



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DE PONTE ARTICULADA DO TIPO WARREN MODIFICADA UTILIZANDO PALITOS DE
PICOLÉ

EM423 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

TURMA B

PROFESSOR: ROBERTO ASSUMPÇÃO

GRUPO:

RA:	NOME:
032009	DANIEL NASCIMENTO DUPLAT
032240	DIEGO TALLIA GIOSA
035027	NATHAN BARROSO FONTE BOA
035032	NELSON LUCAS FAGUNDES E SOUZA
024766	NUNO FERRARI ARROIO SÉRGIO

SEGUNDO SEMESTRE DE 2008

SUMÁRIO

1) Introdução:.....	3
2) Objetivo:	3
3) Por que o triangulo é estável?.....	3
3.1) Como funciona um SAP?	6
3.2) Classificação de um SAP quanto a sua estaticidade:.....	10
3.2.1) Estaticidade externa:	10
3.2.2) Estaticidade Interna:.....	10
3.3) Terminologia:.....	10
3.4) Tipos de sistemas articulados planos:.....	11
4) Métodos de Resolução:.....	12
4.1) Método dos equilíbrios dos nós:	12
4.2) Método de Ritter	13
5) Construção:.....	14
5.1) Concretização dos nós rotulados:	15
6) Materiais e Métodos:	19
6.1) Análise de uma treliça Warren Modificada:	19
6.2) Nó D:.....	20
6.3) Solução Alternativa:.....	21
6.4) Material:	22
6.5) Construção da ponte de palitos	23
7) Exemplos:	24
8) Conclusão:	31
9) Referências.....	33

1) INTRODUÇÃO:

“Sem dúvida que em muitos aspectos a história da construção de pontes é a história da civilização. Através dela podemos medir uma parte importante do progresso de um povo.”

Franklin D. Roosevelt

Um sistema articulado plano (SAP) rígido é definido como sendo um sistema de barras rígidas coplanares ligadas entre si (por extremidades rotuladas) e com o exterior de modo a formar um sistema estável. Na prática, este tipo de estrutura é usualmente chamado de treliça. Na análise destas estruturas, adotam-se, em geral, as seguintes hipóteses simplificadoras:

- As articulações das extremidades das barras não têm atrito;
- As cargas da estrutura são caracterizadas por forças aplicadas apenas nos nós (de um modo geral o peso próprio destas estruturas é consideravelmente inferior às cargas a que estão sujeitas pelo que é desprezado).

A estabilidade de um SAP garante que ele não terá qualquer movimento livre segundo qualquer direção. Para tal, o sistema de barras que constitui o SAP é, em geral, formado por associações de triângulos contíguos dado esta figura geométrica ser invariavelmente estável e rígida.

2) OBJETIVO:

Construção e o teste de carga de uma ponte treliçada, utilizando palitos de picolé e cola. A construção da ponte deverá ser precedida da análise estrutural de algumas opções possíveis de tipos de pontes.

3) POR QUE O TRIANGULO É ESTÁVEL?

Através de princípios geométricos (lei dos senos) é possível verificar que o triângulo é a única forma poliédrica que não pode alterar sua forma sem igualmente alterar o comprimento dos seus lados. Portanto, um SAP rígido formado por um triângulo não sofrerá qualquer deslocamento por ação do seu peso ou por ação de outras forças exteriores, ao contrário do que acontece com outras formas geométricas.

Configuração estável

Nota: esta estrutura de configuração estável pode ser desmontada em

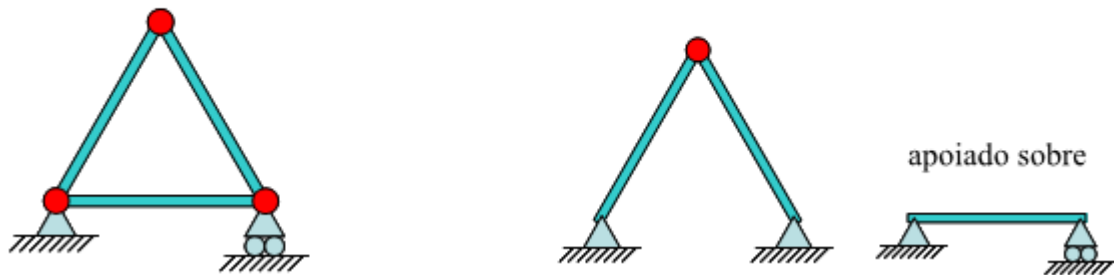


Figura 1: Configuração estável de uma treliça – formato de um triângulo.

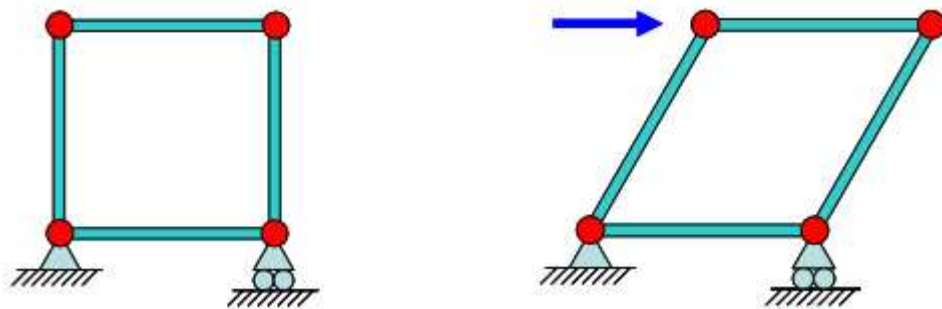


Figura 2: Configuração instável – quadrado.

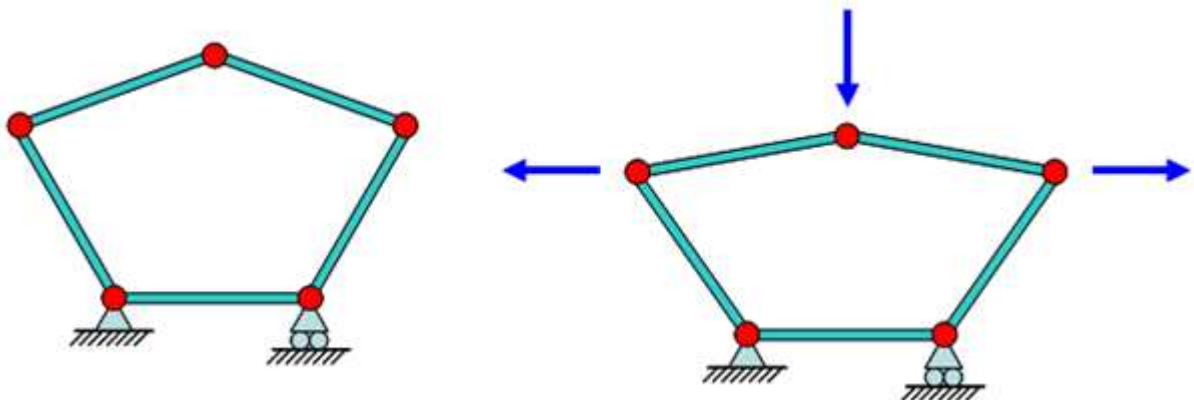


Figura 3: Configuração instável – pentágono.

Observando-se as barras que formam um SAP rígido, verifica-se que por terem as suas extremidades articuladas e apenas serem carregadas nos seus nós, obedecem à definição de **biela**. Segundo [3], biela pode ser definida como “barra destinada a transmitir movimento entre duas peças articuladas em suas extremidades, segundo eixos paralelos.” Como tal, as barras de um SAP apenas terão esforços segundo o seu eixo e com dois sentidos possíveis. Caso os esforços sejam orientados para o exterior da barra, diz-se que esta está em **tração** e caso sejam orientados para o interior da barra, diz-se que esta está em **compressão**.

Em termos de convenção de sinais, é usual admitir que uma barra tracionada está sujeita a um esforço positivo, enquanto que uma barra comprimida, a um esforço negativo. Esta convenção não deve, no entanto, interferir com a convenção de sinais arbitrada para a definição das equações de equilíbrio que permitem resolver a estrutura.

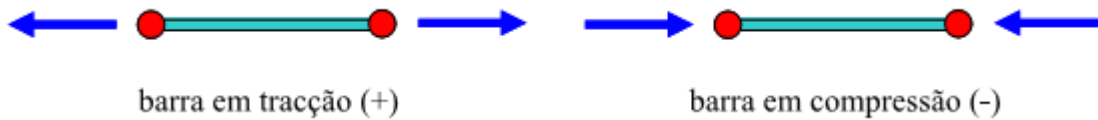


Figura 4: Convenção de sinais para tração (+) e compressão (-).

Quando uma força é exercida pontualmente sobre um nó de um elemento triangular, ela se distribui pelas barras que formam os lados do triângulo até atingir um equilíbrio em cada nó entre as forças de cada barra que convergem nesse nó. Devido ao fato das diversas barras serem bielas, o seu equilíbrio corresponde a terem esforços apenas segundo o seu eixo, não sendo necessário qualquer elemento adicional para garantir a sua estabilidade (o que explica porque a maioria dos telhados de edifícios é triangular).

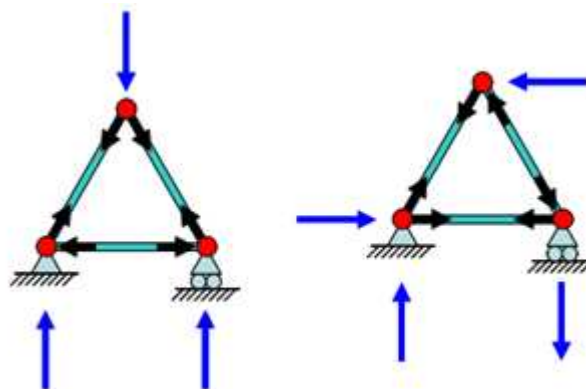


Figura 5: Distribuição de forças pela treliça a partir das forças aplicadas em cada nó das bielas.

Apesar da forma triangular ser incondicionalmente estável, um SAP poderá, no entanto, ser formado por conjuntos isoladamente estáveis e conjuntos isoladamente instáveis criteriosamente dispostos, de modo a formar um conjunto global estável.

A estrutura representada na Figura 6 é formada por figuras que, isoladamente, não são elementos estáveis. No entanto, têm os seus movimentos impedidos devido ao contato com os triângulos contíguos que são elementos estáveis. A estrutura global formada, deste modo, é então estável.

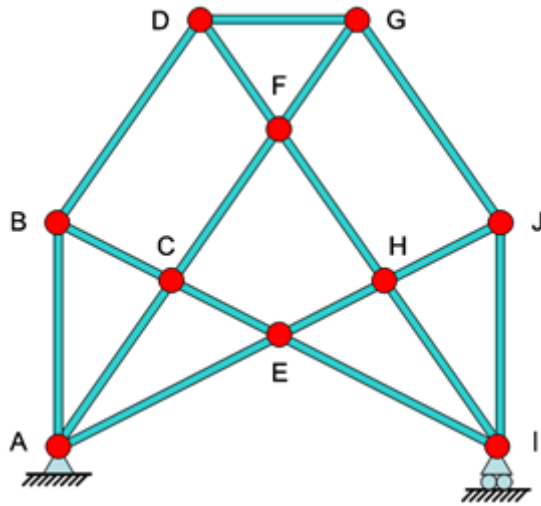


Figura 6: Estrutura formada por elementos instáveis que apresenta estabilidade global.

3.1) COMO FUNCIONA UM SAP?

Considere-se a viga fixa por uma de suas extremidades representada na Figura 7 e sujeita a uma força \bar{P} que representa o seu peso:

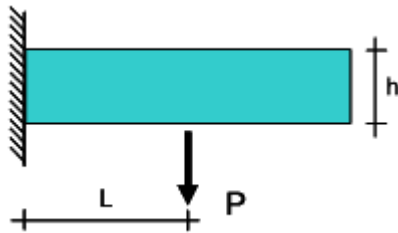


Figura 7: Viga fixa por uma de suas extremidades

As reações de apoio desta estrutura são:

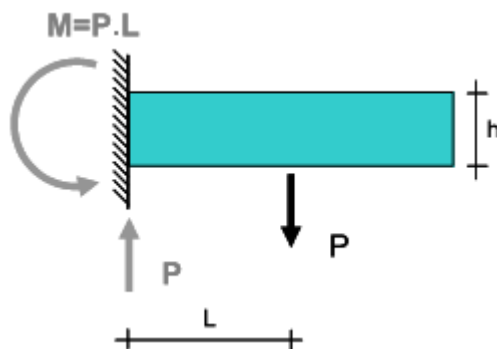


Figura 8

Se o momento de reação no apoio for substituído por um binário, obtém-se:

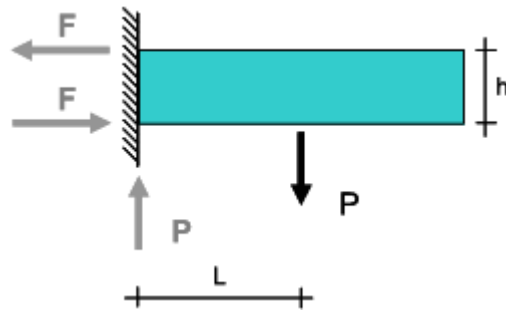


Figura 9

Em que:

$$F \times d = M = P \times L \quad (1)$$

Subdividindo, em seguida, a reação de apoio vertical em duas forças verticais com o valor $P/2$ e somando cada uma dessas forças com uma das forças \vec{F} , obtém-se na parte superior do apoio uma nova força \vec{T} inclinada que traciona a viga e na parte inferior uma nova força \vec{C} inclinada que a comprime.

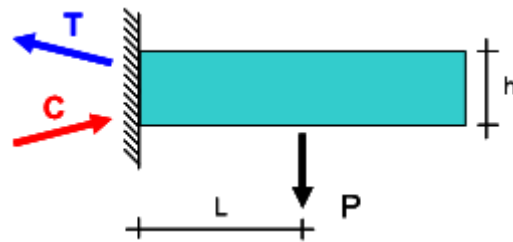


Figura 10

Considerando que as reações de apoio da viga são então as forças \vec{C} e \vec{T} , é possível simplificar a viga original substituindo a viga cheia por uma série de barras rígidas que formam um SAP como representado em seguida:

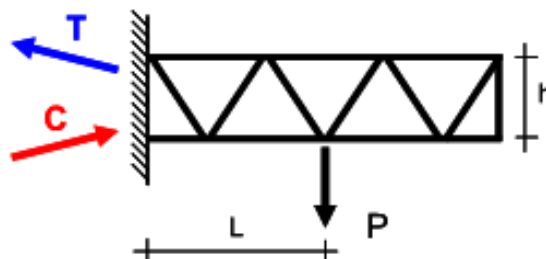


Figura 11: Viga original representada por uma série de barras rígidas formando um SAP.

Determinando as forças que ficam sujeitas às diversas barras, verifica-se que as barras em azul estão em tração e as barras em vermelho, em compressão. Por outro lado, as barras que permanecem em preto têm esforços nulos e são, portanto, desnecessárias (para o carregamento considerado). A direção das barras consideradas

nesse SAP não tem que ser paralela às forças de compressão e tração que se desenvolvem no apoio, dado que os esforços desenvolvidos na viga simplificada estarão restringidos às diversas barras do SAP.

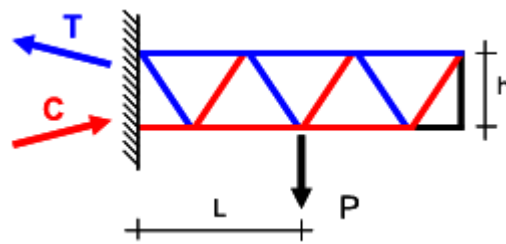


Figura 12: SAP equivalente com detalhe para as barras que estão sujeitas a tração (em azul) e a compressão (em vermelho), bem como as barras que não estão sujeitas a forças (em preto).

É possível descobrir, também se uma barra está em compressão ou em tração sem calcular o SAP. Considere-se o seguinte SAP sujeito ao carregamento representado:

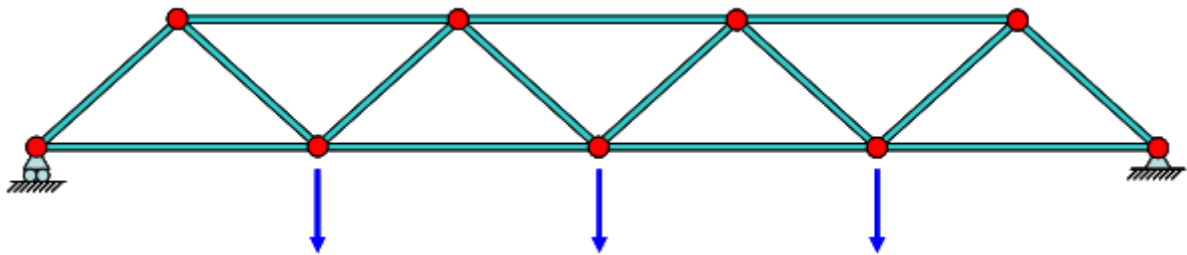


Figura 13: SAP sujeito a um carregamento nos seus nós centrais.

Imagine agora que uma barra deste sistema rígido era retirada:

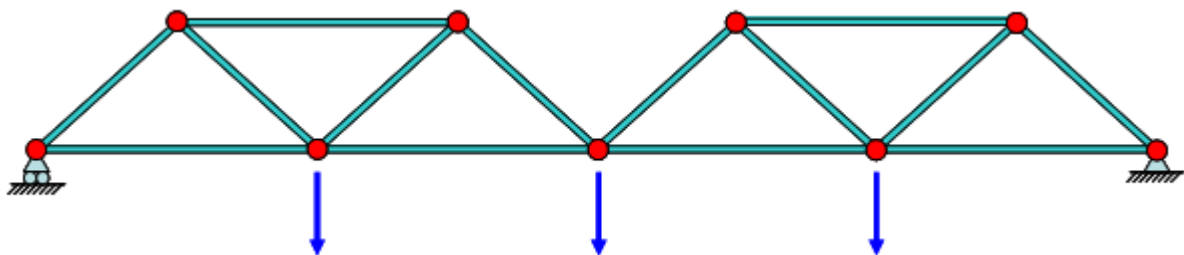


Figura 14: SAP sem uma das suas barras superiores

Ao ser removida uma das barras, o sistema estrutural inicialmente rígido passa a ter algum movimento não restringido o que o torna potencialmente instável (dependendo do carregamento). Imaginando como se deformaria essa nova estrutura para o carregamento representado é possível determinar a que tipo de esforço estaria sujeita a barra que foi eliminada.

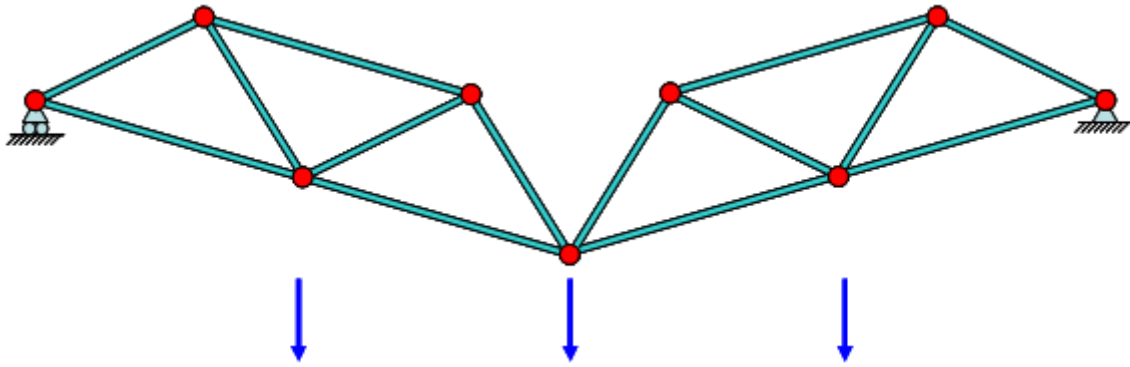
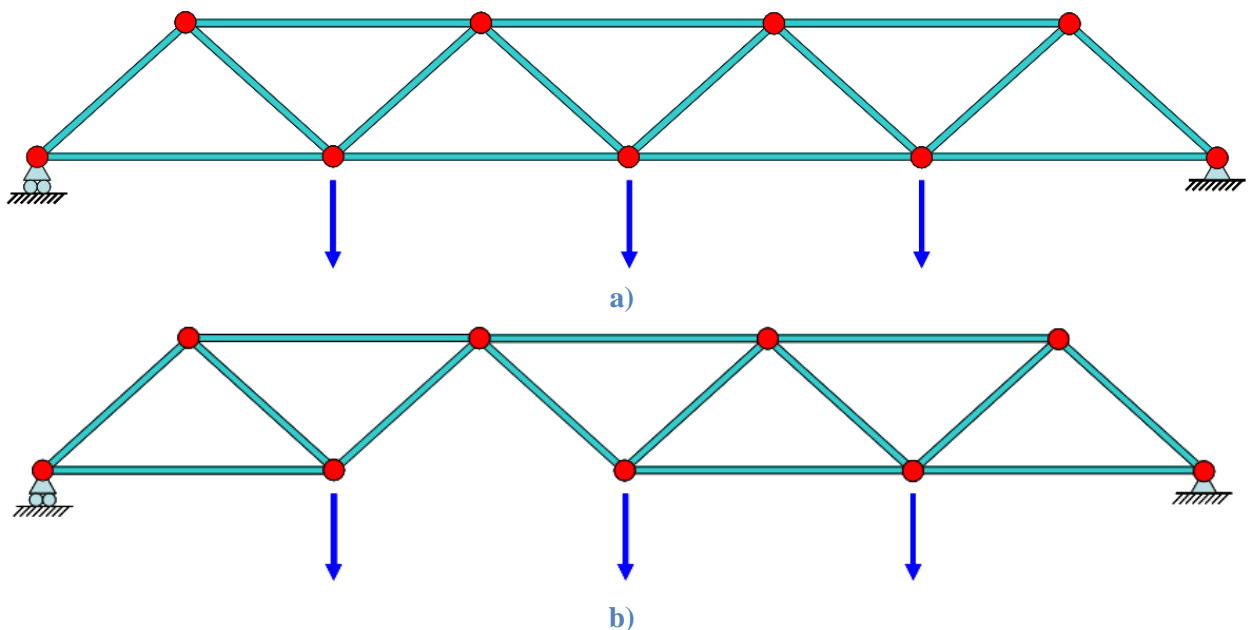


Figura 15

Observando-se esta nova estrutura é possível concluir que existem dois corpos rígidos ligados na rótula central, estando o corpo da esquerda ligado ao exterior através dum apoio simples e o corpo da direita através de um apoio duplo. A ação do carregamento exterior tende a mover a estrutura para baixo o que provoca uma rotação do corpo da direita em torno do apoio duplo ao mesmo tempo que move a rótula de ligação entre os dois corpos para baixo. De forma a compatibilizar esse movimento, o corpo da esquerda tem de rodar em torno do apoio simples, mas adicionalmente terá de se movimentar segundo a direção horizontal para a direita (movimento permitido pelo apoio simples). Como resultado final, é importante observar que a distância horizontal entre os dois pontos que formavam a barra eliminada foi reduzida, o que indica que a barra existente teria de impedir esse movimento de aproximação, ficando, portanto, **comprimada**.

No exemplo seguinte, pode-se aplicar o mesmo raciocínio.



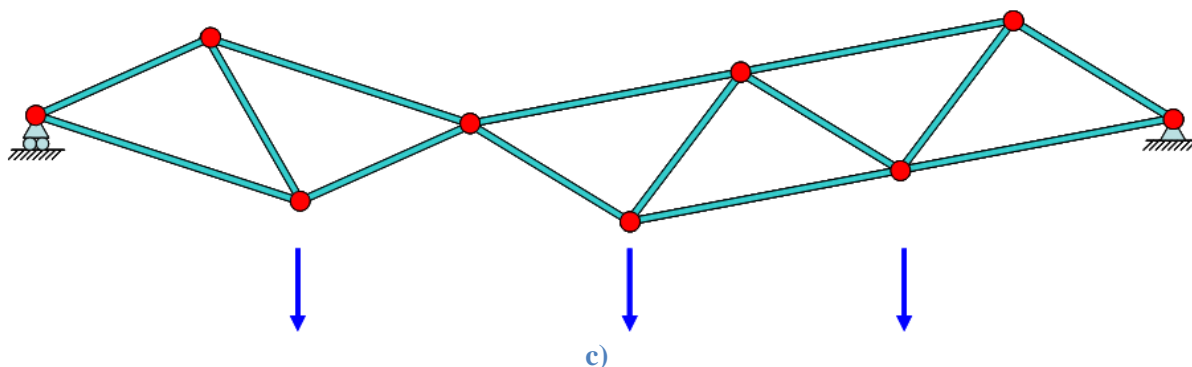


Figura 16

Verifica-se, desta forma, que sendo um SAP constituído por um conjunto de barras lineares rotuladas nas extremidades, ligadas entre si e ao exterior de modo a formar um conjunto estável e apenas sujeitas a esforços de compressão ou de tração, ele é, ainda, definido de modo a que se lhe for removida alguma barra, a estrutura resultante poderá se tornar instável.

3.2) CLASSIFICAÇÃO DE UM SAP QUANTO A SUA ESTATICIDADE:

3.2.1) ESTATICIDADE EXTERNA:

Considerando que a corresponde ao número de reações de apoio da estrutura; b ao número de barras e n ao número de nós que a constituem, a estrutura será, em termos globais:

- Hipostática se $2n > a + b$;
- Isostática se $2n = a + b$;
- Hiperestática se $2n < a + b$;

3.2.2) ESTATICIDADE INTERNA:

Adicionalmente é possível definir uma nova condição quanto à estaticidade da estrutura mas agora apenas considerando a sua parte interior. Assim, a parte interna da estrutura será:

- Hipostática se $b < 2n - 3$;
- Isostática se $b = 2n - 3$;
- Hiperestática se $b > 2n - 3$;

3.3) TERMINOLOGIA:

Apresentam-se na figura abaixo alguns dos elementos que constituem um SAP comum e sua respectiva terminologia.

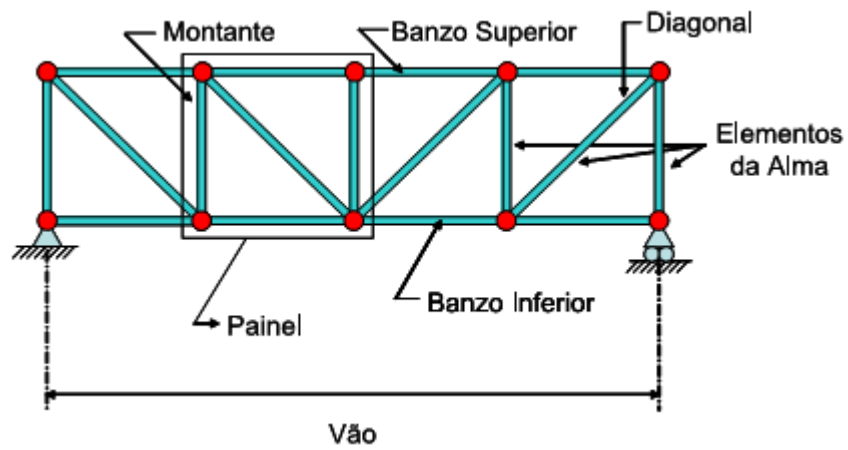
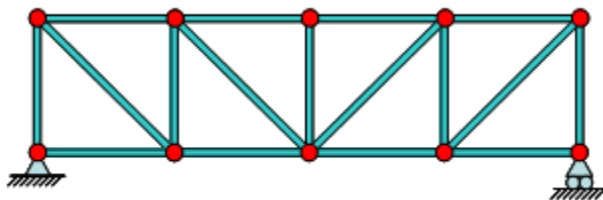


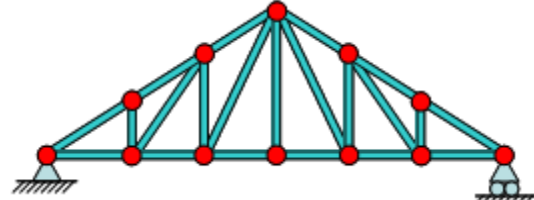
Figura 17

3.4) TIPOS DE SISTEMAS ARTICULADOS PLANOS:

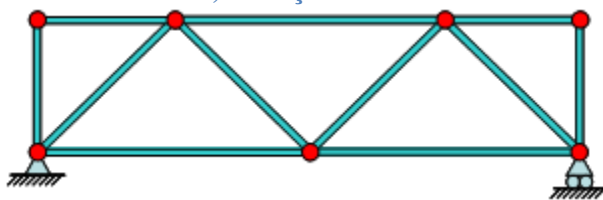
Apresentam-se em seguida alguns tipos de sistema articulados planos:



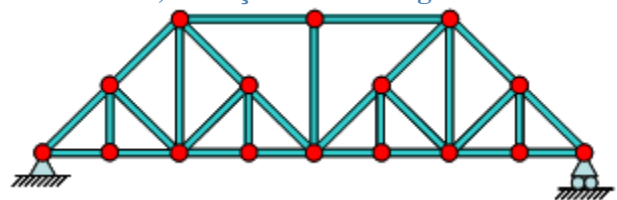
a) Treliça Pratt



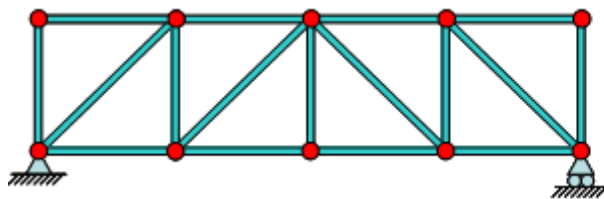
b) Treliça Pratt Triangular



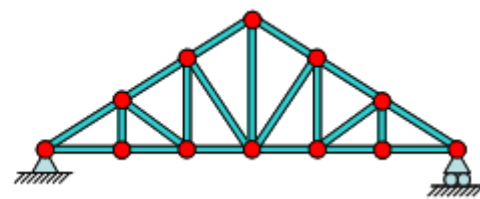
c) Treliça Warren



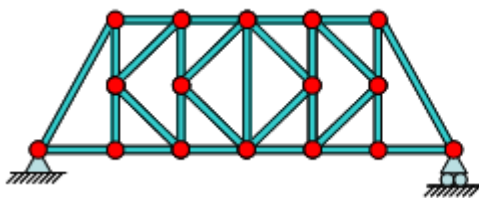
d) Treliça Baltimore



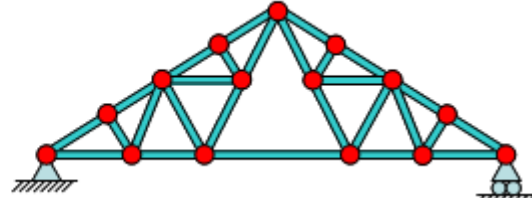
e) Treliça Howe



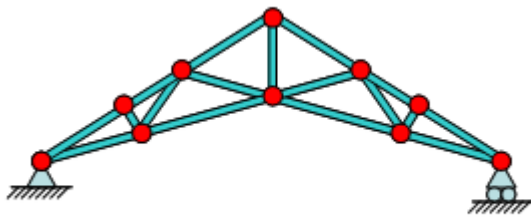
f) Treliça Howe triangular



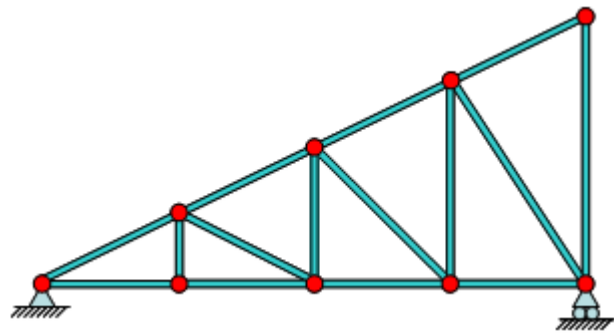
g) Treliça K



h) Treliça Fink



i) Treliça em tesoura



j) Treliça de cobertura do tipo "shed"

Figura 18

4) MÉTODOS DE RESOLUÇÃO:

4.1) MÉTODO DOS EQUILÍBRIOS DOS NÓS:

Após o cálculo das reações de apoio da estrutura, este método permite determinar os esforços em todas as barras que constituem o SAP através do equilíbrio sucessivo de cada um dos seus nós carregado pelas forças exteriores, reações ou forças interiores (esforços) das barras que nele convergem.

O equilíbrio de cada nó é assegurado apenas por 2 equações de equilíbrio (equilíbrio de forças concorrente e coplanares):

$$\sum F_x = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (3)$$

O método desenvolve-se, então, de acordo com os seguintes passos:

- Cálculo das reações de apoio do SAP;
- Subdivisão do SAP nas suas várias barras e nos seus vários nós. Como cada barra é uma biela, apenas estará sujeita a um esforço constante segundo o seu eixo cujo sentido deve ser inicialmente arbitrado;
- Definição do equilíbrio de cada nó, estando cada nó sujeito a uma força de cada barra que nele concorre, às reações de apoio que nele igualmente concorrem e às forças exteriores diretamente aplicadas no nó.

Por exemplo, considere-se o seguinte SAP sujeito ao carregamento e às reações de apoio representados.

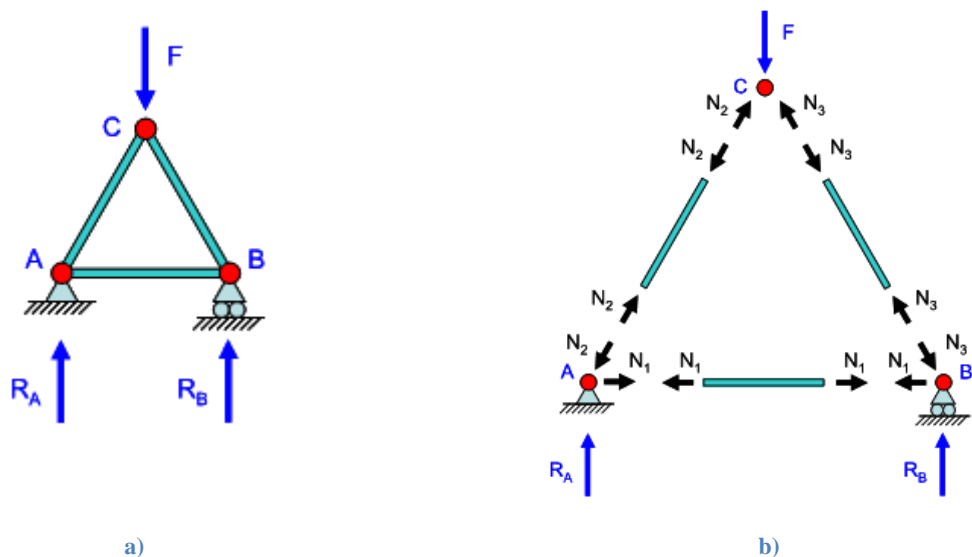


Figura 19

A subdivisão da estrutura nas suas várias barras e nos seus vários nós corresponde à figura a seguir representada onde se identificam, igualmente, os esforços das diversas barras cujos sentidos, de tração ou de compressão, são arbitrários.

A determinação dos esforços N_1 , N_2 e N_3 passa, então, pela definição de 2 equações de equilíbrio em cada nó ($\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$).

Após a determinação das reações de apoio, verifica-se que nesta estrutura apenas subsistem 3 incógnitas (N_1 , N_2 e N_3) para o cálculo das quais apenas 3 equações de equilíbrio são necessárias, sendo que o equilíbrio dos nós A, B e C permite definir um total de 6 equações de equilíbrio, verifica-se que neste caso não seria necessário realizar o equilíbrio de todos os nós para resolver a estrutura.

4.2) MÉTODO DE RITTER

Este método (também conhecido como Método das Seções) consiste num processo que permite determinar os esforços em algumas barras, previamente escolhidas do SAP sem a necessidade de efetuar os sucessivos equilíbrios dos nós da estrutura. Para tal, o método pressupõe a realização de cortes na estrutura definido uma seção contínua não necessariamente retilínea e que atinja, em geral, apenas 3 barras não concorrentes no mesmo nó e nunca cortando mais do que uma vez a mesma barra. Estando o SAP em equilíbrio estático em relação ao seu carregamento exterior, também estará em equilíbrio qualquer parte desse sistema. Ao cortar a

estrutura, o equilíbrio de qualquer uma das 2 partes resultantes do corte é definido entre as forças exteriores e os esforços internos das barras seccionadas.

Teorema: Um corpo rígido em repouso submetido a forças coplanares estará em equilíbrio se, e somente se, as seguintes condições forem satisfeitas:

1. A soma algébrica das projeções das forças sobre um eixo L no plano das forças é nula.
2. As forças não produzem momentos em relação a dois pontos separados A e B que estão no plano das forças sobre uma linha que não é perpendicular ao eixo L .

Ou seja, este pode ser equacionado da seguinte forma:

$$\sum F_L = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_A = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_B = 0 \quad (6)$$

Tal que L denota o eixo sobre o qual todas as forças são projetadas, e A e B identificam dois pontos separados que estão no plano das forças numa linha AB que não é perpendicular a L . A prova para este teorema pode ser encontrada em [1].

5) CONSTRUÇÃO:

As matérias-primas das pontes variam de acordo com os materiais disponíveis, as funções a serem preenchidas e sobretudo o estágio de desenvolvimento dos meios de produção no grupamento humano ou sociedade em que a obra é projetada. Dependem também não só desses elementos, mas igualmente dos padrões estéticos de cada cultura, época ou região, os resultados alcançáveis em termos de segurança, utilidade e beleza.

O ferro só começou a predominar como material no século XIX, simultaneamente ao desenvolvimento do transporte ferroviário na Europa e nos Estados Unidos. No final do século, a construção de pontes passou a ter no aço a principal matéria-prima, a que se acrescentou a descoberta do cimento armado, de importância enorme para a engenharia nas décadas seguintes. Entre 1882 e 1889 ergueu-se em Forth, na Escócia, a grande ponte Firth, em viga de cantiléver. Dessa época em diante, acelerou-se o desenvolvimento da engenharia e da construção de pontes, com o domínio científico da resistência dos materiais e o concurso de novas técnicas, como o concreto

protendido, no qual as barras de aço são previamente distendidas para comprimir os outros materiais e lhes dar, assim, maior elasticidade e resistência.

Tornou-se depois comum a combinação do aço com o concreto armado (ou o protendido) na execução de uma mesma obra, sobretudo quando esta, por suas grandes dimensões e características variáveis -- como na altura e na extensão dos vãos -- requer uma distribuição mais diversificada das propriedades de rigidez, flexibilidade e peso dos materiais. É o caso da ponte Presidente Costa e Silva, conhecida como ponte Rio-Niterói, no Rio de Janeiro, com 13.900m e três vãos centrais, o maior deles com 300m. É do tipo de viga composta de seção retangular.

5.1) CONCRETIZAÇÃO DOS NÓS ROTULADOS:

Consoante o material do SAP (concreto armado, aço ou madeira, por exemplo) a concretização dos nós rotulados é realizada através de técnicas distintas. No caso de estruturas metálicas, os nós podem ser realizados soldando ou parafusando as barras a uma chapa comum, chapa *Gousset* (Figura 20 e Figura 21) ou então fazendo passar um parafuso de grandes dimensões através das barras (Figura 22, Figura 23 e Figura 24).

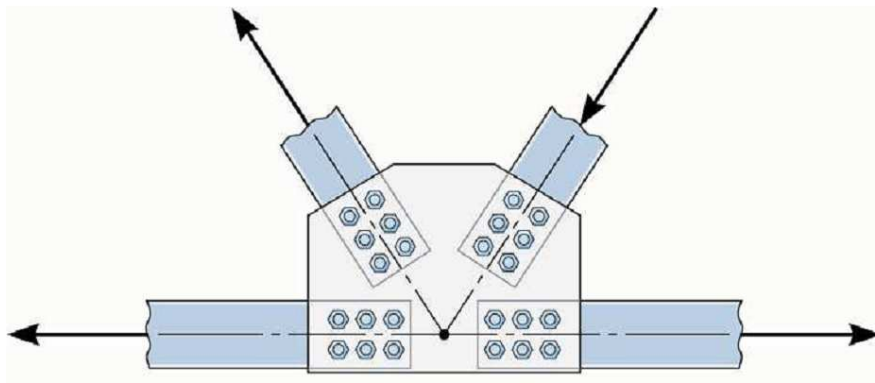


Figura 20

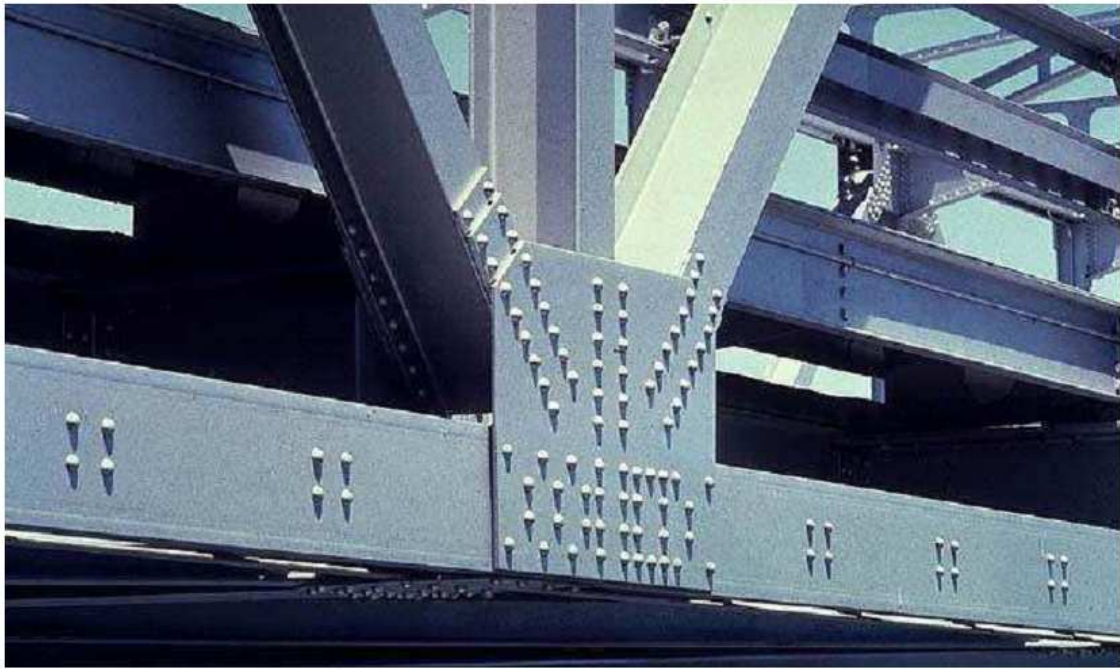


Figura 21

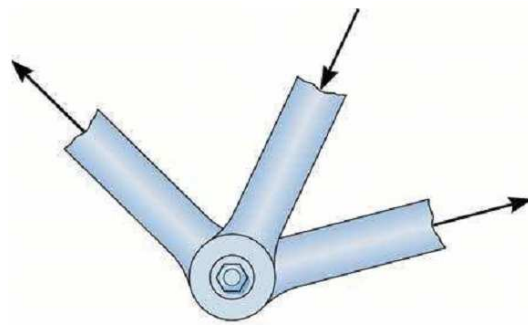


Figura 22



Figura 23



Figura 24



Figura 25

No caso de estruturas de madeira, existem igualmente diversas opções para a concretização dos nós, como por exemplo parafusando as barras a uma chapa *Gousset* exterior (Figura 25) ou embutida nas barras (Figura 26) ou ainda ligando as barras que convergem num nó através de chapas metálicas denteadas prensadas (Figura 27). Em estruturas de concreto, (Figura 28), não existem geralmente sinais exteriores de

qualquer medida específica com vista à concretização das rótulas nos nós das barras havendo, portanto, continuidade total entre as diversas barras da estrutura. No entanto, poderão em certos casos existir medidas especiais ao nível da definição das armaduras dessas barras que conduzem à formação de rótulas.

Como se pode observar pela descrição das técnicas geralmente usadas na realização dos nós, a idealização dos nós das barras de um SAP como sendo perfeitamente articulados é, na prática, difícil de concretizar. Na realidade existe nos nós destas estruturas alguma capacidade de impedir a sua rotação ao contrário do que é admitido pelas rótulas idealizadas no cálculo. No entanto, essa capacidade de impedir a rotação é, na análise, desprezada ou por ser bastante baixa quando comparada com a indeformabilidade axial das barras (em particular nas estruturas de concreto armado ou nas ligações metálicas soldadas) ou, ainda, em certos casos, devido ao fato da sua quantificação ser bastante complexa (em particular nas ligações parafusadas ou com chapas denteadas nas estruturas de madeira).

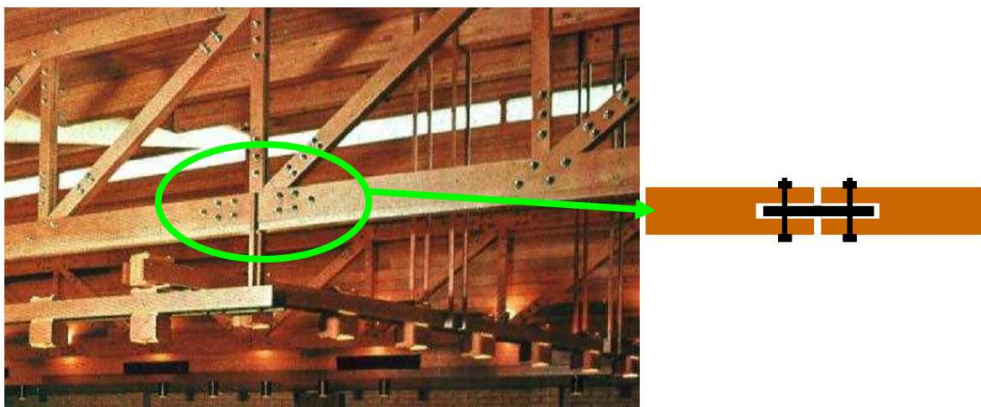


Figura 26



Figura 27



Figura 28

6) MATERIAIS E MÉTODOS:

Para a construção da ponte com palitos de picolé, escolheu-se o modelo de treliça *Warren Modificada*. Este pode ser observado na Figura 29.

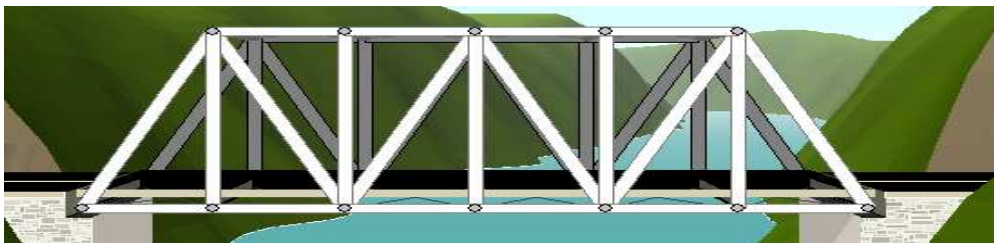


Figura 29: Ponte treliçada do tipo Warren Modificada.

6.1) ANÁLISE DE UMA TRELIÇA WARREN MODIFICADA:

Para se determinar as forças nos membros de uma *Treliça Warren modificada*, conforme apresentada na Figura 30a, pode-se proceder da seguinte forma:

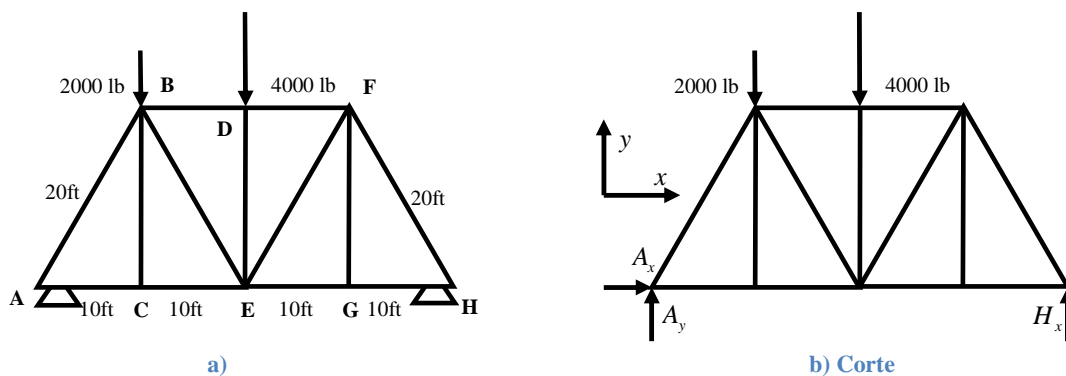


Figura 30: Treliça Warren Modificada

Primeiramente, identifica-se os membros para os quais as forças são exigidas desenhando-se duas linhas curtas através de cada membro da Figura 30a. Por inspeção, observa-se que BC é um membro não solicitado (como FG).

Do diagrama de corpo livre de toda a treliça (Figura 30b), determina-se as reações nos nós A e H usando equilíbrio de corpo rígido:

$$\sum F_x = A_x = 0 \quad (7)$$

$$\sum F_y = A_y + H_y - 2000 - 4000 = 0 \quad (8)$$

$$\sum M_A = 40H_y - 10 \times 2000 - 20 \times 4000 = 0 \quad (9)$$

Resolvendo as equações (7)-(9), pode-se determinar:

$$H_y = 2500 \text{ [lb]} \quad (10)$$

$$A_y = 3500 \text{ [lb]} \quad (11)$$

Aplicando o método dos nós para determinar a força no membro DE , procede-se da seguinte forma:

6.2) NÓ D:

A partir do diagrama de corpo livre da Figura 31a, a equação de equilíbrio para as projeções das forças verticais fornece:

$$T_{DE} = -4000 \text{ [lb]} \quad (12)$$

Assim, o membro DE está em compressão.

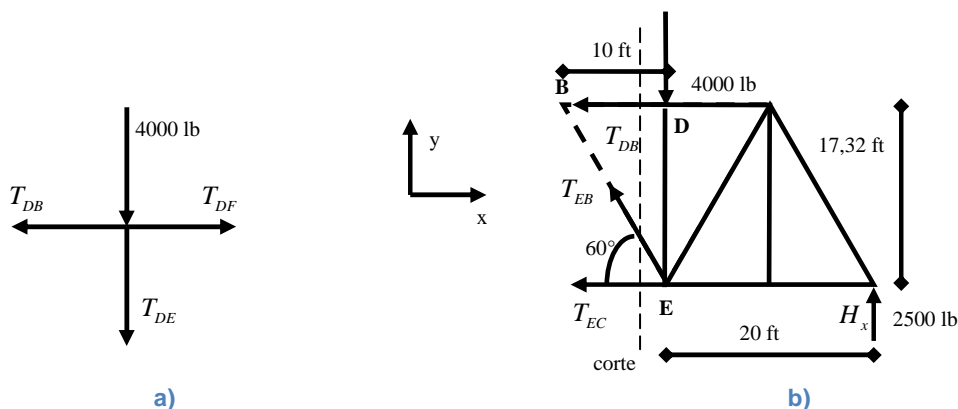


Figura 31

Para calcular as forças nos membros BD , BE e CE , pode-se notar que estes são cortados por uma seção vertical passada entre os nós B e D . A parte isolada da treliça,

mostrada na Figura 31b é escolhida como corpo livre. Assim, pelas equações de equilíbrio para a parte isolada, encontra-se:

$$\sum F_x = T_{DB} - T_{EB} \cos(60^\circ) - T_{BC} = 0 \quad (13)$$

$$\sum F_y = -T_{EB} \sin(60^\circ) - 4000 + 2500 = 0 \quad (14)$$

$$\sum M_E = 17,32T_{DB} + 20 \times 2500 = 0 \quad (15)$$

As equações (13)–(15) fornecem:

$$T_{DB} = -2887 [\text{lb}] \quad (16)$$

$$T_{EB} = 1732 [\text{lb}] \quad (17)$$

$$T_{EC} = 2021 [\text{lb}] \quad (18)$$

Como T_{DB} é negativo, o membro DB está em compressão; os membros EB e EC estão em tração.

É possível obter a mesma solução de outra forma:

6.3) SOLUÇÃO ALTERNATIVA:

Observa-se que as forças T_{DB} , T_{EB} e T_{EC} podem ser determinadas usando-se o Método de Ritter (pág. 13, 4.2):

$$\sum M_B = -10 \times 4000 + 30 \times 2500 - 17,32T_{EC} = 0 \quad (19)$$

$$\sum M_E = 17,32T_{DB} + 20 \times 2500 = 0 \quad (20)$$

$$\sum F_y = -T_{EB} \sin(60^\circ) - 4000 + 2500 = 0 \quad (21)$$

Onde os subscritos B e E nas equações de momento se referem aos nós B e E respectivamente. Obtém-se, então:

$$T_{DB} = -2887 [\text{lb}] \quad (22)$$

$$T_{EB} = 1732 [\text{lb}] \quad (23)$$

$$T_{EC} = 2021 [\text{lb}] \quad (24)$$

Verificando a soma das forças na direção x :

$$\sum F_x = -T_{DB} - T_{EC} - T_{EB} \sin(30^\circ) = 2887 - 2021 - 1732 \times 0,5 = 0 \quad (25)$$

Pode-se observar que este método apresenta vantagem sobre o anterior, uma vez que as forças T_{DB} , T_{EB} e T_{EC} são determinadas independentemente, por meio de equações únicas. Assim, a solução de um conjunto de equações simultâneas é evitada. Além disso, como as forças T_{DB} , T_{EB} e T_{EC} são determinadas independentemente, a equação $\sum F_x$ pode ser usada como verificação dos valores obtidos.

Quando se aplicou o método das seções para encontrar as forças nos membros BD , BE e CE , separou-se a treliça em duas partes com um corte vertical. Em geral, o processo de separar uma treliça em duas partes não exige o uso de um corte reto. Qualquer seção fletida ou curva pode ser passada através de uma treliça para separá-la em duas partes. Contudo, não devem ser cortados mais do que três membros com forças desconhecidas por nenhuma linha de seção. Além disso, qualquer parte de uma treliça pode ser escolhida como corpo livre para análise pelo método das seções. Nesse caso, a porção da treliça à direita do corte foi usada, entretanto, a porção esquerda poderia ter sido usada para obter resultados equivalentes.

6.4) MATERIAL:

As dimensões dos palitos são (aproximadamente):

- 115 mm de comprimento;
- 2 mm de espessura;
- 8,4 mm de largura.

Os dados a seguir foram extraídos da referência [4]:

- Resistência à tração do palito é de 90 kgf. ou 882,9 N (média extraída de 8 palitos testados);
- Resistência à compressão de um palito de 110mm de comprimento é de 4,9 kgf. ou 48,07 N (média de 11 palitos), resultando numa tensão normal média de ruptura de 2,86 MPa.
- Resistência à compressão de uma composição formada por dois palitos de 110mm de comprimento colados (dimensão final da composição 110 mm X 4 mm X 8,4 mm) é de 27 kgf. ou 264,87 N (média de 5 composições), resultando numa tensão normal média de ruptura de 7,88 MPa.

Para palitos de dimensões diferentes das testadas, observa-se a carga crítica de Euler (P_c) mostrada na equação (26) e na Figura 32.

$$P_c = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (26)$$

- E é o módulo de elasticidade da madeira que constitui o palito ($E = 7350[\text{MPa}]$);
- $I = \frac{bh^3}{12}$ é o menor momento de inércia ($5,6[\text{mm}^4]$ para um palito e $44,8[\text{mm}^4]$ para a composição de dois palitos – b e h são, respectivamente o maior e menor lado da seção transversal da barra);
- L é o comprimento da barra.

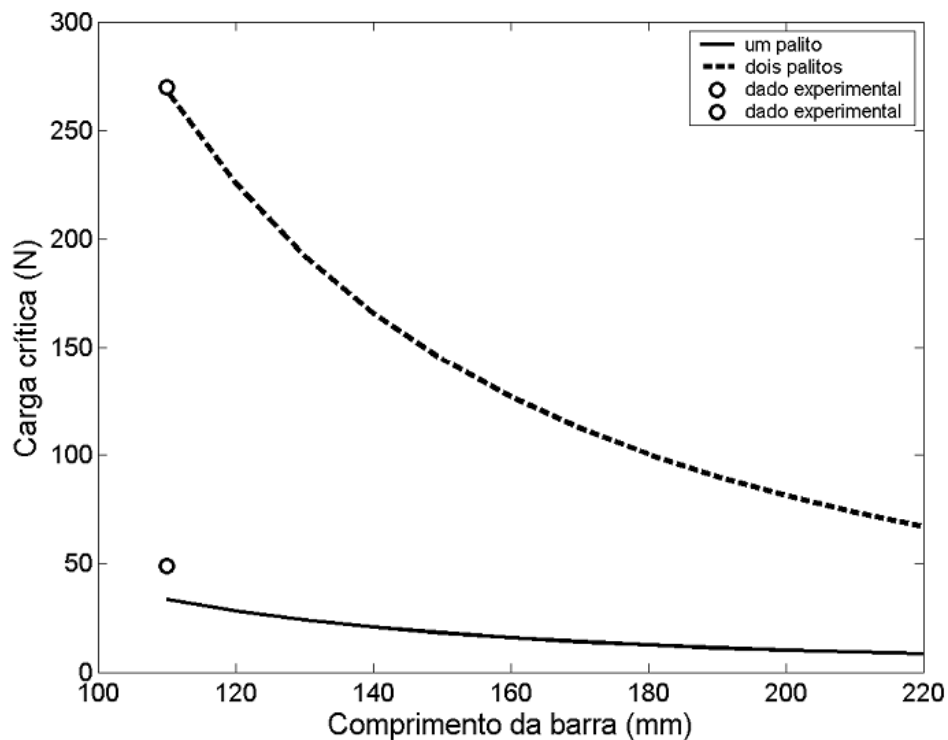


Figura 32: Carga crítica de Euler

6.5) CONSTRUÇÃO DA PONTE DE PALITOS

Conhecidas as características do material a ser utilizado, decidiu-se por construir a ponte com palitos de picolé do tipo Warren Modificada utilizando “barras” constituídas por 3 palitos colados, formando barras com as dimensões apresentadas na Figura 33.

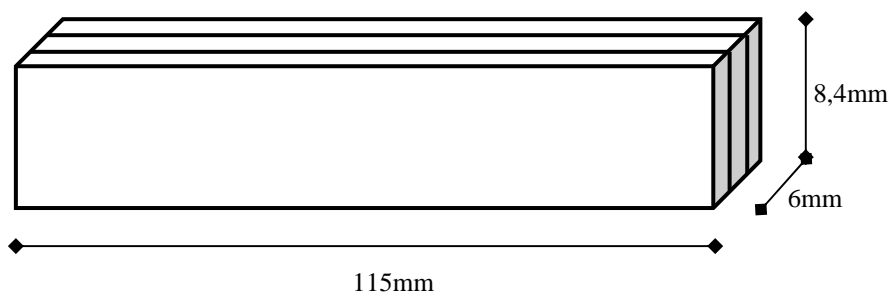


Figura 33

A partir de cada barra, construiu-se 15 triângulos equiláteros em cada lado da ponte. Cada triângulo apresentava uma barra vertical que ligava o ponto médio da base até o vértice mais alto desta, conforme mostrado na Figura 34.

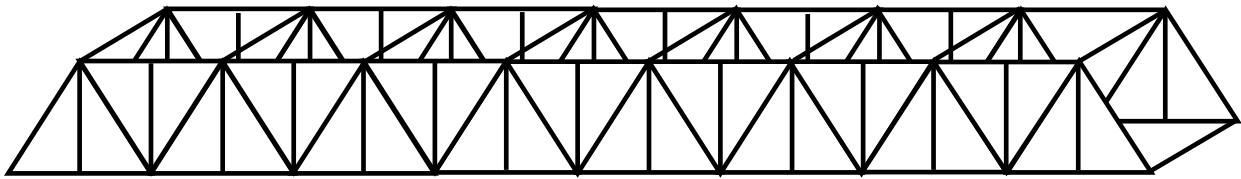
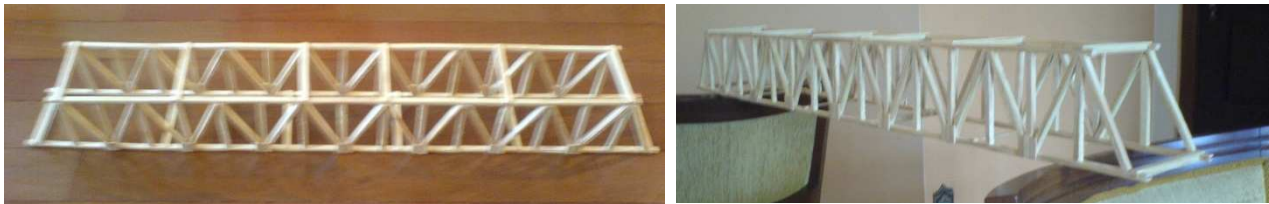


Figura 34: Esquemático da Ponte Treliçada do tipo Warren Modificada

A ponte construída pode ser observada na Figura 35.



a)

b)

Figura 35: Modelo de Ponte treliçada do tipo Warren Modificada construído com palitos de picolé.

No modelo final construído, foram utilizados 338 palitos de picolé. Seu comprimento final é de 96cm, altura de 11,5cm e largura de 13,5cm.

7) EXEMPLOS:

Apresentam-se em seguida algumas imagens de sistemas articulados planos. Embora alguns destes exemplos possam estar englobados numa estrutura tridimensional, o seu cálculo foi efetuado considerando o sistema articulado como uma estrutura plana apenas sujeita a cargas no seu plano.



Figura 36

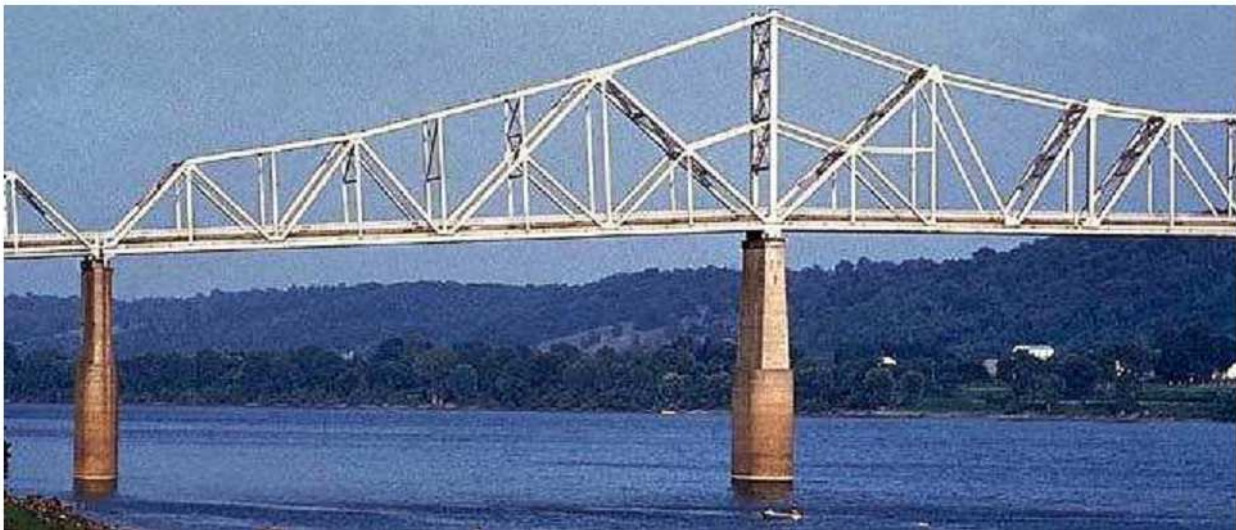
Tower Bridge sobre o rio Tamisa, Londres, Inglaterra



Ponte Navajo, Marble Canyon, Arizona, EUA.



Ponte Navajo, Marble Canyon, Arizona, EUA.



Ponte sobre o rio Ohio, Madison, Indiana, EUA.



Ponte levadiça, delta do rio Sacramento, próximo de Rio Vista, California, EUA.



Ponte levadiça, delta do rio Sacramento, próximo de Rio Vista, California, EUA.



Terminal de autocarros de Port Authority, Nova Iorque, EUA (em construção).



Edifício de escritório da IBM, Pittsburgh, Pennsylvania, EUA.



Edifício Alcoa, San Francisco, California, EUA.



Edificio Transamerica, San Francisco, California, EUA.



Base do edifício Transamerica, San Francisco, California, EUA.

8) CONCLUSÃO:

Através deste trabalho, foi possível verificar como funciona o processo de construção de uma ponte, bem como os conceitos físicos e matemáticos envolvidos. Tecnologia de grande relevância no desenvolvimento de uma região, a construção de pontes é realizada pelo ser humano há séculos. Desde tempos remotos que o Homem necessita de ultrapassar obstáculos em busca de alimento ou abrigo. As primeiras pontes terão surgido de forma natural pela queda de troncos sobre os rios, processo prontamente imitado pelo Homem, surgindo então pontes feitas de troncos de árvores ou pranchas e, eventualmente, de pedras, usando suportes muito simples e travessas mestras.

Com o surgimento da idade do bronze e a predominância da vida sedentária, tornou-se mais importante a construção de estruturas duradouras, nomeadamente, pontes de lajes de pedra. Das pontes em arco há vestígios desde cerca de 4000 a.C. na Mesopotâmia e no Egito, e, mais tarde, na Pérsia e na Grécia (cerca de 500 a.C.).

A mais antiga estrutura chegada aos nossos dias é uma ponte de pedra, em arco, situada no Rio Meles, na região de Esmirna, na Turquia, e datada do séc. IX a.C. Sofreu um grande impulso pela engenharia com fins militares, a construção de uma

ponte permite integrar determinada região a outra, facilitando a vida daqueles que se utilizam desta. Podem ligar regiões cortadas por vales ou rios, sendo então, conhecidas pelo próprio nome, ou então regiões em grandes cidades ou estados, recebendo o nome de viadutos.

A construção de um modelo de ponte utilizando palitos de picolé, apesar de um processo aparentemente simples, agrega uma imensa gama de conhecimentos, haja vista necessitar de um estudo detalhado das propriedades do material (no caso, madeira), bem como analisar as vantagens e desvantagens da geometria a ser empregada. Esse mesmo estudo é feito no projeto de uma ponte real, de forma que aspectos relevantes são confrontados com questões econômicas, ou seja, é necessário construir uma ponte durável, que atenda às necessidades da região e que custe o mínimo possível.

9) REFERÊNCIAS

- [1] SCHMIDT, Richard J., BORESI, Arthur P. “Formulações alternativas do equilíbrio de Forças Coplanares” In: *Estática*. Ed. Thomson Pioneira, São Paulo, 2003, p. 160 – 163;
- [2] _____ “Treliças” In: *Estática*. Ed. Thomson Pioneira, São Paulo, 2003, p. 263 – 284;
- [3] BIELA. In: Larousse Cultural. **Dicionário da Língua Portuguesa**. 1. Ed. São Paulo: Nova Cultural, 1992, p. 137.
- [4] Home Page da PET Engenharia Civil – concurso de estruturas - <http://www.petcivil.ufjf.br/pdf/dadosprojeto.pdf> - acessado em 5 de novembro de 2008.