

# 1ª e 2ª Lei Combinadas → Limite Trabalho

O trabalho de eixo passa a ser:

$$W_{\text{shaft}} = \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{IN}} - \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{OUT}} - T_0 S_{\text{gen}}$$

mas, como  $T_0 S_{\text{gen}} \geq 0$ , a 2ª lei estabelece um limite superior para o trabalho:

$$W_{\text{shaft}} \leq \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{IN}} - \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{OUT}}$$

Ou, se preferirmos podemos definir o trabalho reversível ( $S_{\text{gen}} = 0$ ) como:

$$W_{\text{rev}} = \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{IN}} - \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} - T_0 s \right)_{\text{OUT}}$$

# BERNOULLI: *UM CASO ESPECIAL*

$$0 = \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} \right)_{\text{IN}} - \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} \right)_{\text{OUT}}$$

Considere um processo:

- *Reversível*  $\rightarrow s_{gen} = 0$
- *Sem Transf. de Calor*  $\rightarrow s_{in} = s_{out}$
- *Sem realização de trabalho*  $\rightarrow w_{shaft} = 0$

O que restou da Equação da Energia?

$$\left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} \right)_{\text{IN}} - \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} \right)_{\text{OUT}} = 0$$

A equação é válida para escoamentos **incompressíveis** ou compressíveis.

# BERNOULLI:

## *Compressível x Incompressível*

1. Um escoamento incompressível, **‘u’ constante**
2. Um escoamento compressível,  $u + Pv + V^2/2$  const.
3. Um fluido pode ter densidade variável (gás ideal) e ainda ter seu escoamento se comportando como incompressível.
4. O número de Mach indica se os efeitos de compressibilidade estão presentes ou não.

*Vamos utilizar hipótese de escoamento incompressível para desenvolver Bernoulli, note porém que ele poderá ser empregado para gases.*

# EQUAÇÃO DE BERNOULLI

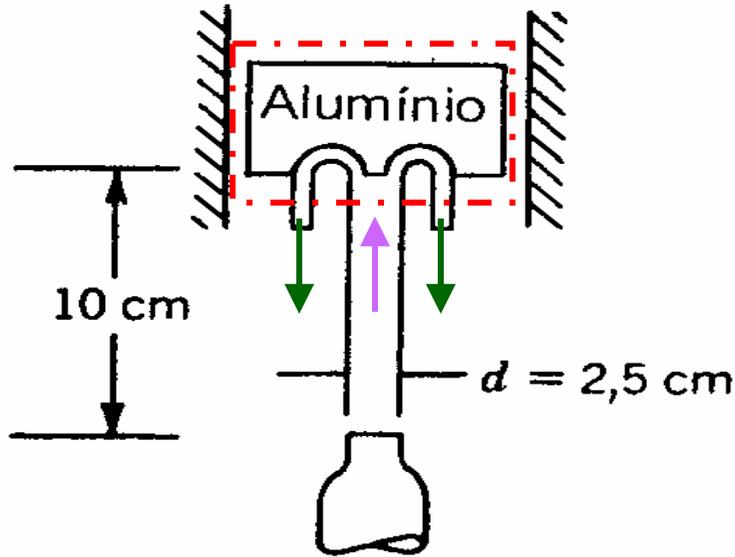
**Primeira solução que relaciona campo de velocidade com campo de pressão.**

$$\left( \frac{V_I^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} \right)_1 = \left( \frac{V_I^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} \right)_2$$

- Ela estabelece a conservação da energia mecânica entre dois pontos do escoamento.
- Há uma conversão reversível entre os termos de energia potencial, de campo e de pressão

5-24) Um bloco de alumínio pesa 10 N e está contido em um canal circular, como mostrado na Fig. P5-24. Um jato de água o atinge na direção vertical a partir de um bocal de diâmetro de 2,5 cm. Qual deve ser a velocidade vertical do jato para manter o bloco a 10 cm do bocal? A temperatura da água é de 283 K.

5-25) O sistema de sifão descrito no Exemplo 5.5 apresenta uma perda de carga unitária por unidade de comprimento de tubo de 0,025 s/m. Qual deve ser a velocidade de escoamento no tubo para manter o nível da água no reservatório a 10 cm do bocal?



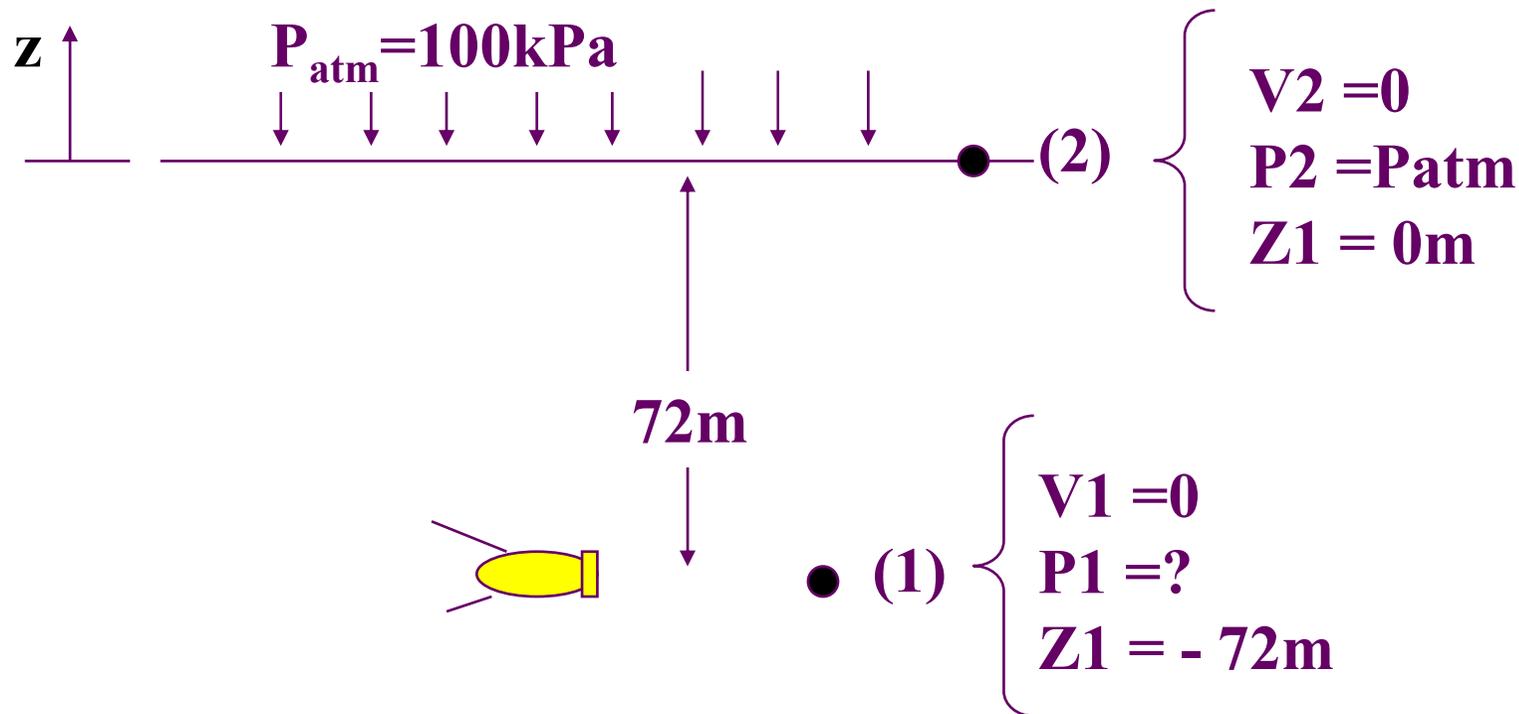
a variação de quantidade de movimento do jato é igual a força peso:

$$F_Y = +2\dot{m}V_j$$

Se o jato estiver a 10 cm do bloco, então a velocidade de descarga do bocal deverá ser:

$$\left( \frac{V_0^2}{2} + g_0 + \frac{P_{atm}}{\rho} \right)_0 = \left( \frac{V_j^2}{2} + gh + \frac{P_{atm}}{\rho} \right)_j \rightarrow V_0 = \sqrt{V_j^2 + 2gh}$$

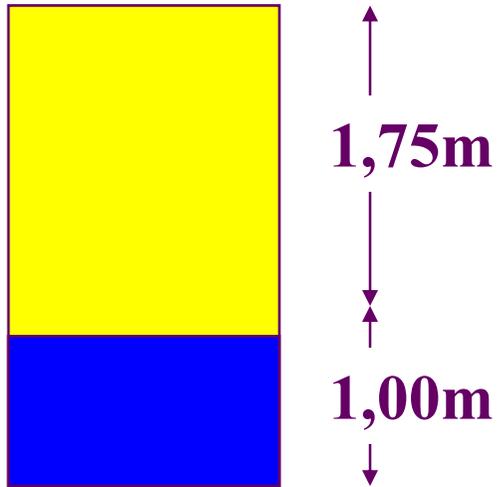
**Ex. 5.33** Um mergulhador se encontra a 72 m de profundidade numa região onde a temperatura é de 5°C. Qual é a pressão absoluta nesta profundidade?



Quando não há velocidade se chama um caso **HIDROSTÁTICO**.  
A pressão hidrostática varia somente com a altura!

$$P = P_{REF} + \rho gh$$

**Ex. 5.39** Um cilindro de 0,5 cm de diâmetro contém dois líquidos: água e outro com densidade relativa  $S=0.88$ . Determine a força líquida no fundo do cilindro

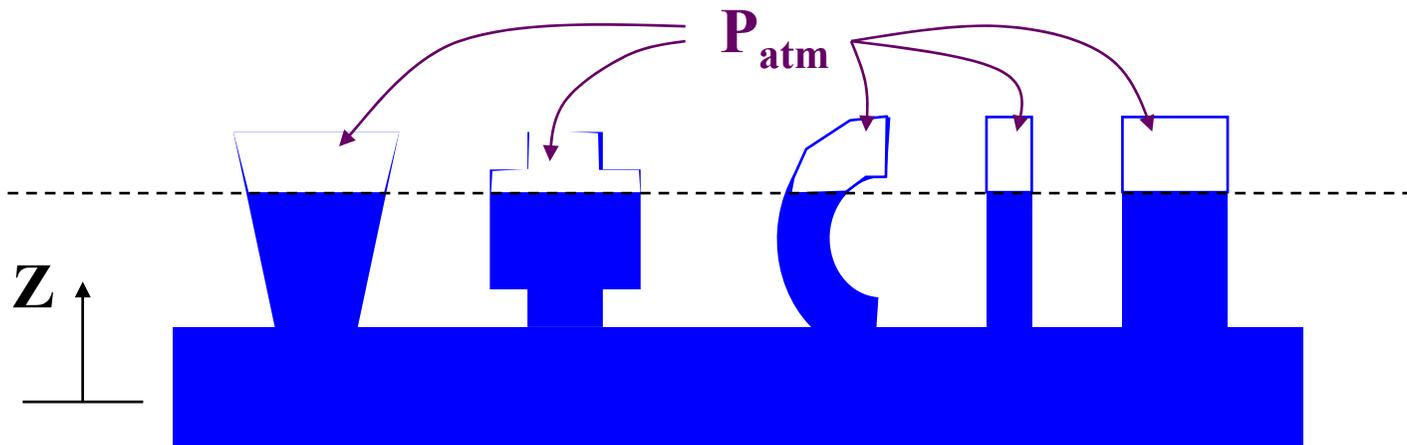


# MANOMETROS

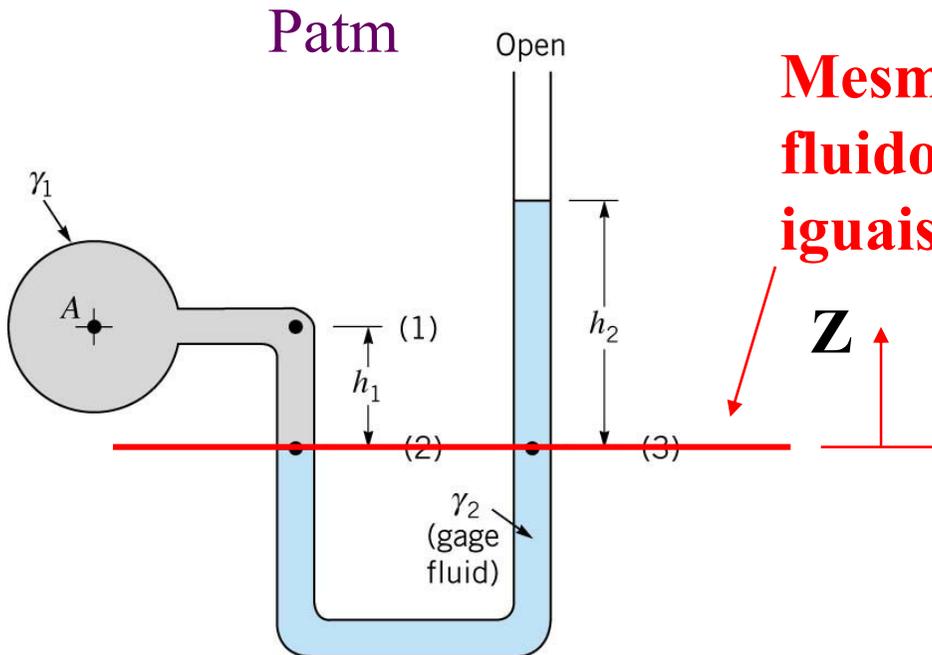
- São medidores de pressão que operam em condições **HIDROSTÁTICAS**.

$$\left( gz + \frac{P}{\rho} \right)_1 = \left( gz + \frac{P}{\rho} \right)_2$$

- Regra: *mesmo fluido e mesma altura apresentam mesma pressão. Porque?*
- A pressão só varia com  $z$ .



# MEDIÇÃO DA PRESSÃO: MANOMETROS TUBO U



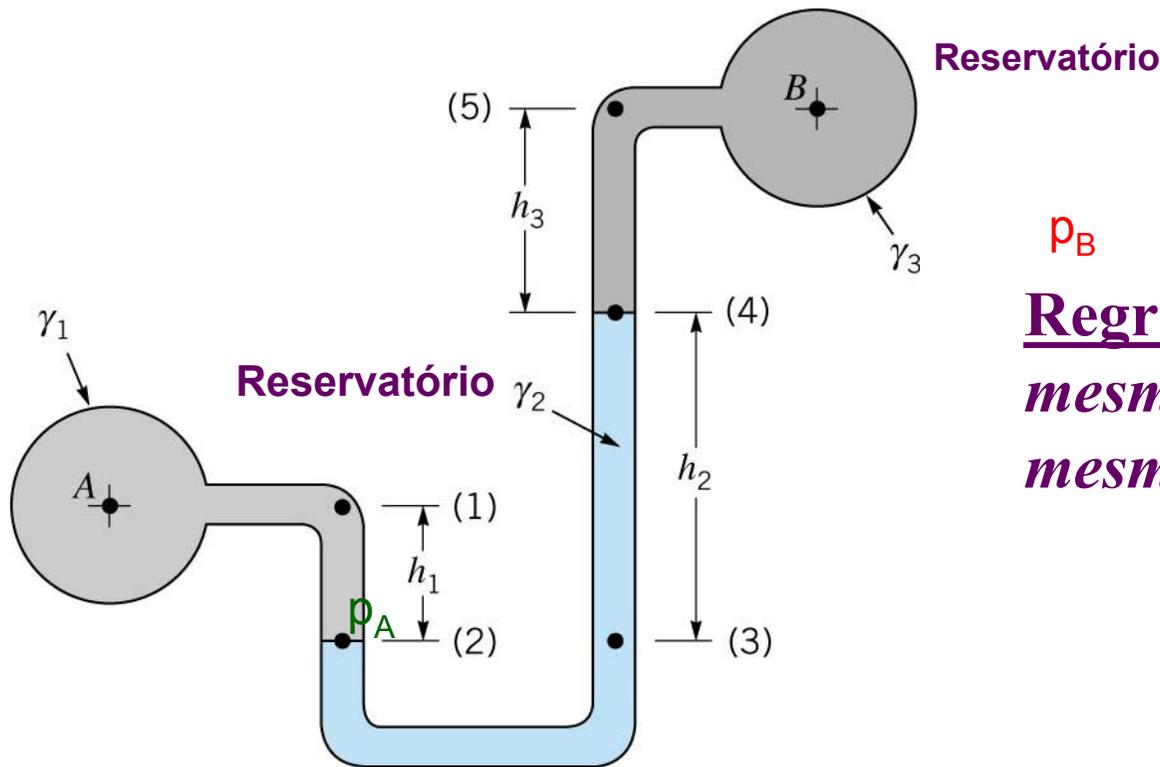
$$P_2 = P_A + \rho_A \cdot g \cdot h_1$$
$$P_2 = P_3$$

$$P_3 = P_{Atm} + \rho_m \cdot g \cdot h_2$$

$$P_A - P_{Atm} = g \cdot (\rho_m h_2 - \rho_A h_1)$$



# MEDIÇÃO DA PRESSÃO: MANOMETRO DIFERENCIAL



$\rho_B$

***Regra: mesmo fluido e  
mesma altura apresentam  
mesma pressão.***

$$P_2 = P_3 \quad \rightarrow \quad P_A - P_B = \rho_B g h_3 + \rho_M g h_2 - \rho_A g h_1$$

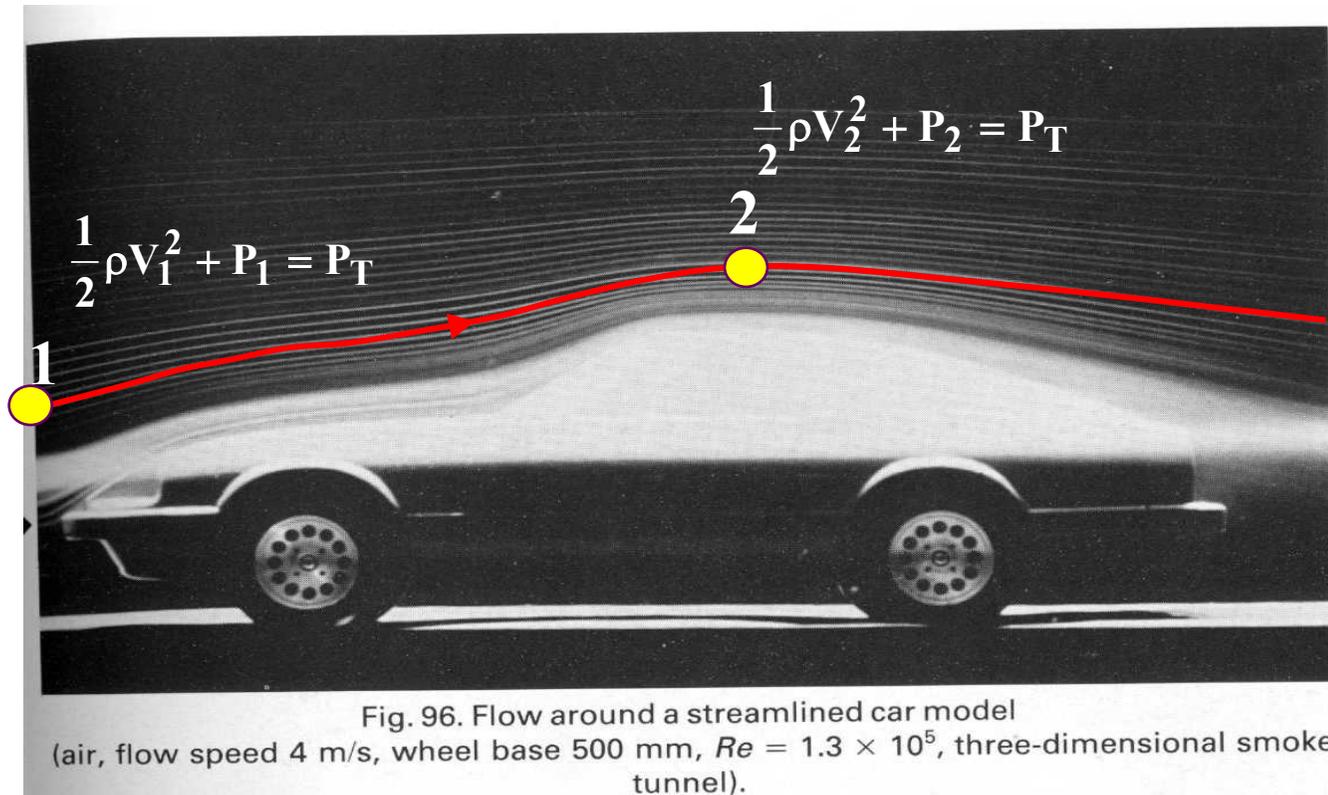
Medidor de Pressão tipo Bourdon

# EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Primeira solução que relaciona campo de velocidade com campo de pressão.

$P_T$  é constante em (1) e (2)

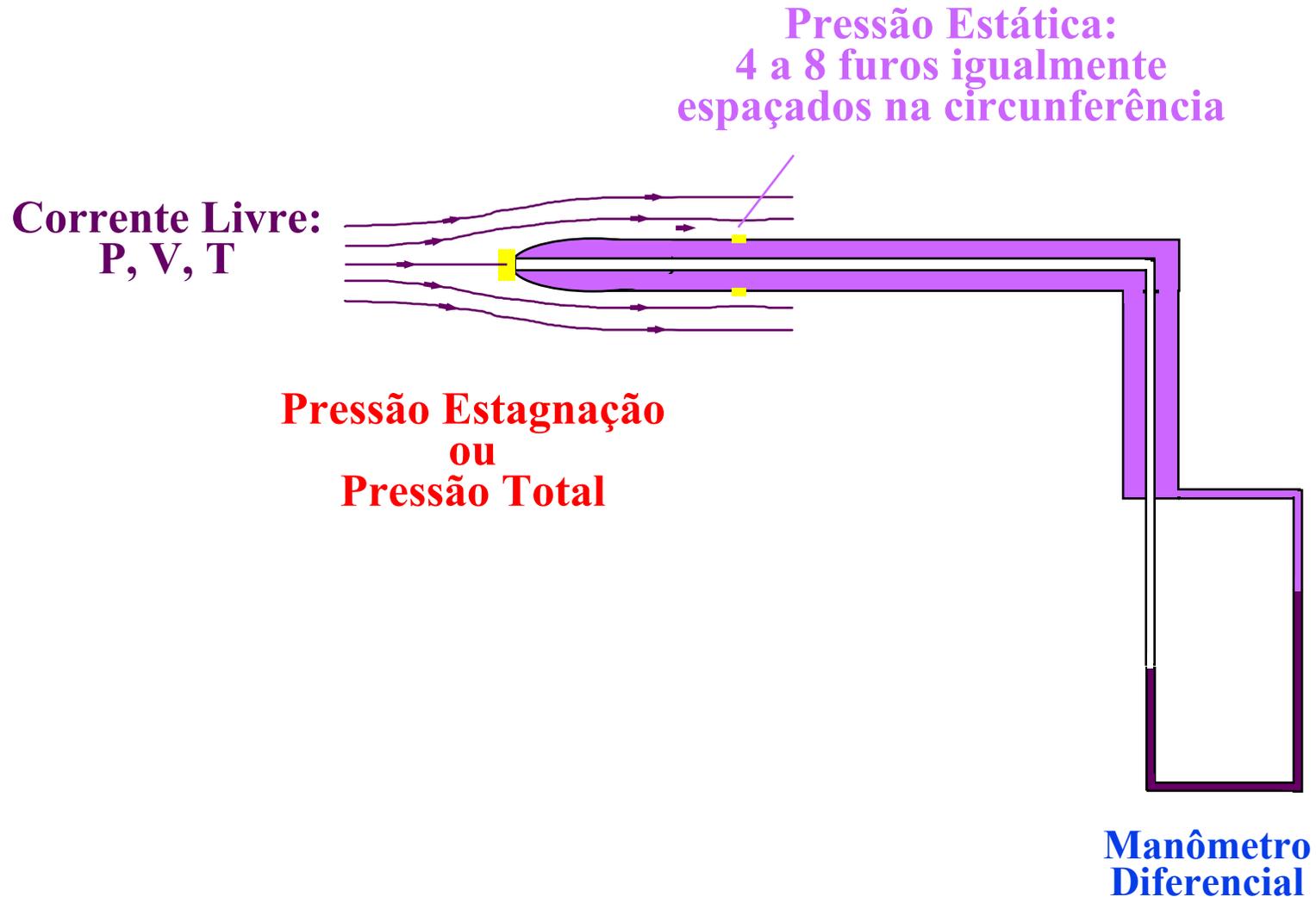
$$V_2 = [ 2 (P_T - P_2) / \rho ]^{0.5}$$



# **Tubos de Pitot (1732)**

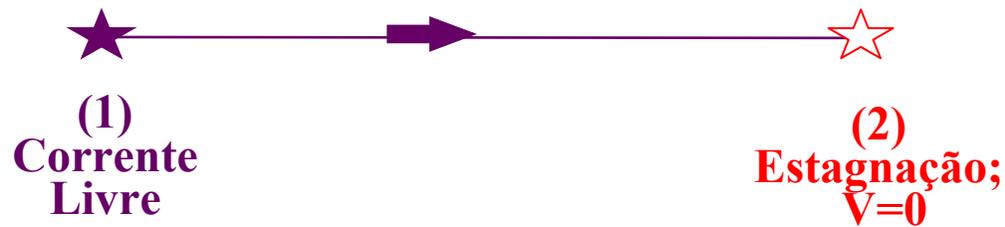
- **Foi desenvolvido em 1732 por Henry Pitot para realizar medidas locais da velocidade de correntezas em rios.**
- **Até hoje muito utilizado na indústria aeronáutica, em instalações industriais (linhas de vapor, gases e líquidos) em sistemas de ventilação e laboratórios de pesquisa.**
- **Realiza uma medida local da velocidade do escoamento**
- **Pode ser empregados tanto para fluidos compressíveis como para incompressíveis.**

# Tubos de Pitot (1732)



# *Princípio Básico dos Pitots*

- O escoamento livre é desacelerado de modo reversível até a estagnação, a Energia total se conserva



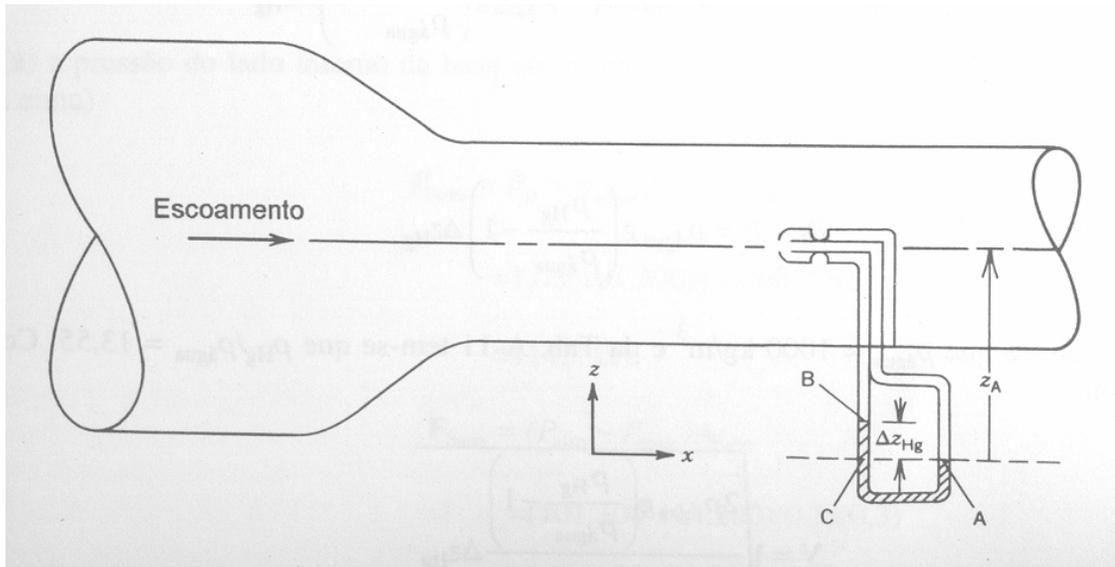
$$\underbrace{P_1}_{\text{P. Estat}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho_1 V_1^2}_{\text{P. Din}} = \underbrace{P_2}_{\text{P. Estag.}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho_2 V_2^2}_{=0}$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot V_1^2$$

ou

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}}$$

**Ex. 5.44** Um tubo de Pitot é conectado a um manômetro U contendo álcool ( $S=0.8$ ). O Pitot é colocado numa corrente de ar ( $P_{atm} = 101.3 \text{ kPa}$  e  $T = 30^\circ\text{C}$ ). Se a coluna de líquido for de  $10.3 \text{ cm}$ , qual deve ser a velocidade do ar?



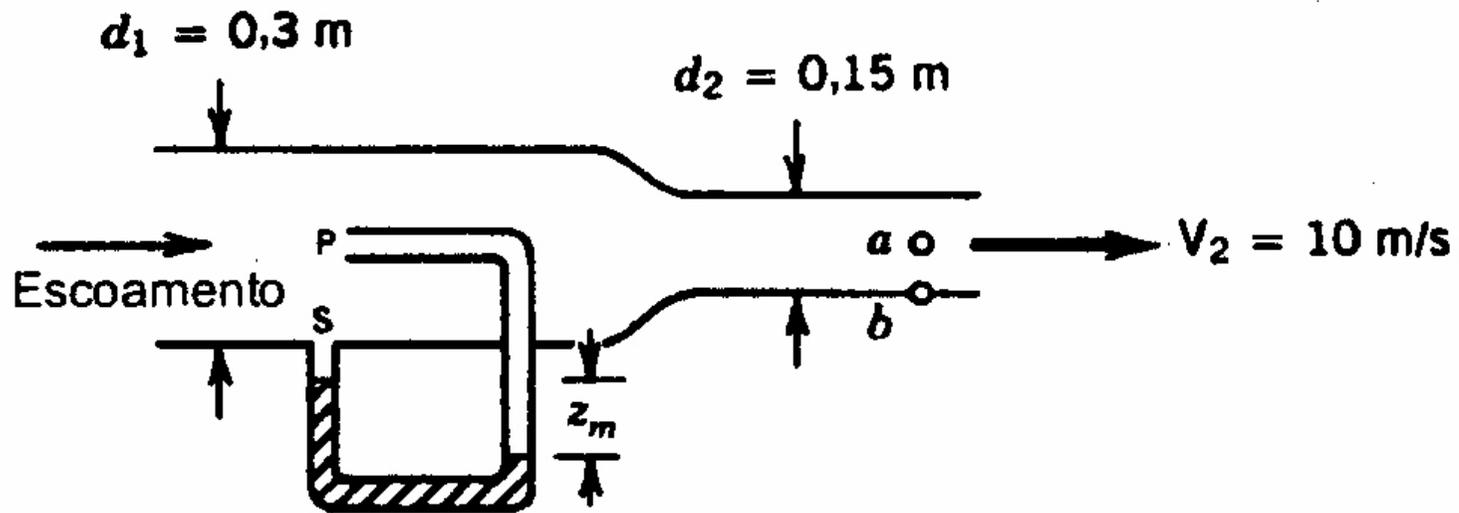
Ar  $\rightarrow$  gas perfeito,  $R = 287 \text{ J/K}$ ,  $\rho = 1.165 \text{ kg/m}^3$

$$V = \sqrt{\frac{2\rho_m g h}{\rho_{ar}}} = 37.33 \text{ m/s}$$

**5-37** Considere o escoamento de água a  $10\text{ }^\circ\text{C}$  por um bocal de um túnel de água, Fig. P5-37. Um tubo de Pitot (P) com tomada de pressão estática (S) está conectado a um manômetro em U contendo mercúrio (densidade relativa = 13,55, Tabela A-11). Determine o desnível da coluna de mercúrio,  $z_m$ :

- (a) Quando P e S estão localizados como mostrado.
- (b) Quando P é colocado na posição (a) e S permanece na posição mostrada.
- (c) Quando S é colocado na posição (b) e P permanece na posição mostrada.
- (d) Quando P é colocado na posição (a) e S na posição (b).

Note que o tubo de Pitot está fora da camada limite e a tomada estática não é afetada por efeitos viscosos.

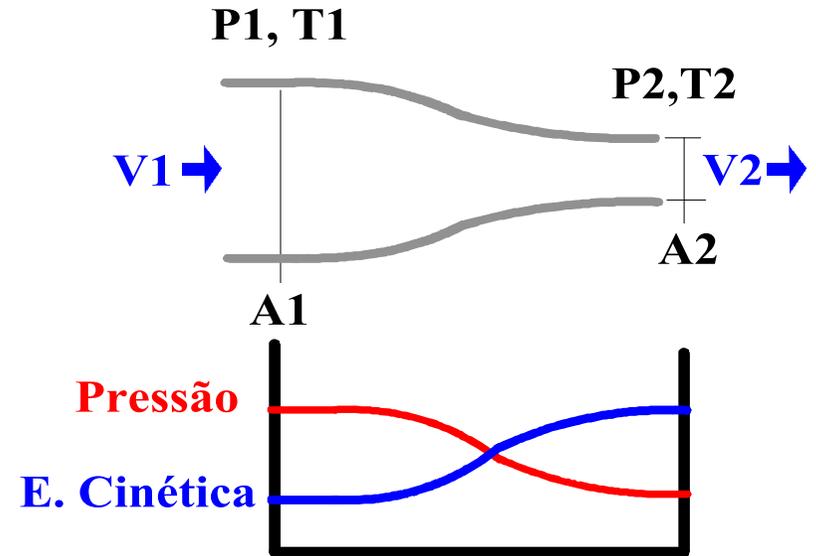


# *Aplicação em Medidores de Vazão: Escoamento numa Obstrução*



# Vazão Teórica Incompressível: Tubo Venturi

- *Escoamento Unidimensional*
- *Regime Permanente*
- *Fluido Incompressível*
- *Sem viscosidade (esc. reversível)*



- **Equação Continuidade seções (1) - (2)**

$$\dot{m} = (\rho \cdot V \cdot A)_1 = (\rho \cdot V \cdot A)_2$$

- **Equação Energia seções (1) - (2)**

$$\left( P + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \right)_1 = \left( P + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \right)_2$$

$$\dot{m}_{T,i} = \frac{A_2}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta P}; \quad \beta = \frac{d}{D}$$

# Medição Real

- A vazão real é determinada por meio da vazão teórica incompressível multiplicada por constantes,  $C_d$  e  $Y$ , que levam ao modelo teórico os efeitos de viscosidade e compressibilidade do escoamento

$$\dot{m}_{\text{REAL}} = C_d \cdot \frac{A_2}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cdot \sqrt{2\rho_1 \Delta P}$$

- O coef. de descarga corrige os efeitos de viscosidade e turbulência. Ele é determinado experimentalmente como:

$$C_d = \frac{\dot{m}_{\text{Real, incomp}}}{\dot{m}_{\text{Teo, incomp}}} = f(\beta, \text{Re}) < 1$$

# Jatos de Água (filme)

- **Velocidade de Descarga:**  $v_d = (2gH)^{1/2}$
- **Tragetória do Jato:**

$$v_0 = \sqrt{\underbrace{v_d^2}_{v_x^2} + \underbrace{2gz_0}_{v_z^2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = v_d \cdot t \\ z = -g \frac{t^2}{2} \end{array} \right\} z = -\left(\frac{g}{2 \cdot v_0^2}\right) x^2$$

