m}$) para um tubo pequeno ($d=1.2\text{ mm}$) instalado no centro da base do tanque. Há uma coluna de $0,4\text{ m}$ de líquido no tanque grande e o comprimento do tubo capilar é 0.5m . O tanque é aberto para a atmosfera e o tubinho também descarrega num ambiente de P_{atm} . O escoamento é mantido apenas por força gravitacional, e o nível de líquido no tanque grande permanece constante. Calcule a viscosidade cinemática do líquido em (m^2/s)



Problema 7-15

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \Big|_e - \left\{ \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_s + h_L \right\} = \frac{w}{g}$$

$$0.9 - \left(\frac{1.03^2}{2 \cdot g} \right) = h_L \rightarrow h_L = 0.8457 \text{ m}$$

Perda distribuída:

$$h_f = f \cdot \left(\frac{L}{d} \right) \cdot \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1.03 \text{ m/s}$$

The diagram illustrates a well system. A tank with a water level 0.4 m above the well opening is shown. The well tube has a diameter $d = 1.2 \text{ mm}$ and a length of 0.5 m. The discharge rate is $Q = 70 \text{ cm}^3/\text{min}$. The static water level is labeled S.C. and the velocity is $V = 1.03 \text{ m/s}$.

Problema 7-15

- Como h_f , L , d e V são conhecidos (0.8457 m, 0.5m, 1.2 mm e 1.03 m/s) pode-se determinar f :

$$f = \frac{h_f}{\left(\frac{L}{d}\right) \cdot \left(\frac{V^2}{2g}\right)} = 3.745 \cdot 10^{-2}$$

- Se considerarmos ‘ad hoc’ que o regime no tubo capilar seja laminar, então $f = 64/\text{Re}$;

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \rightarrow v = \frac{f \cdot d \cdot V}{64} = 7.247 \cdot 10^{-7}$$

Problema 7-15

- Vamos verificar se a hipótese de escoamento laminar é válida uma vez determinado o valor da viscosidade do líquido:

$$Re_d = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{1.03 \cdot (1.2/1000)}{7.247 \cdot 10^{-7}} = 1709$$

- Como $Re_d < 2300$ o escoamento está em regime laminar e portanto a hipótese ‘ad hoc’ é válida.