Considere a barra com o carregamento ilustrada na Figura 1. Pede-se traçar os diagramas da força normal, dos deslocamentos, deformações e tensões axiais.

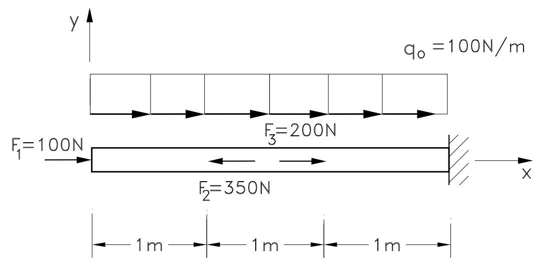


Figura 1: Barra submetida a carregamentos.

1. Equação do carregamento: $q(x) = q_0 < x - 0 >^0 - F_2 < x - 1 >^{-1} + F_3 < x - 2 >^{-1}$

2. Condições de contorno: $N_x(x=0) = -F_1 = -100N \qquad u(x=3) = 0$

3. Integração da equação diferencial

   $E(x)A(x)\frac{d^2u(x)}{dx^2} = -q(x) = -q_0 < x - 0 >^0 + F_2 < x - 1 >^{-1} - F_3 < x - 2 >^{-1}$

   - 1^a integração: força normal
     $N_x(x) = EA\frac{du(x)}{dx} = -q_0 < x - 0 >^1 + F_2 < x - 1 >^0 - F_3 < x - 2 >^0 + C_1$
   - 2^a integração: deslocamento axial
     $EAu(x) = -\frac{q_0}{2} < x - 0 >^2 + F_2 < x - 1 >^1 - F_3 < x - 2 >^1 + C_1 x + C_2$

4. Determinação das constantes de integração

   $N_x(x=0) = 0 + 0 - 0 + C_1 = -F_1 \rightarrow C_1 = -F_1$

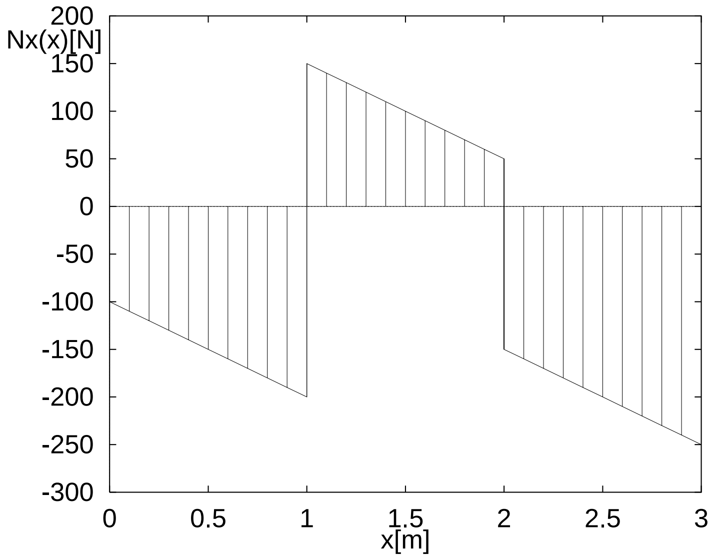
   $u(x=3) = -\frac{q_0}{2}(3)^2 + F_2(3-1) - F_3(3-2) - 100(3) + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = 250$

5. Equações finais

   - força normal: $N_x(x) = -q_0 x + F_2 < x - 1 >^0 - F_3 < x - 2 >^0 - F_1$
   - deslocamento: $u(x) = \frac{1}{EA}(-50x^2 + 350 < x - 1 >^1 - 200 < x - 2 >^1 - 100x + 250)$

6. Diagrama da força normal

$N_x(x \to 0^+) = -100N \quad N_x(x \to 1^-) = -200N$
$N_x(x \to 1^+) = 150N \quad N_x(x \to 2^-) = 50N$
$N_x(x \to 2^+) = -150N \quad N_x(x \to 3^-) = -250N$



7. Reação de apoio

   $R_{A_x} = N_x(x=3) = -100(3) + 350 - 200 - 100 = -250N$

8. Deslocamento, deformação e tensão: neste caso, toma-se $A = 10^{-4}m^2$ e $E = 100GPa$

   - trecho $0 < x < 1$

     $u(x) = \frac{1}{EA}(-50x^2 - 100x + 250) \to \begin{cases} u(x \to 0^+) = 2,5 \times 10^{-5} \\ u(x \to 1^-) = 1,0 \times 10^{-5} \end{cases}$

     $\varepsilon_{xx}(x) = \frac{du(x)}{dx} = 50 \times 10^{-7}(-2x - 2) = -10^{-5}(x+1) \to \begin{cases} \varepsilon_{xx}(x \to 0^+) = -10^{-5} \\ \varepsilon_{xx}(x \to 1^-) = -2 \times 10^{-5} \end{cases}$

     $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = -10^6(x+1) \to \begin{cases} \sigma_{xx}(x \to 0^+) = -1MPa \\ \sigma_{xx}(x \to 1^-) = -2MPa \end{cases}$

   - trecho $1 < x < 2$

     $u(x) = \frac{1}{EA}(-50x^2 + 350(x-1) - 100x + 250) \to \begin{cases} u(x \to 1^+) = 1,0 \times 10^{-5} \\ u(x \to 2^-) = 2,0 \times 10^{-5} \end{cases}$

     $\varepsilon_{xx}(x) = \frac{du(x)}{dx} = 50 \times 10^{-7}(-2x + 5) \to \begin{cases} \varepsilon_{xx}(x \to 1^+) = 1,5 \times 10^{-5} \\ \varepsilon_{xx}(x \to 2^-) = 0,5 \times 10^{-5} \end{cases}$

     $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = -10^6(x+1) \to \begin{cases} \sigma_{xx}(x \to 1^+) = 1,5MPa \\ \sigma_{xx}(x \to 2^-) = 0,5MPa \end{cases}$

   - trecho $2 < x < 3$

     $u(x) = \frac{1}{EA}(-50x^2 + 350(x-1) - 200(x-2) - 100x + 250) = 50 \times 10^{-7}(-x^2 + x + 6)$

     $u(x) = \begin{cases} u(x \to 2^+) = 2,0 \times 10^{-5} \\ u(x \to 3^-) = 0 \end{cases}$

     $\varepsilon_{xx}(x) = \frac{du(x)}{dx} = 50 \times 10^{-7}(-2x + 5) \to \begin{cases} \varepsilon_{xx}(x \to 2^+) = -1,5 \times 10^{-5} \\ \varepsilon_{xx}(x \to 3^-) = -2,5 \times 10^{-5} \end{cases}$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = -10^6(x+1) \rightarrow \begin{cases} \sigma_{xx}(x \rightarrow 2^+) = 1,5MPa \\ \sigma_{xx}(x \rightarrow 3^-) = 2,5MPa \end{cases}$$

A seguir ilustram-se os gráficos dos deslocamentos e deformação ao longo da barra.