

**EM057 - INTRODUÇÃO AO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**  
**PROVA - 27/05/99**

Nome :

RA :

O modelo de viga de Euler-Bernoulli considera apenas a flexão pura. A equação diferencial de viga para um material elástico linear isotrópico é dada por

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( E(x)I_z(x) \frac{d^2 v}{dx^2} \right) - q(x) = 0. \quad (1)$$

sendo  $v$ ,  $E$  e  $I_z$ , respectivamente, o deslocamento transversal, o módulo de elasticidade longitudinal e o momento de inércia da seção transversal com relação ao eixo  $z$ . Para uma viga de um mesmo material e seção transversal constante, a expressão anterior se reduz a

$$EI_z \frac{d^4 v}{dx^4} - q(x) = 0. \quad (2)$$

A Figura 1 ilustra a viga com os carregamentos externos.  $V_0$  e  $V_L$  são as forças cortantes nos extremos da viga.  $M_0$  e  $M_L$  são os momentos fletores nos extremos da viga.  $q$  é o carregamento transversal distribuído por unidade de comprimento.

O momento fletor, a força cortante e rotação são dados, respectivamente, por

$$M_z = EI_z \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad V_y = EI_z \frac{d^3 v}{dx^3} = \frac{dM_z}{dx} \quad \text{e} \quad \theta = \frac{dv}{dx} .$$

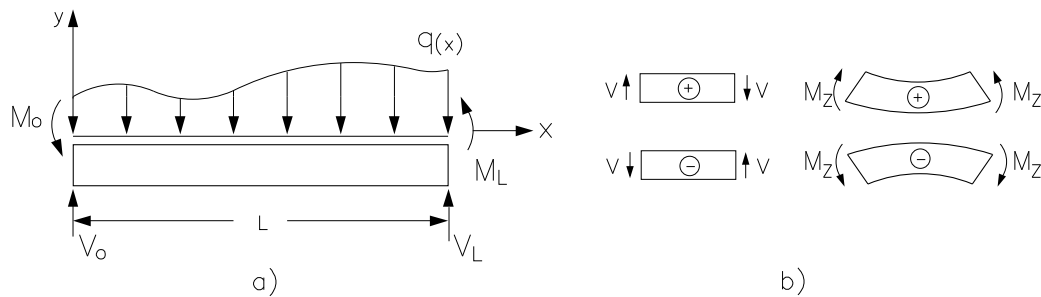


Figura 1: Viga: a) esforços externos; b) convenção de sinais.

1. Escrever a equação (2) na forma de operador  $Au = f$ .

Para o problema de viga dado em (2) tem-se

$$A = EI_z \frac{d^4}{dx^4} \quad u = v \quad f = q \cdot$$

2. Indicar o domínio do operador  $A$  para os casos de viga engastada, bi-apoiada e bi-engastada.

Como a equação diferencial é de quarta ordem, as funções solução da equação diferencial devem ter derivadas contínuas até a quarta ordem, ou seja, devem pertencer ao conjunto  $C^4(0, L)$ .

- Viga engastada:  $D_A = \left\{ v | v \in C^4(0, L), v(0) = 0, \frac{dv(0)}{dx} = 0, \frac{d^2v(L)}{dx^2} = 0, \frac{d^3v(L)}{dx^3} = 0 \right\}$ .
- Viga bi-apoiada:  $D_A = \left\{ v | v \in C^4(0, L), v(0) = 0, \frac{d^2v(0)}{dx^2} = 0, v(L) = 0, \frac{d^2v(L)}{dx^2} = 0 \right\}$ .
- Viga bi-engastada:  $D_A = \left\{ v | v \in C^4(0, L), v(0) = 0, \frac{dv(0)}{dx} = 0, v(L) = 0, \frac{dv(L)}{dx} = 0 \right\}$ .

3. Construir a forma fraca do problema de viga.

Para obter a forma fraca, multiplica-se (2) por uma função  $u = u(x)$  pertencente ao domínio do operador  $A$  e integra-se entre 0 e  $L$ , ou seja,

$$\int_0^L \left( EI_z \frac{d^4v}{dx^4} - q(x) \right) u dx = 0 \longrightarrow \int_0^L EI_z \frac{d^4v}{dx^4} u dx - \int_0^L q(x) u dx = 0. \quad (3)$$

Integrando duas vezes por partes a primeira integral da expressão anterior vem que

$$\begin{aligned} \int_0^L EI_z \frac{d^4v}{dx^4} u dx &= - \int_0^L EI_z \frac{d^3v}{dx^3} \frac{du}{dx} dx + EI_z \frac{d^3v}{dx^3} u \Big|_0^L \\ &= \int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx + EI_z \frac{d^3v}{dx^3} u \Big|_0^L - EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{du}{dx} \Big|_0^L. \end{aligned}$$

Substituindo na expressão (3), chega-se a forma fraca do problema de viga

$$\int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx + EI_z \frac{d^3v}{dx^3} u \Big|_0^L - EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{du}{dx} \Big|_0^L = \int_0^L q(x) u dx, \quad (4)$$

e considerando as definições do momento fletor, força cortante e rotação

$$\int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx + [V_y(L)u(L) - V_y(0)u(0)] - [M_z(L)\theta(L) - M_z(0)\theta(0)] = \int_0^L q(x) u dx.$$

4. Indicar as condições de contorno essenciais e naturais do problema de viga.

As condições de contorno essenciais são em termos de deslocamento transversal  $v$  e rotação da seção transversal  $\frac{dv}{dx}$ . Já as condições de contorno naturais estão dadas em termos da cortante  $V_y = EI_z \frac{d^3v}{dx^3}$  e do momento fletor  $M_z = EI_z \frac{d^2v}{dx^2}$ .

5. O operador  $A$  é simétrico e positivo-definido para o caso de uma viga bi-apoiada? Quais são o produto interno e a norma de energia?

Se o operador  $A$  é simétrico então  $(Av, u) = (v, Au)$ . Para o caso de viga esta condição implica que

$$\int_0^L EI_z \frac{d^4v}{dx^4} u dx = \int_0^L EI_z \frac{d^4u}{dx^4} v dx$$

Integrando duas vezes por partes o termo do lado esquerdo da expressão anterior e aplicando as condições de contorno para uma viga bi-apoiada tem-se que

$$(Av, u) = \int_0^L EI_z \frac{d^4v}{dx^4} u dx = \int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx.$$

Integrando por partes mais duas vezes o termo anterior vem que

$$\begin{aligned} (Av, u) &= \int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx = - \int_0^L EI_z \frac{dv}{dx} \frac{d^3u}{dx^3} dx + EI_z \frac{d^3u}{dx^3} v \Big|_0^L \\ &= \int_0^L EI_z v \frac{d^4u}{dx^4} dx + EI_z \frac{d^3u}{dx^3} v \Big|_0^L - EI_z \frac{d^2u}{dx^2} \frac{dv}{dx} \Big|_0^L \end{aligned}$$

Aplicando as condições de contorno demonstra-se a simetria do operador  $A$

$$(Av, u) = \int_0^L EI_z \frac{d^2v}{dx^2} \frac{d^2u}{dx^2} dx = \int_0^L EI_z v \frac{d^4u}{dx^4} dx = (v, Au). \quad (5)$$

Por sua vez,  $A$  é positivo-definido se  $(Au, u) > 0$  e  $(Au, u) = 0$  se e somente se  $u = 0$ . Inicialmente, demonstra-se que  $(Au, u) > 0$ . A partir de (5) vem que

$$(Au, u) = \int_0^L EI_z \left( \frac{d^2u}{dx^2} \right)^2 dx.$$

Como  $EI_z > 0$  assim como o quadrado da segunda derivada de  $u$ ,  $(Au, u) > 0$ . Para mostrar a outra parte, tem-se que se  $u = 0 \rightarrow (Au, u) = 0$ . Resta mostrar que  $(Au, u) = \int_0^L EI_z \left( \frac{d^2u}{dx^2} \right)^2 dx = 0$  implica em  $u = 0$ . Assumindo  $(Au, u) = 0$ , implica que  $\frac{d^2u}{dx^2} =$

0, ou seja  $\frac{du}{dx} = 0$  e  $u$  varia linearmente como  $u = ax + b$ . Os coeficientes  $a$  e  $b$  são determinados a partir das condições de contorno da viga bi-apoiada, ou seja,

$$\begin{aligned} u(x=0) &= a \cdot 0 + b = 0 \longrightarrow b = 0, \\ u(x=L) &= aL + b = 0 \longrightarrow a = 0, \end{aligned}$$

e daí  $u = 0$ . Logo,  $A$  é positivo-definido.

6. Aplique o método de Galerkin para o problema de viga. Integre a expressão resultante por partes. Como a expressão obtida se compara com a forma fraca determinada anteriormente? Qual a regularidade e a ordem mínima das funções de interpolação para a solução do problema de viga? Por que?

No método de Galerkin, requer-se que o resíduo  $r_n$  associado a solução aproximada  $v_n$  seja ortogonal ao espaço gerado pela funções de base  $\{\phi_i\}_{i=1}^n$ . Neste caso,  $v_n$  é escrito como uma combinação linear das funções de base, ou seja,  $v_n = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i$ . Para o problema de viga, o resíduo é dado por  $r_n = EI_z v \frac{d^4 v_n}{dx^4} - q$ . A condição de ortogonalidade implica que o produto interno entre o resíduo  $r_n$  e qualquer função  $u_n = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i$  é zero. Logo

$$(r_n, u_n) = \int_0^L \left( EI_z \frac{d^4 v_n}{dx^4} - q \right) u_n dx = 0. \quad (6)$$

Integrando duas vezes a expressão anterior

$$\int_0^L EI_z \frac{d^2 v_n}{dx^2} \frac{d^2 u_n}{dx^2} dx + EI_z \frac{d^3 v_n}{dx^3} u_n \Big|_0^L - EI_z \frac{d^2 v_n}{dx^2} \frac{du_n}{dx} \Big|_0^L = \int_0^L q(x) u_n dx. \quad (7)$$

Observa-se que esta expressão é análoga a forma fraca (4). A única diferença está no fato que na expressão anterior utilizam-se as aproximações  $u_n$  e  $v_n$ .

Para que a integral do lado direito em (7) tenha sentido, as funções de interpolação devem possuir derivada segunda contínua ou contínua por partes, ou seja, devem pertencer a  $C^2(0, L)$  ou  $C_{cp}^2(0, L)$ .

Como o resíduo  $r_n$  é ortogonal a  $u_n = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i$ , tem-se que o mesmo deve ser ortogonal a qualquer função de base  $\phi_i$ . Impondo esta condição, desprezando os termos relativos às condições de contorno e substituindo  $v_n = \sum_{j=1}^n a_j \phi_j$  vem que para  $i = 1, \dots, n$

$$\sum_{j=1}^n \left( \int_0^L EI_z \frac{d^2 \phi_i}{dx^2} \frac{d^2 \phi_j}{dx^2} dx \right) a_j = \int_0^L q(x) \phi_i dx. \quad (8)$$

7. Considere o elemento finito de viga ilustrado na Figura 2. Observe que cada nó possui como incógnitas o deslocamento transversal e a rotação, ou seja, tem-se um total de 4

incógnitas neste elemento. A Figura 3 ilustra os polinômios de Hermite. A Tabela 1 apresenta as expressões destes polinômios e as derivadas primeira e segunda. Aplicando o método de Galerkin, deduzir os coeficientes  $k_{11}$ ,  $k_{13}$  e  $k_{33}$  matriz de rigidez do elemento de viga. Qual é o significado físico dos coeficientes da aproximação?

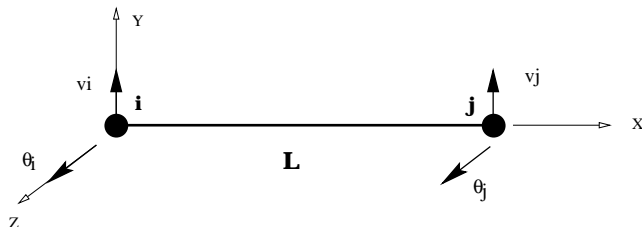


Figura 2: Elemento de viga com dois nós.

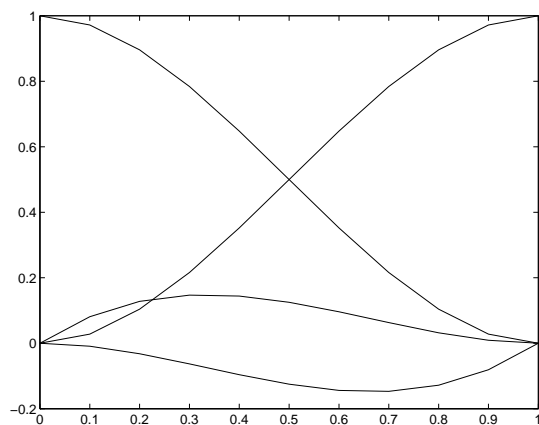


Figura 3: Polinômios de Hermite.

Para o caso de viga, tem-se 4 incógnitas e a aproximação é dada por

$$v_n = a_1\phi_1 + a_2\phi_2 + a_3\phi_3 + a_4\phi_4. \quad (9)$$

Isto implica que em (8), tem-se  $n=4$  e a seguinte forma matricial

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

sendo  $k_{ij} = \int_0^L EI_z \frac{d^2\phi_i}{dx^2} \frac{d^2\phi_j}{dx^2} dx$  e  $f_i = \int_0^L q(x)\phi_i dx$ .

$i$	$\phi_i(x)$	$\phi'(x)$	$\phi''(x)$
1	$2\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 1$	$\frac{6}{L}\left(\frac{x}{L}\right)\left(\frac{x}{L} - 1\right)$	$\frac{6}{L^2}\left(2\frac{x}{L} - 1\right)$
2	$L\left[\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \frac{x}{L}\right]$	$3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{L}\right) + 1$	$\frac{1}{L}\left(6\frac{x}{L} - 4\right)$
3	$-2\left(\frac{x}{L}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{L}\right)^2$	$-\frac{6}{L}\left(\frac{x}{L}\right)\left(\frac{x}{L} - 1\right)$	$-\frac{6}{L^2}\left(2\frac{x}{L} - 1\right)$
4	$L\left[\left(\frac{x}{L}\right)^3 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right]$	$3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)$	$\frac{1}{L}\left(6\frac{x}{L} - 2\right)$

Tabela 1: Polinômios de Hermite.

Tomando as funções dadas na Tabela 1 tem-se

$$\begin{aligned}
k_{11} &= \int_0^L EI_z \left( \frac{d^2 \phi_1}{dx^2} \right)^2 dx = \int_0^L EI_z \left[ \frac{6}{L^2} \left( 2\frac{x}{L} - 1 \right) \right]^2 dx \\
&= \int_0^L EI_z \frac{36}{L^4} \left( 4\frac{x^2}{L^2} - 4\frac{x}{L} + 1 \right) dx = 12 \frac{EI_z}{L^3}, \\
k_{13} &= \int_0^L EI_z \frac{d^2 \phi_1}{dx^2} \frac{d^2 \phi_3}{dx^2} dx = - \int_0^L EI_z \left[ \frac{6}{L^2} \left( 2\frac{x}{L} - 1 \right) \right]^2 dx = 12 \frac{EI_z}{L^3}, \\
k_{33} &= \int_0^L EI_z \left( \frac{d^2 \phi_3}{dx^2} \right)^2 dx = \int_0^L EI_z \left[ -\frac{6}{L^2} \left( 2\frac{x}{L} - 1 \right) \right]^2 dx = 12 \frac{EI_z}{L^3}.
\end{aligned}$$

Efetuando o procedimento anterior para todas as integrais em (10) tem-se a matriz de rigidez local do elemento de viga

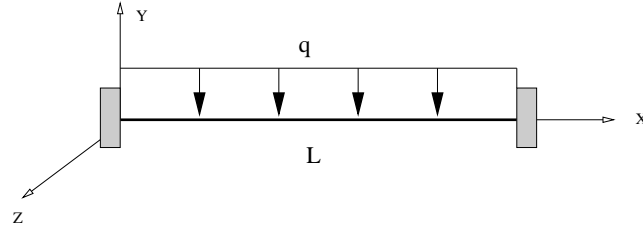
$$[K_e] = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Supondo uma carga distribuída constante  $q(x) = q$ , o vetor de carregamento nodal equivalente é dado por

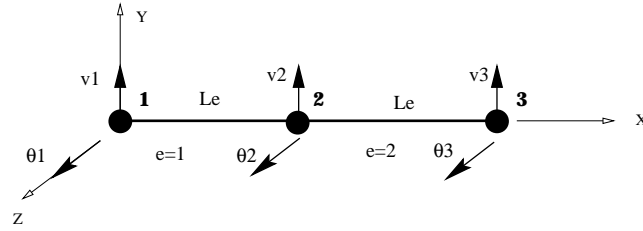
$$\{f_e\} = \frac{qL}{2} \left\{ 1 \quad \frac{L}{6} \quad 1 \quad -\frac{L}{6} \right\}^T$$

A partir das expressões da Tabela 1, observa-se que  $\phi_1(x=0) = 1$  e  $\phi_2(x=0) = \phi_3(x=0) = \phi_4(x=0) = 0$ . Logo, a partir de (9), tem-se que  $a_1 = v_n(x=0)$ . Analogamente,  $\phi_3(x=0) = 1$  e  $\phi_1(x=L) = \phi_2(x=L) = \phi_4(x=L) = 0$  e portanto  $a_3 = v_n(x=L)$ . Derivando (9) e a partir da Tabela observa-se que  $\phi'_2(x=0) = 1$  e  $\phi'_1(x=0) = \phi'_3(x=0) = \phi'_4(x=0) = 0$ . Logo,  $a_2 = v'_n(x=0)$  e da mesma maneira  $a_4 = v'_n(x=L)$ . Portanto, os coeficientes  $a_1$  e  $a_2$  indicam os deslocamentos transversais nos nós da viga, enquanto  $a_3$  e  $a_4$  representam as rotações.

8. Considere uma viga bi-engastada de comprimento  $L = 1m$  e com carregamento uniforme distribuído constante  $q = 200N/m$ . Utilizando dois elementos de viga de comprimento  $L_e = 0.5m$ , calcule o deslocamento e a rotação no centro da viga.



(a) Viga.



(b) Malha com dois elementos.

Figura 4: Viga do item 8.

A Figura 4 ilustra a viga do problema e sua discretização em 2 elementos e 3 nós. Cada nó possui como incógnitas o deslocamento transversal e a rotação. Como tem-se 3 nós, a matriz de rigidez global é de ordem 6. Para obtê-la basta superpor as matrizes de rigidez locais de cada elemento. Logo

$$[K] = \frac{EI_z}{L_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_e & -12 & 6L_e & 0 & 0 \\ 6L_e & 4L_e^2 & -6L_e & 2L_e^2 & 0 & 0 \\ -12 & -6L_e & 12 & -6L_e & -12 & 6L_e \\ 6L_e & 2L_e^2 & -6L_e & 4L_e^2 & -6L_e & 2L_e^2 \\ 0 & 0 & -12 & -6L_e & 12 & -6L_e \\ 0 & 0 & 6L_e & 2L_e^2 & -6L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix}.$$

Analogamente, obtém-se os vetores de carregamento global e das incógnitas

$$\{f\} = \frac{qL_e}{2} \left\{ 1 \quad \frac{L_e}{6} \quad 1+1 \quad -\frac{L_e}{6} + \frac{L_e}{6} \quad 1 \quad -\frac{L_e}{6} \right\}^T,$$

$$\{u\} = \left\{ v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2 \quad v_3 \quad \theta_3 \right\}^T.$$

Aplicando as condições de contorno  $v_1 = 0$ ,  $\theta_1 = 0$ ,  $v_3 = 0$  e  $\theta_3 = 0$ , as linhas e colunas 1, 2, 5, 6 da matriz de rigidez devem ser eliminadas, obtendo-se o seguinte sistema de equações

$$\frac{EI_z}{L_e^3} \begin{bmatrix} 24 & 0 \\ 0 & 8L_e^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = \frac{qL_e}{2} \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Como a matriz do sistema é diagonal, a solução do sistema de equações anterior é simples resultando em

$$v_1 = \frac{qL_e^4}{24EI_z} \quad e \quad \theta_1 = 0.$$

Substituindo os valores vem que

$$v_1 = \frac{200 \left(\frac{1}{2}\right)^4}{24EI_z} \rightarrow v_1 = \frac{25}{48EI_z}.$$

Seja agora a função de interpolação  $\phi_1(x) = x^2(L-x)^2$  e o ponto de colocação em  $x = 0.5m$ . Aplique o método de colocação e resolva o mesmo problema.

No método de colocação, emprega-se o delta de Dirac como funções teste. Assim, a expressão do resíduo (6) se reduz a

$$(r_n, \delta_i) = \int_0^L \left( EI_z \frac{d^4 v_n}{dx^4} - q \right) \delta_i dx = 0 \rightarrow EI_z \frac{d^4 v_n}{dx^4} \Big|_{x_i} - q \Big|_{x_i} = 0,$$

sendo que  $x_i$  denota a coordenada do ponto de colocação. Como se tem apenas uma função de interpolação, vem que  $v_n = a_1 \phi_1$ , a qual substituída na expressão anterior resulta

$$\left( EI_z \frac{d^4 \phi_1}{dx^4} \Big|_{x_1} \right) a_1 - q \Big|_{x_1} = 0. \quad (11)$$

As derivadas de  $\phi_1(x)$  são

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_1}{dx} &= 2x(L-x)(L-2x), \\ \frac{d^2\phi_1}{dx^2} &= 2(L-x)(L-2x) - 2x(3L-4x), \\ \frac{d^3\phi_1}{dx^3} &= 20x + 4Lx - 12L, \\ \frac{d^4\phi_1}{dx^4} &= 20 + 4L. \end{aligned}$$

Substituindo a derivada quarta na expressão (11) vem que

$$EI_z(20 + 4L)a_1 = q \rightarrow a_1 = \frac{200}{EI_z(20 + 4)} = \frac{25}{3EI_z}.$$



Logo, a solução aproximada e sua derivada serão

$$\begin{aligned}v_n(x) &= a_1\phi_1 = \frac{25}{3EI_z}x^2(L-x)^2 \\ \frac{d}{dx}v_n(x) &= a_1\frac{d}{dx}\phi_1 = \frac{25}{3EI_z}\left[2x(L-x)^2 - 2x^2(L-x)\right],\end{aligned}$$

e tomando  $x = 1/2$  obtém-se os valores do deslocamento e rotação no centro da viga, ou seja,  $v_n(x = 1/2) = \frac{25}{48EI_z}$  e  $v'_n(x = 1/2) = 0$ .

Comparar as soluções obtidas por Galerkin e colocação.

A solução teórica para a rotação e o deslocamento transversal são dados por

$$\begin{aligned}EI_z\frac{dv}{dx} &= \frac{q}{6}x^3 - \frac{qL}{4}x^2 + \frac{qL}{12}x, \\ EI_zv &= \frac{q}{24}x^4 - \frac{qL}{12}x^3 + \frac{qL^2}{24}x^2,\end{aligned}$$

e para  $x = 1/2$ , obtém-se  $v(x = 1/2) = \frac{25}{48EI_z}$  e  $v'(x = 1/2) = 0$ . Logo, as soluções obtidas por Galerkin e colocação coincidem com a solução analítica para este problema.

2) Considere a viga abaixo com seções transversais quadradas de 20 e 10 cm. Adotar módulos de elasticidade  $E_1 = 21 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  e  $E_2 = 9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ , comprimentos  $L_1 = L_2 = 0.5\text{m}$  e  $q_0 = 200\text{N/m}$ . Utilizando o programa Ansys, gere uma malha de 10 elementos de mesmo tamanho. Pede-se indicar os comandos para a construção da malha, aplicação de carregamentos e condições de contorno e solução do problema. Pede-se o deslocamento e a rotação máximos, assim como as coordenadas onde ocorrem.

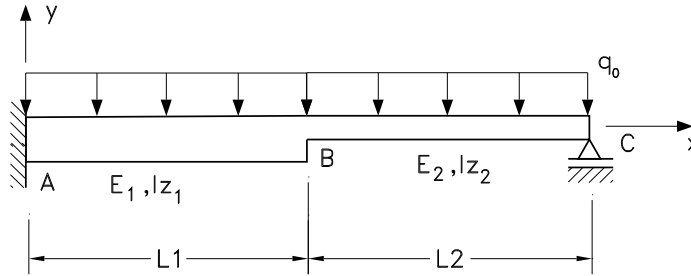


Figura 5: Viga constituída de dois trechos distintos.

Os comando em Ansys para a solução deste problema são dados a seguir.

```

!Pre-processor
/PREP7

!Parametros da viga
!arestas das secoes
a1=0.02
a2=0.01

!comprimentos
L1=0.5
L2=0.5

!modulos de elasticidade
E1=21E9
E2=9E9

!areas e momentos de inercia
A1=a1*a1
A2=a2*a2
Iz1=(a1**4)/12
Iz2=(a2**4)/12

!carregamento distribuido
q=200

!definicao dos materiais
MP,EX,1,E1
MP,EX,2,E2

!definicao das constantes reais
R,1,A1,Iz1,a1
R,2,A2,Iz2,a2

!definicao dos nos
N,1,0,0
N,6,L1,0
FILL,1,6
N,11,L1+L2,0
FILL,6,11

!elemento de viga
ET,1,BEAM3

!elementos da primeira metade
!constante real e material 1
REAL,1
MAT,1

!elementos
E,1,2
EGEN,5,1,1

!elementos da segunda metade
!constante real e material 2
REAL,2
MAT,2

!elementos
E,6,7
EGEN,5,1,6

!salva banco de dados
SAVE

!abandona pre-processor
FINI

!Solucao
/SOLU

!condicoes de contorno: deslocamentos nulos
!engastamento em x=0
D,1,ALL,0

!apoio simples em x=L1+L2
D,11,UY,0

!carga distribuida
SFBEAM,ALL,1,PRESS,q

!resolve o problema
SOLVE

!abandona solver
FINI

!pos-processor
/POST1

!imprime deslocamentos e rotacoes
PLDISP,1

!sai do pos-processor
FINISH

```

Os resultados obtidos estão dados a seguir.

NODE	UX	UY	ROTZ
1	0.	0.	0.
2	0.	-0.90551E-03	-0.17243E-01
3	0.	-0.32870E-02	-0.29638E-01
4	0.	-0.66953E-02	-0.37900E-01
5	0.	-0.10753E-01	-0.42743E-01
6	0.	-0.15154E-01	-0.44881E-01
7	0.	-0.20425E-01	-0.50390E-01
8	0.	-0.23644E-01	-0.82557E-02
9	0.	-0.21377E-01	0.54856E-01
10	0.	-0.12862E-01	0.11228
11	0.	0.	0.13735

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES

NODE	0	8	11
VALUE	0.	-0.23644E-01	0.13735

O deslocamento absoluto máximo ocorre no nó 8 com valor -0.23644E-01. A rotação absoluta máxima está no nó 11 com valor 0.13735.