CONFORMAÇÃO PLÁSTICA DOS METAIS

ETTORE BRESCIANI FILHO (Coordenação e Revisão)

IRIS BENTO DA SILVA (Pesquisa e Atualização de Bibliografia)

GILMAR FERREIRA BATALHA (Transcrição Digital e Revisão do Original)

> **SÉRGIO TONINI BUTTON** (Revisão Geral da Edição Digital)

> > 2011

6ª Edição (Primeira digital)

ISBN 978-85-86686-64-1

FICHA CATALOGRÁFICA

Conformação plástica dos metais / coord. rev. E. Bresciani Filho; pesq. atual. I.B. Silva; transc. dig. G.F. Batalha; rev. ed. dig. S.T. Button. – 1. ed. dig. -- São Paulo : EPUSP, 2011.

ISBN 978-85-86686-64-1 <u>www.poli.usp.br/pmr/lefa</u> <u>www.fem.unicamp.br/~sergio1/CONFORMACAOPLASTICADOSMETAIS.pdf</u>

1. Conformação mecânica 2. Laminados 3. Processos de fabricação 4. Estampagem I. Bresciani Filho, Ettore II. Silva, Iris Bento da III. Batalha, Gilmar Ferreira IV. Button, Sérgio Tonini V. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. VI. t.

CDU 624.012.004.54

APRESENTAÇÃO

A publicação eletrônica Conformação Plástica dos Metais destina-se a alunos de graduação e de pós-graduação dos cursos de Engenharia Mecânica e Engenharia de Materiais. Para os graduandos, pode ser utilizada como texto complementar no acompanhamento das aulas teóricas e, para os pós-graduandos, como texto que contem informações para iniciar os estudos e pesquisas em nível mais aprofundado. Esta publicação é de acesso eletrônico livre, respeitando-se os direitos autorais para eventual reprodução parcial ou total.

A publicação está dividida em três partes, que abrangem as principais áreas de estudo da matéria:

Parte 1 - Processos de Conformação Plástica Parte 2 - Metalurgia da Conformação Plástica Parte 3 - Mecânica da Conformação Plástica

Esta edição eletrônica resultou de um trabalho de transcrição, revisão e atualização de Ettore Bresciani Filho, Iris Bento da Silva, Gilmar Ferreira Batalha e Sérgio Tonini Button, a partir da seguinte publicação impressa esgotada:

BRESCIANI Filho, Ettore (coord.); ZAVAGLIA, Cecília Amélia Carvalho; BUTTON, Sérgio Tonini; GOMES, Edson; NERY Fernando Antonio da Costa. **Conformação Plástica dos Metais**. Campinas: Editora da Unicamp, 1997 (5^ª. edição), 383p.

Campinas, Maio de 2011.

Prof. Dr. Ettore Bresciani Filho. Engenheiro Aeronáutico (Produção), Instituto Tecnológico de Aeronáutica (1962); Doutor em Engenharia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1968); Professor Livre Docente, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1980); Professor Adjunto, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1983); Professor Titular Aposentado (1995) e Professor de Curso de Especialização (desde 1995), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas; Professor Titular Contratado, Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de Campinas (desde 1997); Membro do Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, Universidade Estadual de Campinas (desde 2007). Além de desenvolver atividades acadêmicas (ensino, pesquisa, orientação, coordenação e extensão) trabalhou como engenheiro, coordenador de projetos, gerente executivo e consultor técnico, em empresas da área industrial e associações e entidades patronais da indústria. Áreas de atuação: Engenharia de Materiais, Engenharia de Processos, Engenharia de Produção, Engenharia da Qualidade e Engenharia de Sistemas.

Prof. Dr. Iris Bento da Silva. Engenheiro Mecânico, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (1975); Mestre em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas (1989); Doutor em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas (2000); Engenheiro trabalhando por 30 anos na indústria de autopeças ocupando cargos de direção em engenharia e unidades de negócios (1975/2005); Diretor Técnico do Sindicato Nacional das Forjarias (desde 1993), Professor Doutor da Universidade Metodista de Piracicaba, Engenharia de Produção e Mecânica (desde 1980), Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Fabricação, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas (desde 2007).

Prof. Dr. Gilmar Ferreira Batalha. Engenheiro Mecânico, Universidade de Brasilia (1982); Mestre em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina (1987); Doutor em Engenharia Mecânica (1995), e Livre Docente em Processos de Fabricação (2010) pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1995); Pós-Doutorado, Friedrich Alexander Universität Erlangen-Nuremberg (Alemanha) (1997-1998); Professor Visitante, École Centrale de Lille (França) (2004-2006); Professor da Faculdade de Engenharia de Joinville – UDESC (1984-1989). Professor Associado do Departamento Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (desde 1989).

Prof. Dr. Sérgio Tonini Button. Engenheiro Mecânico (1981), Mestre, Doutor e Professor Livre-Docente em Engenharia Mecânica (1985, 1990 e 1995) pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), na área de Materiais e Processos de Fabricação. Professor Associado da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, da qual é docente desde 1985 e onde atua no ensino de graduação e pós-graduação, pesquisa e prestação de serviços na área de conformação mecânica.

Índice

Parte 1 Processos de conformação plástica
1 Classificação dos processos de conformação12
1.1 INTRODUÇÃO 12
1.2 CLASSIFICAÇÃO QUANTO AO TIPO DE ESFORÇO PREDOMINANTE 13
1.3 CLASSIFICAÇÃO QUANTO A TEMPERATURA DE TRABALHO14
1.4 OUTROS METODOS DE CLASSIFICAÇÃO 15
2 Laminação17
2.1 CONCEITOS INICIAIS DA LAMINAÇÃO 17
2.2 MECÂNICA DA LAMINAÇÃO18
2.3 LAMINADORES
2.4 CILINDROS DE LAMINAÇÃO24
2.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE LAMINAÇÃO25
2.5.1 Laminação a quente de blocos e placas
2.5.2 Laminação a quente de chapas finas 26
2.5.3 Laminação a frio de chapas finas 28
2.5.4 Controle do processo de laminação 30
2.5.5 Projeto dos passes de laminação 31
2.6 PRODUTOS LAMINADOS
2.6.1 Classificação dos produtos laminados 32
2.6.2 Defeitos típicos dos produtos laminados
2.6.2.1 Defeitos em produtos semi-acabados
2.6.2.1 Defeitos em produtos acabados

2.6.3 Propriedades de produtos laminados	
3 Extrusão	37
3.1 CONCEITOS INICIAIS DA EXTRUSÃO	37
3.2 MECÂNICA DA EXTRUSÃO	
3.3 MÁQUINA DE EXTRUSÃO	39
3.4 FERRAMENTA DE EXTRUSÃO	
3.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE EXTRUSÃO	42
3.5.1 Etapas do processo de extrusão	42
3.5.2 Controle do processo de extrusão	43
3.6 PRODUTOS EXTRUDADOS	45
3.6.1 Classificação dos produtos extrudados	45
3.6.2 Defeitos típicos de produtos extrudados	46
3.6.3 Propriedades de produtos extrudados	46
4 Trefilação	
4.1 CONCEITOS INICIAIS DA TREFILAÇÃO	
4.2 MECÂNICA DA TREFILAÇÃO	
4.3 MÁQUINAS DE TREFILAÇÃO	49
4.3.1 Máquina de trefilar sem deslizamento	49
4.3.2 Máquinas de trefilar com deslizamento	50
4.3.3 Observação quanto ao desgaste da fieira	52
4.3.4 Sistemas de lubrificação	52
4.3.5 Máquinas para os diversos produtos	52
4.3.6 Instalações complementares	53
4.4 FERRAMENTAS DE TREFILAÇÃO	53
4.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE TREFILAÇÃO	56

4.5.1 Tratamentos químicos e mecân	nicos	56
4.5.2 Tratamento térmico de recozi	mento	56
4.5.3 Fatores de influência na trefila	ção	58
4.5.4 Lubrificação na trefilação		59
4.6 PRODUTOS TREFILADOS		59
4.6.1 Classificação dos produtos tref	ilados	59
4.6.2 Defeitos típicos de produtos tr	refilados	60
4.6.3 Propriedades de produtos tref	ilados	60
5 Estampagem		61
5.1 CONCEITOS INICIAIS DA ESTAM	PAGEM	61
5.1.1 Estampagem profunda		62
5.1.2 Conformação em geral		64
5.2 MECÂNICA DA ESTAMPAGEM		65
5.2.1 Estampagem profunda de chap)as	65
5.2.2 Dobramento de chapas		68
5.3 MÁQUINAS DE ESTAMPAGEM		69
5.4 FERRAMENTAS DE ESTAMPAGE	М	70
5.4.1 Ferramentas de corte		70
5.4.2 Ferramentas de dobramento		71
5.4.3 Ferramentas de estampagem pr	ofunda	72
5.4.4 Materiais para ferramentas de e	stampagem	73
5.5 CONTROLE DO PROCESSO DE E	STAMPAGEM	74
5.6 PRODUTOS ESTAMPADOS		75
5.6.1 Classificação dos produtos estan	npados	75
5.6.2 Defeitos na estampagem profunc	la	76

	5.6.3 Propriedades dos produtos estampados	76
6	Forjamento	77
	6.1 CONCEITOS INICIAIS	77
	6.2 MECÂNICA DO FORJAMENTO	78
	6.3 MÁQUINAS DE FORJAMENTO	78
	6.3.1 Martelo de queda livre	79
	6.3.2 Martelo de dupla ação	80
	6.3.3 Martelo de contragolpe	81
	6.3.4 Prensas para forjamento	81
	6.4 MATRIZES DE FORJAMENTO	82
	6.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE FORJAMENTO	83
	6.5.1 Forjamento em matriz aberta	83
	6.5.2 Forjamento em matriz fechada	84
	6.5.3 Tratamentos térmicos de forjados	85
	6.5.4 Temperatura e velocidade de forjamento	85
	6.5.4.1 - Temperatura de forjamento	85
	6.5.4.2-Perdas de temperatura	86
	6.5.4.2-Ganhos de temperatura	86
	Velocidade de deformação	86
	6.6 PRODUTOS FORJADOS	87
	6.6.1 Classificação de produtos forjados	87
	6.6.3 Propriedades de produtos forjados	87

Parte 2 Metalurgia

1	Conceitos Fundamentais da Estrutura Cristalina dos Metais
	1. 1 ELEMENTOS DE CRISTALOGRAFIA
	1.2 ESTRUTURA CRISTALINA DOS METAIS
	1.3 PARÂMETROS DA ESTRUTURA CRISTALINA
	1.4 ESTRUTURA CRISTALINA DAS LIGAS METÁLICAS94
	1.5 DEFEITOS CRISTALINOS
	1.6 NOTAÇÃO CRISTALOGRÁFICA97
2	Deformação plástica do cristal
	2,1 MECANISMOS DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA
	2.2 TENSÃO DE CISALHAMENTO DO CRISTAL101
	2.3 SISTEMAS DE ESCORREGAMENTO DO CRISTAL 103
	2.3.2 Sistemas de escorregamento em cristais de estrutura hexagonal compacta 105
	2.3.3 Sistemas de escorregamento em cristais cúbicos de corpo centrado 105
	2.4 PROJEÇÃO ESTEREOGRÁFICA 106
	2.5 ORIENTAÇÃO DO CRISTAL NO ESCORREGAMENTO 108
	2.6 SISTEMAS DE MACLAÇÃO NO CRISTAL110
	2.7 DISCORDÂNCIAS
3	Deformação plástica do agregado policristalino114
	3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS
	3.2 CONTORNO DE GRÃO114
	3.3 POLIGONIZAÇÃO115
	3.4 SOLUÇÕES SÓLIDAS
	3.5 SEGUNDAS FASES

4	Encruamento e Recozimento	118
	4.1 ENCRUAMENTO DO CRISTAL	118
	4.2 ENCRUAMENTO DO AGREGADO POLICRISTALINO	119
	4.2.1 Metais de estrutura cúbica de face centrada (cfc)	120
	4.2.2 Metais de estrutura cúbica de corpo centrado (ccc)	122
	4.2.2 Metais de estrutura hexagonal compacta (hc)	122
	4.3 MUDANÇAS DE PROPRIEDADES COM O ENCRUAMENTO	123
	4.4 RECRISTALIZAÇÃO	125
	4.4.1 Influência do tempo e da temperatura	128
	4.4.2 Influência do grau de encruamento	128
	4.4.3 Influência da natureza do metal	129
	4.5 MUDANÇAS DE PROPRIEDADES COM A RECRISTALIZAÇÃO	. 129
5	Textura e anisotropia	131
	5.1 DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO DA TEXTURA	131
	5.2 TEXTURA DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA	132
	5.2.1 Textura de laminação	133
	5.2.2 Textura de trefilação	134
	5.2.3 Textura de conformados em geral	135
	5.2.4 Controle da formação de texturas de deformação	136
	5.3 TEXTURA DE RECRISTALIZAÇÃO	. 139
	5.3.1 Texturas de recristalização em laminados	140
	5.3.2 Texturas de recristalização em trefilados	140
	5.4 ANISOTROPIA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS	141

6	Fratura Dúctil	143
	6.1 TIPOS DE FRATURA	143
	6.2 MODOS DE FRATURA DÚCTIL	144
	6.3 MECANISMOS DA FRATURA DÚCTIL	145
	6.4 INSTABILIDADE DO ESCOAMENTO	147
7	Conformabilidade plástica	149
	7.1 CONCEITOS DE CONFORMABILIDADE	149
	7.2 FATORES DE INFLUÊNCIA NA CONFORMABILIDADE	149
	7.3 ENSAIOS DE CONFORMABILIDADE	150
	7.3.1 Ensaios de conformação a frio de chapas metálicas	151
	7.3.2 Ensaios de conformação a quente de corpos metálicos 1	155
	7.3.3 Considerações sobre a tensão de escoamento	156
	7.4 EXEMPLOS DE ANÁLISE DE FATORES DE INFLUÊNCIA NA CONFORMABILIDADE .	.157
	7.4.1 Chapas de aço para estampagem1	157
	7.4.2 Tarugos de latão para forjamento1	159

Parte 3 Mecânica da conformação plástica

1 Teoria das tensões em corpos sólidos	162
1.1 VETOR DA TENSÃO	162
1.2 TENSOR DE TENSÃO	163
1.3 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	165
1.4 TENSÕES PRINCIPAIS	
1.5 TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA	
1.6 CÍRCULOS DE MOHR	169
1.7 TENSÕES OCTAÉDRICAS	171

	1.8 ESTADOS TRIPLOS DE TENSÃO PARTICULARES	172
	1.9 TENSÕES REDUZIDAS	. 174
	1.10 INVARIANTES DO TENSOR DE TENSÃO	. 176
	1.11 ELIPSÓIDE DE TENSÕES	177
	1.12 INTENSIDADE DE TENSÃO DE CISALHAMENTO	. 178
2	Teoria das deformações em corpos sólidos	. 179
	2.1 DESLOCAMENTO E DEFORMAÇÃO	. 179
	2.2 TENSOR DE DEFORMAÇÃO	. 180
	2.3 EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE	. 180
	2.4 DEFORMAÇÕES PRINCIPAIS	181
	2.5 DEFORMAÇÃO VOLUMÉTRICA	. 182
	2.6 CÍRCULOS DE MOHR	. 182
	2.7 DEFORMAÇÃO OCTAÉDRICA	. 183
	2.8 ESTADOS TRIPLOS DE DEFORMAÇÃO PARTICULARES	. 183
	2.9 DEFORMAÇÕES REDUZIDAS	. 184
	2.10 INVARIANTES DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO	. 185
	2.11 ELIPSÓIDE DE DEFORMAÇÃO	. 185
	2.12 INTENSIDADE DE DISTORÇÃO	. 186
	2.13 DEFORMAÇÃO DE UM CÍRCULO	. 186
	2.14 VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	. 188
	2.15 TRABALHO DE DEFORMAÇÃO	. 189
3	Teoria da plasticidade	191
	3.1 LEI DO COMPORTAMENTO ELÁSTICO	191
	3.2 COMPORTAMENTO PLÁSTICO	. 192
	3.3 CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO	. 194

-	3.4 TENSÃO E DEFORMAÇÃO EFETIVAS	. 198
	3.5 TEORIA DO ESCOAMENTO	. 199
-	3.6 ESTADO DE DEFORMAÇÃO PLANA	.202
-	3.7 TRABALHO DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA	209
	3.8 TEOREMA DO TRABALHO MÁXIMO E TENSÕES LIMITES	. 210
4	Métodos de análise dos processos de conformação	213
	4.1 CLASSIFICAÇÃO DOS PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO	213
	4.2 INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS DE ANÁLISE	. 214
	4.3 MÉTODO DA ENERGIA UNIFORME	215
	4.4 MÉTODO DA DIVISÃO EM ELEMENTOS	217
	4.5 MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR E INFERIOR	. 218
	4.6 MÉTODO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO	.220
	4.7 MÉTODO DE VISUALIZAÇÃO	. 221
	4.8 MÉTODO DA SIMULAÇÃO	.222
	4.9 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	.222
5 4	Aplicações para forjamento	.224
1	5.1 MÉTODO PARA ESTIMATIVA SIMPLIFICADA	.224
1	5.2 MÉTODO PARA ESTIMATIVA SIMPLIFICADA APRIMORADA	.224
1	5.3 MÉTODO DA ENERGIA UNIFORME	. 227
1	5.4 MÉTODO DA DIVISÃO EM ELEMENTOS	.230
	5.4.1 Condições de atrito pequeno e placa plana fina	231
	5.4.2 Condições de atrito grande e placa plana fina	234
	5.4.3 Condições de atrito pequeno e perfil fino losangular	236
	5.4.4 Condições de atrito pequeno e de aderência e disco plano	239
	5.4.5 Forjamento em matriz fechada	242

5.5 MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR244	ł
5.6 MÉTODO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO246	5
5.6.1 Condições limites e determinação do ponto C 246	;
5.6.2 Determinação dos outros pontos 247	,
5.6.3 Construção do hodógrafo de velocidades 247	,
5.6.4 Determinação das tensões 249)
Bibliografia251	L
Bibliografia Complementar254	ł

Parte 1

Processos de conformação plástica

Classificação dos processos de conformação

1.1 INTRODUÇÃO

1

Entende-se o processo de conformação dos corpos metálicos como o processo de modificação da forma desse corpo metálico para outra forma definida.

Os processos de conformação podem ser divididos em dois grupos: processos mecânicos, nos quais as modificações de forma são provocadas pela aplicação de tensões externas, e às vezes em altas temperaturas, mas sem a liquefação do metal; e processos metalúrgicos, nos quais as modificações de forma podem estar relacionadas também às tensões externas, e às vezes em altas temperaturas, mas com liquefação do metal (como no processo de fundição) ou com a difusão de partículas metálicas (como no processo de sinterização).

Os processos mecânicos são constituídos pelos processos de conformação plástica, para os quais as tensões aplicadas são geralmente inferiores ao limite de resistência à ruptura do material, e pelos processos de conformação por usinagem, para os quais as tensões aplicadas são sempre superiores ao limite mencionado, sendo a forma final, portanto, obtida por retirada de material. Devido à sua natureza, esses processos são também denominados "processos de conformação mecânica".

É importante o estudo dos processos de conformação plástica dos metais porque em sua maior parte, quase todos os produtos metálicos produzidos são submetidos, em um ou mais estágios de seu processamento, a tais processos.

Os processos de conformação plástica dos metais permitem a fabricação de peças, no estado sólido, com características controladas. De uma forma resumida, os objetivos desses processos são a obtenção de produtos finais com especificação de:

- a) dimensão e forma,
- b) propriedades mecânicas,
- c) condições superficiais,

Conciliando a qualidade com elevadas velocidades de produção e baixos custos de fabricação.

Os processos de conformação plástica podem ser classificados de acordo com vários critérios:

a) quanto ao tipo de esforço predominante;

b) quanto à temperatura de trabalho;

- c) quanto à forma do material trabalhado ou do produto final;
- d) quanto ao tamanho da região de deformação (localizada ou geral);
- e) quanto ao tipo de fluxo do material (estacionário ou intermitente);
- f) quanto ao tipo de produto obtido (semi-acabado ou acabado).

1.2 CLASSIFICAÇÃO QUANTO AO TIPO DE ESFORÇO PREDOMINANTE

Os processos de conformação plástica podem ser classificados de acordo com o tipo de esforço predominante em (**Figura 1.1**):

- a) processos de conformação por compressão direta;
- b) processos de conformação por compressão indireta;
- c) processos de conformação por tração;
- d) processos de conformação por cisalhamento;
- e) processos de conformação por flexão.

Nos processos de *conformação por compressão direta*, predomina a solicitação externa por compressão sobre a peça de trabalho. Nesse grupo podem ser classificados os processos de forjamento (livre e em matriz) e laminação (plana e de perfis).

Nos processos de *conformação por compressão indireta*, as forças externas aplicadas sobre a peça podem ser tanto de tração como de compressão. Porém as que efetivamente provocam a conformação plástica do metal são de compressão indireta, forças desenvolvidas pela reação da matriz sobre a peça, Os principais processos que se enquadram nesse grupo são a trefilação e a extrusão, de tubos e fios, e a estampagem profunda (embutimento) de chapas (parcial). No processo de trefilação a solicitação externa é de tração e nos processos de extrusão e embutimento de chapas, de compressão. Nesse ultimo processo, porém, somente parte da peça (a aba) e submetida a esse tipo de esforço.

O principal exemplo de processo de *conformação por tração* é o estiramento de chapas, em que a peça toma a forma da matriz por meio da aplicação de forças de tração em suas extremidades.

Os processos de *conformação por cisalhamento* envolvem forças cisalhantes suficientes ou não para romper o metal no seu plano de cisalhamento. Os melhores exemplos desse tipo de processo são a torção de barras e o corte de chapas.

No processo de conformação por flexão as modificações de forma são obtidas mediante a aplicação de um momento fletor. Este princípio é utilizado para dobrar chapas, barras e outros produtos. Como exemplos podem ser citados os processos de dobramento livre, dobramento de borda, dobramento de matriz e calandragem.



Figura 1.1 – Esquema simplificado da classificação dos processos de conformação. [Desenho: BRESCIANI, 1991]

1.3 CLASSIFICAÇÃO QUANTO A TEMPERATURA DE TRABALHO

Em relação à temperatura de trabalho, os processos de conformação podem ser classificados em processos com trabalho mecânico a frio e com trabalho mecânico a quente. Quando a temperatura de trabalho é maior do que a temperatura que provoca a recristalização do metal, o processo é designado como de trabalho a quente e, abaixo dessa temperatura, e designado como de trabalho a frio.

No *trabalho mecânico a frio* provoca-se o aparecimento no metal do chamado efeito de encruamento, ou seja, o aumento da resistência mecânica com a deformação plástica. o trabalho

mecânico a frio permite aumentar a resistência mecânica de certos metais não-ferrosos que não são endurecíveis por tratamentos térmicos.

No *trabalho mecânico a quente*, a deformação plástica é realizada numa faixa de temperatura, e durante um determinado tempo, em que o encruamento é eliminado pela recristalização do metal.

Um metal na sua condição encruada possui energia interna elevada em relação ao metal nãodeformado plasticamente. Aumentando-se a temperatura, há uma tendência do metal retornar a condição mais estável de menor energia interna. O tratamento térmico para obter esse efeito é denominado recozimento e, além da recuperação da estrutura cristalina do metal, este tratamento provoca a diminuição da resistência mecânica e a elevação da ductilidade.

1.4 OUTROS METODOS DE CLASSIFICAÇÃO

Os métodos de classificação dos processos de conformação plástica mais comuns são os dois mencionados anteriormente (quanto ao tipo de esforço predominante e quanto à temperatura de trabalho).

Existem também outros métodos, cujos empregos, no entanto, são menos comuns. Um deles é a classificação de acordo com a forma do metal trabalhado, como por exemplo, os processos de conformação de chapas (laminação, estampagem, dobramento, etc.) e de tubos e fios (trefilação, extrusão, etc.).

Pode-se também classificar os processos de acordo com o tamanho da região deformada em: processos com região de deformação localizada, que incluem a laminação, a trefilação e a extrusão, e processos com região de deformação generalizada, como por exemplo, os processos de estampagem profunda e o forjamento.

De acordo com o tipo de fluxo de deformação do metal, os processos podem ser classificados em processos de fluxo contínuos ou quasi-estacionários (com movimento constante) e processos de fluxo intermitente. Como exemplos do primeiro tipo podem ser citados os processos de laminação, trefilação e extrusão a quente. Os processos de extrusão a frio, estampagem e forjamento são exemplos de processos com fluxo intermitente.

Os processos de conformação podem ser separados em duas categorias de acordo com o produto obtido: processos de conformação primária, por meio dos quais se obtêm produtos semiacabados e processos de conformação secundários, por meio dos quais se obtêm produtos acabados.

O Quadro 1.1 apresenta um resumo da classificação dos processos de conformação plástica.

Durana	Força	Trabalho		Il contra a 7 a	Semi-produtos ou produtos		
Processo	preponderante	A quente	A frio	llustraçao	Aços	Não ferrosos	
Laminaçã o	Compressão direta	X			Placas Chapas Barras Perfis	Placas Chapas Barras	
			x	\bigcirc	Ch	apas	
Trefilação	Compressão indireta		x		Barras Arames Fios	Barras Arames Fios Tubos	
	Compressão	X		TEM	Tubos	Barras Tubos Perfis	
Extrusão	indireta		x		Peças pequenas extrudadas	Peças longas Extruda das	
Forjament	Compressão	x		H	Peças	Peças forjadas	
0			x		Peças pequ	enas forjadas	
Estampag em	Compressão indireta em	x			Peças grandes estampadas (a partir de placas)		
(profunda)	parte		x		Peças d estamı	le chapas padas	
Estiramen to de chapas	Tração		x	-	Peças de chapas estiradas		
Dobrame nto	Flexão	x	x	Real Provide American Science Provide American	Peças de chapas e tiras dobradasTubosPeças cortadas de chapas ou pequenos diversos		
Calandrag em	Flexão		x	+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++			
Corte	Cisalhamento	x	x	equinaliza			

Quadro 1.1 – Processos e produtos típicos de conformação plástica.

[Desenho: BRESCIANI, 1991]

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: AVENAS, 1996; ALTAN, 1983, 1999; AVITZUR, 1977; BAQUE et al.,1973; GRUNING, 1973; HOSFORD & CADDEI, 2007; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROWE, 1977.

Laminação

2.1 CONCEITOS INICIAIS DA LAMINAÇÃO

A laminação é um processo de conformação que essencialmente consiste na passagem de um corpo sólido (peça) entre dois cilindros (ferramentas) que giram à mesma velocidade periférica, mas em sentidos contrários (**Figura 2.1**). Dessa forma, tendo o corpo da peça inicial uma dimensão maior do que a distância entre as superfícies laterais dos cilindros, ele sofre uma deformação plástica na passagem entre os cilindros que resulta na redução de sua secção transversal e no aumento do seu comprimento e largura. Para se obter uma determinada dimensão (espessura) do corpo, deve-se submeter a peça a sucessivos passes através dos cilindros, com as distâncias entre si decrescentes .



A passagem da peça pelos cilindros ocorre através da ação da força de atrito que atua na superfície de contato entre as peças e os cilindros. Essa força é proporcional ao coeficiente de atrito entre peça e cilindro e à força normal na superfície de contato. A força normal dividida pela área da superfície de contato é a pressão exercida pelos cilindros que, por sua vez, resulta da

resistência à deformação plástica do material da peça nas condições de processamento (temperatura e velocidade de trabalho).

O processo de laminação pode ser conduzido a frio ou a quente, dependendo das dimensões e da estrutura do material da peça especificada para o início e final do processamento.

a. *Laminação a quente* - a peça inicial é comumente um lingote fundido obtido de lingotamento convencional, ou uma placa ou tarugo processado previamente em lingotamento contínuo; a peça intermediaria e final assume, apos diversos passes pelos cilindros laminadores, as formas de perfis diversos (produtos não planos) ou de placas e chapas (produtos planos). A temperatura de trabalho se situa acima da temperatura de recristalização do metal da peça, a fim de reduzir à resistência a deformação plástica em cada passagem e permitir a recuperação da estrutura do metal, evitando o encruamento para os passes subseqüentes. A laminação a quente, portanto, comumente se aplica em operações iniciais (operações de desbaste), onde são necessárias grandes reduções de seções transversais.

b. *Laminação a frio* - a peça inicial para o processamento, nesse caso, é um produto semiacabado (chapa), previamente laminado a quente. Como a temperatura de trabalho (temperatura ambiente) situa-se abaixo da temperatura de recristalização, o material da peça apresenta uma maior resistência à deformação e um aumento dessa resistência com a deformação (encruamento), não permitindo, dessa forma, intensidades elevadas de redução de seção transversal. Um tratamento térmico de recozimento, entre uma e outra seqüência de passes, pode se tornar necessário em função do programa de redução estabelecido e das propriedades exigidas do produto final. A laminação a frio é aplicada, portanto, para as operações finais (de acabamento), quando as especificações do produto indicam a necessidade de acabamento superficial superior (obtido com cilindros mais lisos e na ausência de aquecimento, o que evita a formação de cascas de óxidos) e de estrutura do metal encruada com ou sem recozimento final.

As temperaturas de laminação e as de recozimento têm seus limites, superior e inferior, definidos criteriosamente em função do tipo de material a ser processado e das condições de cada processamento em particular.

Na laminação a quente um conjunto de dois cilindros é utilizado para as primeiras etapas de redução, de tal modo que a peça é conduzida diversas vezes para o passe entre esses cilindros. Nas etapas finais da laminação a frio, e na maioria das etapas de laminação a frio, o trabalho é efetuado em diversos conjuntos (gaiolas) de cilindros dispostos em seqüência (trem de laminação).

A seqüência e o número de etapas de laminação dependem das condições iniciais da peça (forma e natureza) e das condições finais especificadas (dimensões, formas, acabamento superficial, propriedades mecânicas e metalúrgicas).

2.2 MECÂNICA DA LAMINAÇÃO

A laminação pode ser classificada como um processo de compressão direta pelo fato dos cilindros atuarem, com esforço de compressão, diretamente sobre a peça.

Na laminação, a intensidade de deformação plástica na direção da largura da peça depende de sua forma inicial e da intensidade da deformação da secção transversal. Por exemplo, nas etapas iniciais de redução de uma barra - em que a largura e a espessura (altura) na secção transversal são próximas - a intensidade de deformação (a quente) é elevada e, conseqüentemente, o espalhamento do material nas direções lateral e longitudinal é grande. Caso diverso ocorre na laminação de uma placa, pois, sendo a espessura muito menor do que a largura, a deformação plástica predomina na direção longitudinal e a deformação na direção lateral é relativamente pequena.

Essa mecânica da deformação indica que a peça entra no espaço entre os cilindros com uma velocidade menor do que a velocidade com que sai, pois se pode admitir a hipótese da constância do volume na deformação plástica. Como a velocidade periférica dos cilindros é constante, existe uma linha na superfície de contato, ou um ponto no **arco de contato**: se for considerada a projeção em perfil - onde a velocidade da peça se iguala à velocidade do cilindro (e no qual a tensão de laminação, ou seja, a pressão aplicada pelos cilindros à peça é máxima).

Esse ponto é denominado **ponto neutro** (Figura 2.2). O ângulo formado pelo arco de contato, tendo como vértice a projeção do eixo do cilindro, é o chamado ângulo de laminação, ou ângulo de contato, ou ainda ângulo de ataque. Esse ângulo tem um valor mínimo, denominado ângulo de mordida, abaixo do qual os cilindros não conseguem mais arrastar a peça sob ação das forças de atrito atuantes na superfície de contato. A tangente desse ângulo deve ser menor ou igual ao coeficiente de atrito na interface peça-cilindro para que possa ocorrer a laminação.

As forças de atrito atuam tangencialmente ao arco de contato, e no sentido de movimentação da peça até o ponto neutro, pois o cilindro gira a uma velocidade periférica menor do que a peça. A partir desse ponto, a situação de velocidade relativa se inverte e as forças de atrito passam a atuar no sentido contrário.

A carga da laminação, ou força normal à superfície de contato, aumenta até o ponto neutro e, a partir daí, diminui. Essa força decorre da resistência à deformação oferecida pelo material da peça nas condições mecânicas de processamento (temperatura, velocidade e estado de tensão). A reação às forças atuantes na superfície da peça são as forças exercidas sobre os cilindros com a denominação de **forças de separação**. A carga de laminação dividida pela área de contato define a pressão sobre os cilindros, ou seja, a tensão de laminação.



Os cilindros de menor diâmetro requerem carga de deformação, e, portanto de separação, menores do que as exigidas pelos cilindros grandes, para uma mesma intensidade de redução de secção da peça. Isso é devido a dois fatos:

1º) a área da superfície de contato de um cilindro de diâmetro menor é também menor em relação à de um cilindro de diâmetro maior, sendo que uma área de aplicação menor, para uma dada tensão de laminação necessária para vencer a resistência à deformação do material, corresponde uma força também menor;

2°) a área menor da superfície de contato de um cilindro de diâmetro menor corresponde a forças de atrito de menores intensidades e, conseqüentemente, a pressões médias menores.

Os cilindros de diâmetros menores, para uma mesma força de separação, sofrem, contudo deformações elásticas maiores pela ação dos esforços de flexão. Essas deformações elásticas, mais acentuadas na parte central dos cilindros, introduzem alterações dimensionais na peça laminada. Para aumentar então a rigidez do par de cilindros de diâmetros menores, justapõem-se cilindros, aos pares, de diâmetros maiores; os primeiros são denominados cilindros de trabalho e os segundos, cilindros de apoio ou de encosto (Figura 2.3). Contudo, além dessa deformação elástica central nos cilindros, eles sofrem achatamento na região de contato, também elástico, que conduz a um aumento de seus raios de curvatura.



Figura 2.3 - Ilustração de um laminador quádruo

Os cilindros de diâmetros maiores, para uma mesma condição de atrito, podem laminar peças de espessuras maiores. Considerando uma mesma espessura de peça e um mesmo ângulo de contato, o cilindro de diâmetro maior tem uma área de contato maior.

Em função do número e da disposição dos cilindros nas gaiolas, os laminadores (ou seja, as máquinas de laminação) podem ser classificados em diversos tipos (**Figura 2.4**).

2.3 LAMINADORES

Os laminadores são classificados de acordo com o número e arranjo de cilindros (**Figura 2.4**), e os três principais tipos são os laminadores duo, trio e quádruo.

O laminador duo possui seus dois cilindros girando somente numa direção, o que obriga a peça laminada a retornar por cima (ou pelo lado) para ser submetida a uma nova passagem. É denominado "laminador de retorno por cima" e sua aplicação atualmente é menos comum que a do *laminador duo reversível*. Esse último pode ter o movimento de rotação do cilindro nos dois sentidos, permitindo a passagem da peça pelos cilindros na direção de ida e volta (**Figura 2.5**). Com o laminador duo reversível é possível trabalhar peças pesadas e longas (blocos, tarugos, placas, chapas grossas, vergalhões, barras e perfis). Como alternativa, pode-se adotar o *laminador trio*, no qual dois de seus cilindros (o superior e o inferior) são maiores do que o cilindro intermediário, e são acionados por motores; o cilindro intermediário se movimenta pela ação de atrito e a movimentação da peça se dá com a ajuda de uma mesa de levantar ou uma mesa inclinada.





(a) LAMINADOR DUO DE RETORNO POR CIMA

(b) LAMINADOR DUO CONTÍNUO

TRIO



(c) LAMINADOR DUO

REVERSÍVEL



(d) LAMINADOR

(e) LAMINADOR UNIVERSAL (com cilindro vertical para laminação da borda)



(f) LAMINADOR QUADRUO



(g) LAMINADOR DUO COM QUATRO CILINDROS DE ENCOSTO

Figura 2.4 - Tipos de laminadores segundo o arranjo e número de cilindros.



Figura 2.5 - Ilustração da seqüência de passes na redução de um lingote para uma placa em laminador duo reversível

O laminador quádruo é utilizado para o trabalho a quente e a frio com produtos planos (chapas grossas e finas). São necessários dois cilindros de encostos maiores do que os cilindros de trabalho, podendo ser todos acionados por motores. Em geral esses laminadores são dispostos em série formando linhas de laminação contínuas. Para chapas finas, utiliza-se o laminador duo com quatro ou mais cilindros de encosto.

A instalação dos laminadores mais simples é aquela que é constituída de uma única gaiola com um dos seguintes arranjos de cilindros: duo não-reversível, duo reversível, trio e quádruo. Para a laminação de barras, por exemplo, pode-se dispor de diversos laminadores duo e trio, combinados em diversos tipos:

- a. O *laminador de guias* consiste de diversas gaiolas arranjadas em trem de laminação e possui guias metálicas que posicionam a peça quando de sua passagem pelas ranhuras do laminador.
- b. O *laminador de voltear* (belga) consiste num conjunto de gaiolas dispostas paralelamente, ou em linha lateral, de modo a obrigar a barra, ao passar de uma gaiola a outra, a formar uma volta em arco.
- c. O *laminador zigue-zague* contém um conjunto de gaiolas dispostas de forma a se adaptar à necessidade de movimentação de uma peça que não permite, pela dimensão de sua secção transversal, a formação de uma volta em arco.
- d. O *laminador contínuo* é constituído de diversas gaiolas dispostas em série, de forma que os cilindros das gaiolas subseqüentes giram a velocidades proporcionalmente maiores para evitar acúmulo de material entre uma e outra gaiola. Este tipo de laminador é comumente empregado para o trabalho com vergalhões, barras, tiras e chapas.
- e. O *laminador semi-contínuo* é formado também com uma gaiola reversível para laminação de desbaste, que processa a peça antes dela entrar na instalação de laminação contínua. O laminador misto é aquele no qual a maior parte da redução (inclusive o desbaste) é realizada num laminador contínuo e a conformação final num laminador de guias ou belga.
- f. O *laminador universal* é formado por um conjunto de cilindros horizontais e outro vertical, e se destina à produção de placas que necessitam ter também as bordas laminadas.
- g. O *laminador contínuo* de tarugos consiste de uma série de gaiolas de cilindros horizontais, colocadas umas após as outras, de forma que a peça passa a ser trabalhada ao mesmo tempo em diversas gaiolas; os cilindros de cada gaiola subseqüente giram a uma velocidade maior que da gaiola anterior. O trem de laminação Garret para vergalhões consiste de um laminador de desbaste (trem de voltear com três gaiolas ou duas ou mais gaiolas em série) seguido de dois trens, de quatro ou cinco gaiolas cada um, colocados em paralelo ao primeiro.
- h. O *laminador planetário Sendzimir*, constituídos de alguns cilindros apoiados uns nos outros, foi desenvolvido para reduzir a quente, ou a frio, uma placa, ou uma chapa em bobina, em uma única passagem.

i. O *laminador de tubos sem costura* pode ser um laminador-mandrilador de diversos tipos. A fabricação de tubos com costura se dá a partir de tiras laminadas que são posteriormente conformadas em rolos e soldadas.

2.4 CILINDROS DE LAMINAÇÃO

Os cilindros de laminação são a principal parte de um laminador, pois promovem diretamente a conformação da peça atuando como ferramentas de fabricação.

Analisando um cilindro, podem-se distinguir nele três partes básicas (Figura 2.2):

- a) corpo onde ocorre o processo de laminação da peça
- b) pescoço onde o peso do cilindro e a carga de laminação devem ser suportados, e
- c) trevo onde ocorre o acoplamento com o eixo motor através de uma manga de engate.

Os cilindros com superfícies cilíndricas (geratriz reta) são utilizados para a laminação de placas e chapas; os cilindros com ranhuras ou passagens, que são aberturas formadas na superfície, destinam-se à laminação de perfis e barras.

As seguintes recomendações podem ser feitas para um projeto eficiente de um cilindro:

- A redução por passe deve se adequar aos diâmetros dos cilindros e à capacidade da instalação do tratamento térmico, de forma a reduzir as fraturas de cilindro e a potência necessária do laminador.
- 2) As passagens devem ter suficiente inclinação lateral nas diversas partes para se adaptarem ao gabarito do perfil da peça (este deve ser elaborado com tolerâncias estreitas e considerando a contração devido ao resfriamento).
- 3) As secções transversais ao longo da peça devem resultar as mais uniformes possíveis.
- 4) A quantidade de metal laminado por cilindro é um fator de custo importante e o desgaste dos cilindros deve ser minimizado; o custo de fabricação do cilindro será menor se for menor o número de passes necessários à condução do processo de laminação.
- 5) Tanto as deformações da peça na direção longitudinal como as na direção transversal devem ser consideradas; materiais laminados diferentes apresentam espalhamentos laterais diferentes.
- 6) Uma velocidade de laminação elevada restringe o espalhamento lateral e a intensidade de redução.
- 7) Uma temperatura de trabalho maior permite uma maior intensidade de redução.

8) Um diâmetro maior de cilindro permite uma maior intensidade de redução, sem fratura de cilindro, e uma mais facilidade de entrada da peça com uma área de contato maior; contudo exige uma maior potência motora para provocar maior espalhamento e reduzir a deformação na direção da laminação.

Os cilindros de laminação primária (de blocos e placas) têm como principal requisito a resistência mecânica, pois são submetidos, na laminação de grandes massas com elevadas reduções, a pressões elevadas e choques intensos, que se associam à solicitação térmica transmitida à superfície. Essa solicitação térmica pode provocar a formação de fissuras superficiais que têm a possibilidade de se expandirem com os choques mecânicos e provocarem a fratura dos cilindros. Nesses casos os cilindros são comumente constituídos de aço-liga e fabricados por fundição, com tratamentos térmicos posteriores de recozimento, têmpera e revenido. Mas de um modo geral, da laminação primária à de acabamento, os diâmetros dos cilindros diminuem e a durezas dos materiais constituintes se elevam.

2.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE LAMINAÇÃO

A seqüência de fabricação numa usina de laminação é complexa e diversificada. A descrição resumida dos processos de laminação será apresentada para alguns dos produtos típicos em aço.

- a) blocos e placas laminados a quente,
- b) chapas finas laminadas a quente,
- c) chapas finas laminadas a frio.

2.5.1 Laminação a quente de blocos e placas

Os lingotes aquecidos podem ser laminados, para a obtenção de blocos e placas e de produtos acabados, em uma instalação de laminação constituída de diversos (até vinte) conjuntos laminadores (trens de laminação) em operação contínua sem reaquecimento.

O mais freqüente é o processamento do lingote para a obtenção de blocos e placas que serão, posteriormente laminados, resfriados e armazenados. Essa fase do processo pode ser genericamente denominada de "laminação primária".

A laminação primária tem dois objetivos básicos que são:

- a) A conversão do lingote fundido em produtos laminados;
- b) A obtenção de produtos laminados na forma de peças, com dimensões e massas especificadas.

Uma sequência de operações típicas para a laminação primária, constituída de tratamentos térmicos e mecânicos e operações auxiliares, consiste de:

1) Aquecimento dos lingotes

É realizado para tornar o material suficientemente plástico para a operação de laminação com reduções grandes de secções. Essa operação é conduzida em forno-poço de encharcamento a combustível (forno profundo, para uniformização da temperatura) com controle da temperatura, do tempo de permanência e das condições de combustão. As temperaturas e os tempos de tratamento dependem na natureza dos materiais ferrosos a serem laminados. Para evitar o aparecimento de tensões internas, devido a um acentuado gradiente de temperatura, deve-se executar do aquecimento em diversos patamares crescentes de temperatura.

2) Laminação a quente dos lingotes

É conduzida para transformar a estrutura cristalina grosseira (bruta de fusão) dos lingotes em uma estrutura de grãos finos por meio da deformação plástica intensa e recristalização subseqüente. Além disso, a laminação a quente provoca o caldeamento dos vazios internos decorrentes do processo de solidificação do lingote. Na seqüência do processamento, são retiradas por corte as partes do lingote que apresentam heterogeneidades físicas e químicas. O resfriamento dos lingotes laminados é realizado até a temperatura ambiente, quando for o caso, para um posterior reaquecimento e laminação. Atinge-se, com isso, o primeiro objetivo básico da laminação primária. O segundo objetivo é atingido na continuidade do processamento, com a laminação a quente em cilindros de perfis adaptados à forma dos produtos desejados e ao corte das peças laminadas nas dimensões e pesos especificados.

A operação principal numa instalação de laminação primária é a gradual compressão do lingote entre dois cilindros laminadores, em diversos passes com distâncias decrescentes entre os cilindros. A seqüência dos passes é estabelecida em função da natureza do metal e economia do processo (Figura 2.5). O projeto da instalação de laminação, por sua vez, é dependente dos seguintes fatores: força de laminação, peso e tamanho das peças, movimentação do material, tempo de operação e produção por unidade de tempo. Em decorrência disso, podem ser encontradas em operação diversas combinações de equipamentos de laminação e tipos de laminadores.

2.5.2 Laminação a quente de chapas finas

A laminação a quente de chapas é comumente conduzida numa instalação de laminação contínua, isto é, numa disposição em série de um conjunto de equipamentos de laminação. Uma seqüência típica de processamento inicia-se com as chapas grossas, provenientes da laminação a quente das placas, sendo aquecidas em dois ou mais fornos contínuos de reaquecimento. A seguir, passam pelos equipamentos: laminador quebrador de carepa (uma gaiola duo), laminador transversal (uma gaiola quadruo), redutor (espremedor) de chapas grossas, tesoura de corte de chapa a quente, conjunto de laminadores (uma gaiola duo e duas quadruo) de desbaste, tesoura de corte das extremidades, laminador-quebrador de carepa, laminador de tiras a quente (seis gaiolas quadruo) de acabamento e bobinadeiras. A movimentação das chapas do forno de reaquecimento para gaiolas é feita com auxílio de mesa transportadora de rolos. O laminador transversal é utilizado para alargar a chapa, e permitir, desse modo, a laminação de chapas de largura maior; antes dessa gaiola, coloca-se uma mesa transportadora giratória para posicionar a placa a 90°. Um redutor lateral e uma tesoura conferem à chapa a dimensão necessária às

operações seguintes de desbaste. Entre os laminadores de desbaste e de acabamento se coloca uma mesa de espera. Precedendo o trem de acabamento, coloca-se uma tesoura para corte das extremidades e um laminador quebrador de carepa. Após os laminadores desse último tipo, instala-se um jato de água de alta pressão para remoção da carepa (casca de óxidos). Uma longa mesa de saída situa-se após a laminação de acabamento e, ao final da mesa, encontra-se uma bobinadeira ou, se for especificado um produto de menor comprimento, instala-se então uma tesoura volante.

Essa instalação de laminação a quente contínua, com trens de laminação, de desbaste e de acabamento, apresenta elevada produtividade com uma utilização elevada da capacidade de laminação associada a um mínimo de perda de energia. No entanto, falta a esse sistema flexibilidade para adaptação a diferentes tipos de produto, além de apresentar elevados custos de investimento. Desse modo, outros conjuntos de equipamentos podem ser concebidos, como por exemplo, um laminador de desbaste reversível associado a um trem de laminação de acabamento contínuo, ou ainda um laminador de desbaste reversível (ou trem de laminação de desbaste contínuo) associado a um laminador de acabamento reversível. Essas disposições exigem modificações nos equipamentos de aquecimento que necessitam, dependendo do caso, de fornos para reaquecimento ou fornos de aquecimento nas bobinadeiras.

A presença de óxidos superficiais na chapa laminada a quente é uma característica do produto e, quando a chapa tiver que sofrer processamentos posteriores, há necessidade de sua remoção. Exemplos são os casos de estampagem (os óxidos reduzem a vida da ferramenta e causam defeitos superficiais na peça estampada), os de revestimento superficial (os óxidos impedem a aderência de revestimentos metálicos ou de tintas) e os de laminação a frio (os óxidos causam defeitos superficiais). O principal processo de remoção de óxidos superficiais é a decapagem, que consiste na imersão da peça num banho de solução de ácidos inorgânicos (clorídrico, sulfúrico) em água durante um determinado tempo - esses banhos podem conter ainda agentes inibidores e umectantes. As instalações para esse processamento podem ser dos tipos: decapagem por lotes, decapagem semicontínua e decapagem contínua. Para completar o tratamento superficial, as chapas são comumente oleadas para efeito de proteção contra a corrosão até sua utilização.

Outras operações, que dependendo das especificações podem ser aplicadas aos produtos da laminação a quente, são:

- a) Laminação de acabamento e de encruamento superficial, com a finalidade de melhorar a planicidade da chapa e o acabamento superficial (redução de rugosidade) e alterar as propriedades mecânicas;
- b) Aplainamento por rolos ou por estiramento, para elevar substancialmente a planicidade da chapa (**Figura 2.6**).
- c) Corte com facas circulares ou cilindros para reduzir largura da chapa;
- d) Tratamento térmico de normalização ou de recozimento contínuos em fornos com rolos transportadores.



Figura 2.6 - Aplainamento por rolos ou por estiramento em máquina hidráulica em chapas metálicas

2.5.3 Laminação a frio de chapas finas

Praticamente quase toda a chapa de aço carbono laminada a frio é obtida a partir de chapas semi-acabadas laminadas a quente. O processamento desse produto ocorre em dois estágios: redução da espessura na dimensão (bitola) especificada e operações de acabamento.

A laminação a frio, além de reduzir a espessura da chapa, cria nesse produto um acabamento superficial elevado (pequena rugosidade) e confere melhores propriedades mecânicas ao material laminado. A redução da espessura inicial é de 25 a 90%; o acabamento final é obtido na operação de laminação de encruamento, precedida do tratamento superficial de limpeza e do tratamento térmico de recozimento ou normalização, em que a redução de espessura é da ordem de 1 a 2%.

A seqüência típica de operações é a seguir descrita. Após a laminação a quente, as chapas semiacabadas na forma de bobinas são desenroladas, decapadas em instalação de processamento contínuo, secadas, oleadas e enroladas novamente. O óleo protege as chapas da corrosão e atua como lubrificante na operação de laminação a frio.

A laminação a frio pode ser conduzida num laminador quádruo reversível simples, onde o produto é movimentado para frente e para trás, entre os cilindros de trabalho, até que a espessura especificada é atingida. No processo conduzido num trem de laminação contínuo, com três a seis gaiolas de laminadores quádruo, cada laminador promove uma determinada redução de espessura. As velocidades dos cilindros das diversas gaiolas são sincronizadas de modo a manter a chapa sob tensão desde o carretel da bobina de alimentação, passando pelas diversas gaiolas, até o carretel de rebobinação.

Na laminação a frio não ocorre a formação de cascas de óxido como na laminação a quente, as pressões e forças motoras, contudo, são muito maiores para a mesma redução de espessura. As resultantes das forças de compressão entre os cilindros e das forças de tração entre as bobinas e as gaiolas devem provocar a deformação plástica da chapa. Os níveis dessas forças crescem à medida que a peça passa pelas diversas gaiolas, devido ao encruamento do material. A programação de redução em cada estágio deve ser estabelecida de modo que as cargas nos laminadores sejam uniformemente distribuídas e aproveite a capacidade de cada estágio, capacidade esta que depende de diversos fatores: projeto do laminador, potência disponível, largura e redução da chapa, condições de lubrificação, resistência do material, planicidade da chapa, acabamento das superfícies da chapa e dos cilindros e diâmetros dos cilindros. Em geral, no último estágio de

redução procede-se a uma pequena deformação plástica para conferir ao produto melhor acabamento, planicidade e tolerância dimensional na espessura. Num trem de laminação com laminadores quádruos, comumente promove-se a redução de 25 a 45% em cada estágio inicial e intermediário e cerca de 10 a 30% no estágio final; a redução total, dependendo do produto, pode variar de 45 a 90%. Essa redução provoca a elevação da temperatura da peça e dos cilindros. Os níveis de temperatura na peça (materiais ferrosos) são da ordem de 65 a 120°C, mas, nos trens de alta velocidade, podem atingir valores da ordem de 200°C. O calor gerado é dissipado com auxílio de um jato de mistura de óleo ou óleo solúvel-água dirigido diretamente às superfícies dos cilindros e das chapas, para manter as temperaturas nesses níveis máximos indicados.

A disposição mais comum de cilindros na gaiola é aquela do laminador tipo quádruo: os cilindros de trabalho são de diâmetros menores (para reduzir a pressão de laminação) e os cilindros de apoio impedem a flexão dos cilindros de trabalho. Esse laminador é usado nas instalações com uma única unidade ou em trens de laminação. Outros tipos de arranjos de cilindros, contudo, são encontrados, utilizando mais de dois cilindros de apoio para cada cilindro de trabalho de diâmetro menor. Os laminadores duos reversíveis ou trens, porém, também são empregados.

Na produção de chapas de aço laminadas a frio as bobinas são em geral aparadas lateralmente na mesma linha contínua de decapagem antes da laminação a frio e, após a laminação, elas são conduzidas diretamente à instalação de tratamento térmico de recozimento para, em seguida, sofrerem a laminação de acabamento com encruamento.

A maior parte dos produtos sai na forma de bobinas. Quando são especificadas peças na forma de fardo de chapas, procede-se ao corte em linha contínua de tesoura. Para as bobinas que serão utilizadas nas linhas contínuas de estanhagem ou galvanização, são aplicados os tratamentos de limpeza superficial para remoção dos resíduos de óleo que sofreram decomposição no processo de recozimento.

Em geral as chapas laminadas são submetidas ao tratamento de recozimento ou normalização, para recuperar a ductilidade e controlar as propriedades mecânicas de acordo com as especificações. O tratamento pode ser conduzido em dois tipos básicos de instalações: fornos de tratamento intermitente (de fornadas individuais) e fornos de tratamento contínuo. No primeiro caso, uma bobina estacionária é envolta pela cobertura do forno e é submetida ao ciclo completo de tratamento térmico, com variação de temperatura e tempo de permanência e com controle da atmosfera do forno. No segundo caso, a bobina desenrolada passa pelo forno em velocidade controlada sendo submetidas a diversas temperaturas, correspondentes ao ciclo de tratamento, distribuído ao longo do forno com atmosfera controlada. O recozimento é, na maioria das vezes, conduzido em fornos intermitentes em caixa. Quando não é possível obter a qualidade desejada nesse tratamento, realiza-se então a normalização. Tanto a normalização como o recozimento podem ser conduzidos em fornos contínuos; a relação do tipo de instalação e do ciclo de tratamento térmico depende da composição, da microestrutura e das propriedades mecânicas do material inicial e da especificação do produto final.

Para alguns produtos é necessário elevar a resistência, a planeza e o acabamento superficial, e isso é obtido na laminação de acabamento com encruamento. O processamento pode se dar para chapas individuais ou para bobinas. Os laminadores são do tipo duo ou quádruo montados em uma gaiola única, e, no caso de processamento de bobinas para níveis de resistência mais

elevados, utiliza-se um trem de laminação com duas gaiolas com a disposição de cilindros duo. O acabamento superficial dos produtos é controlado pelo acabamento superficial com que os cilindros são fabricados, podendo variar de superfícies brilhantes na peça, obtidas com cilindros polidos, a superfícies foscas, que decorrem do uso de cilindros que sofreram tratamento superficial com jato de areia. A redução é pequena e depende do grau de ductilidade especificado para a chapa; por exemplo, para o caso de chapas de aço para estampagem profunda, a redução é da ordem de 0,25 a 1% (que é suficiente para eliminar as linhas de distensão que podem surgir no produto estampado). Em outras aplicações, onde a exigência de ductilidade é menor, a redução pode atingir valores de 1 a 1,5%.

Como a maior parte dos produtos da laminação a frio é comercializada na forma de bobinas, não se utiliza muito da operação de corte de chapas. Contudo, quando é necessário o corte transversal, este é conduzido comumente com tesouras volantes dos tipos com guilhotina ou com facas montadas em cilindros. O corte lateral é freqüentemente realizado no final da linha de decapagem, e o produto não precisa, após a laminação, ser novamente aparado lateralmente. Quando isto é necessário, são utilizadas facas circulares, montadas em árvores, que operam de forma contínua.

2.5.4 Controle do processo de laminação

O controle do processo de laminação, e o controle da qualidade da matéria-prima e dos produtos da laminação são importantes procedimentos para garantir a eficiência operacional da instalação fabril de laminação.

O controle da qualidade se inicia com a atividade de inspeção e análise do metal fundido antes do lingotamento convencional ou contínuo. Dependendo do tipo de produto final a composição química do aço é controlada, para estar de acordo com as especificações, realizando-se análises químicas de amostras de metal líquido retiradas da panela de corrida, conduzidas por métodos convencionais ou espectrográficos. Outros ensaios que podem ser realizados, em corpos-de-prova retirados dos lingotes, são: análise macro e micrográfica, análise de fratura, determinação do tamanho do grão, determinação da temperabilidade e ensaios mecânicos.

Após o controle da matéria-prima, na forma de lingote, procede-se ao controle do processo de aquecimento. Verifica-se inicialmente a temperatura superficial do lingote (solidificado, mas ainda aquecido), antes de colocá-lo no forno-poço, para evitar a possibilidade de um choque térmico, pela diferença entre essa temperatura e aquela do forno - as temperaturas do forno e da chama do maçarico são controladas com auxílio de instrumentação.

Na laminação a quente é importante o controle das temperaturas da peça antes e após o processamento, bem como o controle da programação de passes. Em geral, na laminação devem ser verificados, com instrumentação específica, os seguintes parâmetros do processo: posicionamento dos cilindros em função das dimensões do produto laminado em cada passe, condição das ranhuras dos cilindros, pressão de laminação (com auxílio de células de carga) e torque de laminação.

As linhas de laminação contínua apresentam comumente um alto grau de automação, o que permite a operação em elevados níveis de velocidade de trabalho, particularmente no caso de laminação a frio de chapas de aço. Em face da elevada velocidade, os instrumentos de medição da

espessura da chapa devem operar sem manter contato com a sua superfície da chapa, o que é obtido com o emprego de aparelhos de ensaios não destrutivos apoiados no princípio da radiação penetrante (no caso, raios 🛛 ou raios 🖓 de isótopos radioativos). Dessa forma pode-se controlar automaticamente a posição dos cilindros e a tensão de tração aplicada às chapas.

Durante o processo de laminação retiram-se comumente amostras para determinar a qualidade do produto e, em particular, para verificar as condições da superfície ao final do processo. A qualidade do produto é confrontada com a qualidade especificada, realizando-se ensaios químicos, metalográficos, mecânicos e dimensionais.

2.5.5 Projeto dos passes de laminação

Os produtos planos são laminados em cilindros com geratriz aproximadamente reta, ou seja, ligeiramente côncava ou convexa para compensar a deformação elástica. A redução de secção é uniforme ao longo da largura da peça e o espalhamento dessa direção é livre.

A seqüência de passes, portanto, é projetada para a redução da espessura de acordo com as características de confiabilidade do material (no nível de temperatura de trabalho), a capacidade do laminador e as especificações do produto final.

O projeto da seqüência de passes para os produtos não-planos também é função desses fatores e, ainda mais, de uma seqüência de modificação de formas da secção transversal dos produtos. Nesse caso, os cilindros de laminação apresentam um perfil com diversas ranhuras ou passagens, as quais se adaptam à seqüência de formas a que a peça em processamento deve ser submetida para atingir a forma final sem apresentar defeitos.

Os passes iniciais e intermediários, realizados unicamente com o objetivo de redução de secção, são denominados passes de desbaste. A seqüência de passes para a obtenção de um determinado perfil pode ser estabelecida através de diferentes combinações de secções. As seqüências de desbastes podem ser com séries retangulares, losangulares, quadradas e ovais (**Figura 2.7**).

Os produtos não-planos, fabricados a partir de blocos, são os perfis estruturais (na forma de I, T, L, C, etc.) e os trilhos (trilhos convencionais, trilhos para pontes rolantes, etc.). Os produtos não-planos, obtidos a partir de tarugos, são as barras (de secção redonda, quadrada, hexagonal, etc.), as barras para trefilação (fio-máquina) e os tubos sem costura.



Figura 2.7 - Tipos de secções para passes de desbaste de perfis

2.6 PRODUTOS LAMINADOS

2.6.1 Classificação dos produtos laminados

A classificação dos produtos laminados é realizada em função das suas formas e dimensões e de acordo com as normas técnicas tradicionalmente estabelecidas. Essas normas apresentam diferenças nas indicações entre si e quando se trata de produtos siderúrgicos ou de produtos de metais não-ferrosos. (Verificar a Norma da ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas sobre Definição dos Produtos Siderúrgicos Laminados)

Os produtos laminados podem ser inicialmente classificados em: produtos semi-acabados e produtos acabados. Os produtos semi-acabados são os blocos, as placas e os tarugos (ou palanquilhas). Os produtos acabados, por sua vez, se subdividem em dois grupos: produtos nãoplanos e produtos planos. Os passes finais são chamados de passes de acabamento e se distinguem dos primeiros quanto ao projeto, que deve levar em consideração o coeficiente de expansão térmica do material trabalhado e as tolerâncias dimensionais da secção.

Os produtos planos, provenientes do processamento de placas, são as chapas grossas, as chapas e tiras laminadas a quente, as chapas e tiras laminadas a frio, as fitas e tiras para a fabricação de tubos com costura e as folhas. As chapas laminadas- a frio podem ainda se apresentar na forma de chapas revestidas (chapas zincadas, estanhadas, chumbadas, cromadas e pintadas).
2.6.2 Defeitos típicos dos produtos laminados

Os defeitos típicos dos produtos laminados podem ser analisados de acordo com os tipos de produtos: semi-acabados e acabados

2.6.2.1 Defeitos em produtos semi-acabados

Os defeitos de forma na laminação de blocos mais comuns e as causas prováveis são as seguintes

- (a) *blocos losangulares* desalinhamento das ranhuras dos cilindros, aquecimento desuniforme do lingote, laminação numa passagem maior do que a secção do bloco contido, laminação de esquadriar com uma relação de lados > 1,5;
- (b) e (c) *blocos com colarinhos* desalinhamentos de ranhuras e penetração da peça lateral da ranhura.
- (c) *blocos com nervuras* alteração do programa de desbaste, inclinação insuficiente dos lados das ranhuras.
- (d) *blocos torcidos* desalinhamento das passagens, cilindros não paralelos, penetração da peça na lateral, aquecimento desuniforme.
- (e) *blocos cambados* diferença de folgas entre as extremidades laterais da ranhura do cilindro;
- (f) blocos bojudos paredes das ranhuras excessivamente gastas.
- Os tarugos podem apresentar defeitos semelhantes aos blocos cujas causas também são aproximadamente as mesmas, ou seja:
- (h) tarugos com uma nervura lateral guias de entrada assimétricas em relação ao eixo vertical da passagem;
- (i) tarugos com duas nervuras laterais excesso de metal entrando no espaço entre os cilindros;
- (j) *tarugos com colarinhos* desalinhamento das ranhuras, rotação insuficiente da peça antes de entrar na passagem;
- (k) *tarugos com cantos incompletos -* falta de metal entrando na passagem;
- (l) *tarugos retangulares (ao invés de quadrados)* desalinhamento de ranhuras;
- (m) *tarugos bojudos* paredes das ranhuras excessivamente gastas.

Além dos defeitos de forma na secção transversal, ou na dimensão longitudinal, podem surgir os defeitos de superfície tanto nos blocos e tarugos como nas placas. São defeitos tais como trincas comuns, trincas capilares, fissuras e descontinuidades, que têm sua origem nos defeitos dos lingotes (como trincas, bolhas de gás, gota fria, fissuras superficiais, inclusões de escória e outros) e no descontrole dos processos de tratamento térmico e de laminação.

As trincas comuns são, muitas vezes, descontinuidades muito maiores do que as trincas de dimensão capilar. Essas últimas, quando surgem, são numerosas e se alinham à direção de laminação. As trincas capilares têm a sua origem em bolhas e inclusões subsuperficiais no lingote que, com o aquecimento e deformação, afloram na superfície. As fissuras tendem a se alinhar na direção transversal podendo se transformar, com o processamento, em descontinuidades grandes. Têm sua principal origem nos tratamentos de resfriamentos desuniformes e excessivamente rápidos. Podem ainda surgir outros defeitos superficiais, tais como: superposição devido à laminação sobreposta de uma nervura e marcas ou riscos causados pelos defeitos superficiais dos cilindros.

Os defeitos internos e externos mais comuns são:

- (a) trincas externas formadas no momento do resfriamento ou em alguns dias posteriores apresentam-se comumente como linhas intermitentes na direção de laminação e às vezes podem até mesmo penetrar o centro da peça;
- (b) *trincas internas (escamas)* formam-se no momento do resfriamento e se apresentam como diversas descontinuidades que se espalham por toda a secção da peça.

2.6.2.1 Defeitos em produtos acabados

No caso de produtos acabados na forma de perfis, os defeitos mais comuns são os erros de forma como: falta de material, formação de nervuras, desencontro das duas metades da secção, abaulamento, flambagem e retorcimento. Esses defeitos decorrem do descontrole no ajuste e posicionamento dos cilindros de laminação e das guias auxiliares e, ainda, do projeto errado da seqüência de passes e de ciclos de aquecimento e resfriamento. Além dos defeitos de forma, podem estar presentes também defeitos de superfície como superposições, costuras, rugas, marcas, riscos e escamas. Esses podem ter origem no ajuste, posicionamento e acabamento superficial dos cilindros e das guias, na presença de cascas de óxidos e na seqüência de passes. As condições de esfriamento após a laminação podem conduzir à formação de trincas externas e internas (escamas) nos perfis e o controle dos ciclos de aquecimento e resfriamento permite evitar os defeitos de natureza microestrutural, corno o excessivo crescimento de grãos, precipitação de fases e perda de componentes da liga. No caso de aços esses dois últimos defeitos correspondem, respectivamente, à precipitação de carbonetos em contornos de grão e à descarbonetação.

As chapas laminadas a quente podem apresentar problemas de qualidade quanto a dimensões, forma (ondulações, abaulamento, etc.), aparência superficial (defeitos superficiais) e propriedades mecânicas. As variações de espessura podem se dar ao longo da largura e do comprimento da bobina. As variações ao longo da largura são freqüentemente causadas pelo desgaste excessivo dos cilindros, em condições de operação com grandes reduções e temperaturas finais baixas. Por sua vez as variações ao longo do comprimento têm como principal causa o aquecimento desuniforme da placa inicial e o resfriamento desuniforme durante a laminação. Os defeitos superficiais mais comuns são originados pela presença de cascas de óxidos e pelo acabamento superficial dos cilindros. As propriedades mecânicas devem ser controladas pelas temperaturas de aquecimento, de laminação e de bobinamento e pelas velocidades de resfriamento.

Os principais defeitos de forma e suas causas, encontrados nos produtos planos laminados a frio são:

- a) encurvamento surge como resultado de uma condição de assimetria na passagem que decorre das posições, diâmetros, condições superficiais e velocidades dos cilindros de trabalho;
- b) *arco transversal* decorre da presença de tensões internas e pode atingir, total ou parcialmente, a largura da chapa; a sua origem é atribuída à flexão dos cilindros de trabalhos de forma diferenciada, que cria níveis de deformação plástica diferentes em cada lado da chapa;
- c) retorcimento é conseqüência de tensões internas atuando na direção intermediária entre a direção de laminação e a direção transversal à laminação; a causa provável é o desalinhamento dos cilindros de trabalho entre si e em relação ao rolo tensor na saída do laminador.
- d) *cambamento* é uma curvatura lateral em grande arco e resulta da laminação da tira com as laterais mais finas num laminador com a distância entre os cilindros constantes, ou com uma tira de espessura uniforme mas num laminador com essa distância não uniforme.
- e) Defeitos devido à laminação excessiva causada pelo abaulamento do cilindro no centro ou nas extremidades (laterais alongadas, centro alongado, espinha de peixe, ondulação a um quarto) que cria tensões internas de tração e compressão ao longo da direção transversal da tira.
- Os defeitos de superfície dos produtos planos são de diversos tipos como:
- a) *cascas* material escamoso sobreposto e irregular contendo inclusões não-metálicas ou de óxidos;
- b) *carepas* pequenas descontinuidades que aparecem como numerosas cascas na direção da laminação;
- c) costuras riscos paralelos à direção de laminação;
- d) *orificios* descontinuidades pequenas ou grandes atingindo os dois lados da chapa;
- e) marcas de cilindros elevações e depressões de diversas formas;
- f) linhas de distensão riscos paralelos entre si e posicionados a 45° com a direção de deformação;
- g) *casca de laranja* rugosidade superficial com a aparência da denominação;
- h) ferrugem resíduos de produtos de corrosão.

Alguns desses defeitos são provenientes da fundição (como as cascas), da laminação (como as marcas de cilindros), da composição (como as linhas de distensão), do tratamento térmico (como a casca de laranja) e do armazenamento (como ferrugens).

2.6.3 Propriedades de produtos laminados

As propriedades mecânicas, metalúrgicas e geométricas dos produtos laminados dependem da composição química da matéria-prima, do processo de laminação a quente e a frio e da forma do produto. Diversos parâmetros de qualidade devem ser controlados durante o processamento para se atingir as propriedades especificadas, ou seja: a sanidade interna, a uniformidade da composição química, a ausência de defeitos superficiais e a uniformidade microestrutural da matéria-prima (lingote). As propriedades mecânicas e geométricas são condicionadas pelos parâmetros de processamento (temperaturas e tempos de aquecimento e resfriamento associados às intensidades de deformação plástica).

Muitos dos tipos de produtos têm as suas propriedades especificadas - em função da aplicação - em normas nacionais e internacionais. (Verificar a Norma da ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas sobre Chapas Finas a Quente de Aço-Carbono para Estampagem).

No caso de chapas laminadas a frio para estampagem, são indicados os graus EM (estampagem média), EP (estampagem profunda) e EEP (estampagem extra-profunda resistente ao envelhecimento). A norma especifica: as condições de superfície e de acabamento, com existência ou não de proteção com óleo; a apresentação de bordas aparadas ou não-aparadas; a quantidade e a natureza de defeitos superficiais; a intensidade da rugosidade, classificando o acabamento em brilhante, fosco e áspero; as composições químicas dos aços dos diferentes graus, indicando os teores máximos de elementos presentes; as propriedades mecânicas, indicando a sua manutenção após a entrega do material por quinze dias para os graus EM e EP e seis meses para o grau EEP (devido ao envelhecimento) e a possibilidade de soldagem e de revestimento posterior.

No caso de chapas laminadas a quente para estampagem, são indicados os mesmos graus EM e EP, e ainda o grau EPA (estampagem profunda, aço acalmado). São também especificados os mesmos itens que no caso anterior, podendo-se destacar os seguintes aspectos particulares: as qualidades da superfície são indicadas em apenas duas categorias, ao invés das três correspondentes às chapas laminadas a frio, e as propriedades mecânicas são garantidas, a partir da data do fornecimento, por quinze dias para os graus EM e EP e dois meses para o grau EPA.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (ALTAN, 1983, 1999; McGANNON (ed.), 1971; POLUKHIN, 1963; ROBERTS, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; WAGONER & CHENOT, 2005).

Extrusão

3.1 CONCEITOS INICIAIS DA EXTRUSÃO

A extrusão é um processo de conformação plástica que consiste em fazer passar um tarugo ou lingote (de secção circular), colocado dentro de um recipiente, pela abertura existente no meio de uma ferramenta, colocada na extremidade do recipiente, por meio da ação de compressão de um pistão acionado pneumática ou hidraulicamente (**Figura 3.1**). Os produtos da extrusão são perfis e tubos, e, particularmente, barras da secção circular





A passagem do tarugo pela ferramenta, com furo de secção menor do que a do tarugo, provoca a deformação plástica, mas sem efeito de encruamento, pois comumente o processo é conduzido a uma temperatura de trabalho acima da temperatura de recristalização do metal. Normalmente, portanto, o processo de extrusão é um processo de trabalho a quente e visa obter perfis metálicos com propriedades mecânicas controladas e de comprimento limitado pelo volume do lingote inicial. Como a estrutura metálica do produto da extrusão se encontra na condição recristalizada, é possível aplicar ao metal extrudado intensos trabalhos de deformação a frio adicionais como os de trefilação.

O lingote inicial é assim denominado por ser proveniente de um processo de fundição. Contudo, se a peça inicial, matéria-prima para a extrusão, for obtida do processo de laminação de barras de grande secção, é melhor ser designada como barra inicial ou tarugo. Como já foi citado, a extrusão também produz barras de menor diâmetro para serem trabalhadas pelo processo de trefilação. Para esse último processo, no entanto, a matéria-prima pode também ser proveniente do processo de laminação.

Para os metais não-ferrosos comuns, é usual a utilização, ao invés do processo de laminação, do processo de extrusão para a obtenção dos perfis de forma variada, apesar da limitação do comprimento do produto obtido. A extrusão, nesse caso, permite ainda obter um produto mais homogêneo, estrutural e dimensionalmente, e menos atacado por oxidação superficialmente. A primeira vantagem resulta da manutenção da temperatura de trabalho em níveis mais constantes e a segunda decorre do pequeno contato do tarugo, ou lingote, com o meio ambiente durante o processamento.

A extrusão apresenta também algumas desvantagens em relação à laminação, tais como custo maior de aquisição de equipamento, limitação de comprimento do perfil, velocidade de trabalho menor e maior desuniformidade de deformação ao final do processo.

3.2 MECÂNICA DA EXTRUSÃO

A extrusão é classificada como processo de compressão indireta, pois são as paredes internas da ferramenta que provocam, devido à reação à pressão do pistão, a ação de compressão sobre o tarugo.

O processo de extrusão, quanto ao tipo de movimento, do material, pode ser classificado em dois tipos: direto e inverso (**Figuras 3.1 e 3.2**). Apesar da extrusão inversa exigir menor esforço de deformação e permitir a obtenção de um produto mais homogêneo (não provocando, também, o aparecimento do defeito típico de final do processo, como pode ocorrer na extrusão direta), o primeiro tem uma utilização maior em face da maior simplicidade do equipamento, pois não exige um pistão oco (que tem uma resistência limitada a flambagem para grandes componentes). Na extrusão direta, o pistão age sobre o tarugo forçando a sua passagem pela ferramenta, colocada no lado oposto do recipiente, e provocando uma intensa ação de atrito entre o tarugo e o recipiente de extrusão. Na extrusão inversa, o pistão se mantém fixo, com a ferramenta colocada na sua extremidade, e o recipiente com o tarugo avança em sua direção, tornando inexistente o atrito entre o tarugo e o recipiente.

A redução do atrito no recipiente, quando do uso de extrusão direta, pode ser obtida com o uso de lubrificantes resistentes à temperatura elevada. O fluxo de saída do metal é, nesse caso, denominado "escoamento frontal". Esse processo pode, contudo provocar o aparecimento de defeitos, causados pelo atrito na superfície do produto, tais como bolhas e escamas - defeitos estes provenientes do desalinhamento entre o pistão e o recipiente, da distribuição deficiente do lubrificante, do desajuste entre o disco de pressão e o disco do recipiente e da superfície irregular do recipiente.



Figura 3.2 - Ilustração do processo de extrusão inversa

Para eliminar estes inconvenientes, utiliza-se o processo de extrusão direta sem lubrificante, mas com um disco de diâmetro menor que o do recipiente. Forma-se, neste caso, uma casca de metal não-extrudado e aderente ao recipiente, que deve ser retirada após ter sido completada a extrusão de um tarugo. Nesse processo o escoamento do núcleo do tarugo ocorre em primeiro lugar, pois a sua superfície fica refreada pelo intenso atrito com o recipiente, caracterizando assim um "escoamento central" com rotação das camadas frontais do tarugo. Parte da superfície frontal do tarugo fica bloqueada na região do recipiente, adjacente à ferramenta, e não é extrudada, devendo ser retirada depois de completado o processo. O escoamento da parte central do tarugo, sendo predominante, provoca na extremidade final do produto extrudado um defeito, caracterizado por um vazio interno, se não for deixado um resto ou resíduo de tarugo no recipiente.

3.3 MÁQUINA DE EXTRUSÃO

A máquina de extrusão é uma prensa hidráulica, comumente horizontal, de 1.000 a 8.000 t (10 a 80 kN), e que pode adotar o sistema de acionamento hidropneumático ou oleodinâmico.

A prensa de extrusão é essencialmente um conjunto cilindro-pistão hidráulico, em que o cilindro necessita de constante alimentação de líquido sob pressão para fazer movimentar o pistão. A alimentação do cilindro pode se dar com auxílio de uma bomba hidráulica, que mantém a velocidade do pistão necessária à extrusão, ou com o emprego de um acumulador de pressão. No primeiro caso, a alimentação e o acionamento são do tipo oleodinâmico e, no segundo caso, é do tipo hidropneumático.

Na alimentação oleodinâmica, o fluido (no caso, óleo hidráulico) é mantido no cilindro sob pressão constante, com auxílio de uma bomba de vazão regulável, em função da velocidade de extrusão, cujas principais características a serem consideradas são: a pressão máxima atingida e a velocidade de resposta ao comando da velocidade de alimentação. Na alimentação hidropneumática, adota-se um acumulador de pressão variável, que é um recipiente sob pressão, contendo um líquido (água com pequeno teor de óleo em emulsão para reduzir a ação corrosiva da água sobre o recipiente) pressionado por um gás (ar). A resposta que se obtém nesse sistema de acionamento é de elevada velocidade.

A máquina mais adequada à extrusão de metais não-ferrosos, que requerem uma velocidade de extrusão com pequena variação para não surgir defeitos nas peças extrudadas, é a que adota um sistema de acionamento e alimentação oleodinâmico com vazão regulável. A potência da bomba nesse sistema é substancialmente maior. Nas máquinas com acionamento hidropneumático, devido ao sistema de acumulador de pressão, a bomba poderá ser de potência menor, pois a pressão máxima não é necessária durante todo o ciclo de extrusão. Essas máquinas, no entanto, não podem ser aplicadas aos metais mais sensíveis às variações de velocidade de extrusão (como o alumínio e suas ligas).

Além do conjunto pistão-cilindro hidráulico, e do sistema acoplado de alimentação do fluido sob pressão, deve-se considerar ainda as seguintes partes básicas da máquina de extrusão: pistão de extrusão, recipiente e camisa, conjunto suporte da ferramenta (fieira) e estrutura (**Figura 3.3**).



Figura 3.3 - Esquema simplificado da máquina de extrudar.

O pistão de extrusão, solidário ao pistão do cilindro hidráulico, é o componente em que se concentra todo o esforço da máquina de extrusão, devendo, portanto ser fabricado em aço-liga resistente ao calor. Esse pistão é trocado por outros de dimensões diferentes (mais particularmente, de diâmetros diferentes), em função das dimensões dos tarugos e peças extrudadas.

O recipiente recebe o tarugo aquecido que deve ser extrudado sob ação do pistão de extrusão. Pode ser constituído de duas partes coaxiais, sendo que a parte interna, que entra em contato com o tarugo, denomina-se camisa interna do recipiente. A camisa sofre a ação dos esforços de compressão e de atrito em temperaturas elevadas, sendo, como decorrência, submetida a uma ação de desgaste constante. Devem ser tomados cuidados especiais na montagem das duas partes (que é feita a quente para permitir interferência a frio) para evitar o aparecimento de fissuras decorrentes dos níveis de tensão indevidamente elevados que podem surgir nessa montagem. Os materiais que constituem o recipiente e a camisa são aços-liga resistentes ao calor, pois tais componentes são mantidos constantemente a urna temperatura elevada por um sistema de aquecimento elétrico, necessário para proceder a operação de extrusão a quente do tarugo (o tarugo, que é previamente aquecido em fornos, tem a sua temperatura mantida no recipiente por esse sistema de aquecimento elétrico por resistência ou indução).

O conjunto suporte da fieira é constituído de diversos componentes com a finalidade de aumentar a resistência mecânica, posicionar e facilitar a troca da fieira. Como esses componentes não entram em contato direto com o metal aquecido, podem ser fabricados em aços-liga de custo menor que os aços-liga resistentes ao calor.

A estrutura da máquina é constituída, na prensa de extrusão horizontal comumente encontrada, de uma base para suporte de todos os componentes, exceto do sistema de alimentação que fica à parte da estrutura. Numa extremidade dessa base se apóia o conjunto do cilindro hidráulico e do pistão de extrusão; na outra extremidade se encontra, solidariamente, o recipiente, o conjunto suporte da fieira e a placa de apoio terminal, esta última acoplada ao conjunto do cilindro hidráulico por dois tirantes superiores.

A máquina de extrusão industrial é, na realidade, bem mais complexa, apresentando outros sistemas auxiliares e componentes complementares das partes descritas, tais como, por exemplo, cilindros hidráulicos de retrocesso do pistão, sistema de corte da barra extrudada e da retirada do resto do tarugo no recipiente, sistema de controle e comando dos conjuntos hidráulicos e do aquecimento do recipiente. São no entanto sistemas e componentes que conferem à máquina melhores condições de operação e mais produtividade, mas a natureza do princípio básico de funcionamento, acima descrito, não se altera.

Um equipamento complementar é o forno de aquecimento dos tarugos ou lingotes. Esses fornos podem ser de diversos tipos, de acordo com os sistemas de aquecimento por combustível ou elétrico. Os fornos devem ter a capacidade de aquecer uniformemente o tarugo (ou lingote), sem ou com pouca oxidação superficial. O forno que melhor atende às condições de aquecimento uniforme é o forno elétrico à indução magnética, que apresenta ainda a possibilidade de controle e leitura precisa da temperatura. A ausência de oxidação superficial é obtida com o uso de atmosfera controlada no forno de aquecimento.

3.4 FERRAMENTA DE EXTRUSÃO

As ferramentas para extrudar, ou fieiras, podem apresentar diversos tipos de perfis, sendo que a escolha deste depende do tipo do metal a ser trabalhado e da experiência acumulada em cada condição de trabalho. Como as reduções de secção são comumente acentuadas, porém os ângulos de abertura das ferramentas são grandes, atingindo normalmente o valor de 180°C. Da mesma forma que no caso da trefilação, também para a extrusão existe um ângulo ótimo de abertura da ferramenta (ou ângulo de trabalho). Esse ângulo, porém, é determinado com maior dificuldade no processo de extrusão, devido à notável influência das condições incertas de atrito existentes e criado pela movimentação do tarugo no recipiente de extrusão, pela elevada tensão de

compressão contra o recipiente e pelas condições superficiais e de lubrificação do tarugo e do recipiente.

As seguintes condições devem ser, contudo observadas no estabelecimento dos perfis:

- a) propriedades do metal a ser extrudado;
- b) tolerâncias de distorção no extrudado;
- c) níveis das tensões aplicadas;
- d) contração térmica no extrudado e
- e) escoamento uniforme e equilibrado do metal pela matriz.

3.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE EXTRUSÃO

As etapas do processo de extrusão não têm a mesma diversificação do processo de laminação.

3.5.1 Etapas do processo de extrusão

O lingote para extrusão apresenta uma superfície praticamente isenta de oxidação, devido à forma com que é produzido: a fundição do lingote se dá em coquilhas verticais que apenas permitem o contato do metal-líquido com o meio ambiente na parte superior, que é cortada após a solidificação.

O tarugo para extrusão, obtido do processo de laminação, apresentará uma superfície mais irregular, e com maior intensidade de oxidação, se o lingote inicial para o trabalho mecânico não tiver sido usinado por fresamento, para eliminar a oxidação. No processo de extrusão, porém, pode-se - e muitas vezes assim se faz - adotar um pistão de diâmetro inferior ao diâmetro do tarugo, de maneira que o pistão possa penetrar por dentro do tarugo deixando uma casca superficial contendo as irregularidades e os óxidos formados nos processos anteriores ou no aquecimento para a extrusão.

Da mesma forma que, após a extrusão do tarugo, retira-se a casca deixada no recipiente, devese também remover o fundo ou resíduo do tarugo (ou lingote) não-extrudado. Esse resto de tarugo (cerca de 12 % do comprimento) não é extrudado porque provoca um fluxo de metal irregular, que reduz a qualidade do produto: o defeito que surge no extrudado se manifesta na forma de um furo interno.

O tarugo (ou lingote) inicialmente é aquecido no forno (preferencialmente forno elétrico de indução, pela melhor qualidade obtida quanto à uniformidade de aquecimento) e rapidamente transportado para o recipiente, restringindo-se assim ao máximo o contato com o meio ambiente (para evitar uma oxidação superficial intensa). O tarugo é colocado num apoio diante do recipiente e o pistão é acionado de encontro ao tarugo, instalando-o no interior do recipiente. Entre o pistão e o tarugo coloca-se um disco metálico para evitar a soldagem do pistão no tarugo

em virtude das temperaturas e pressões elevadas. A presença do disco, de diâmetro próximo ou inferior ao da camisa (de acordo com a intenção de se deixar ou não formar uma casca), cria um motivo a mais para se deixar um resto de tarugo sem extrudar, que é o de se evitar que o disco atinja a ferramenta de extrudar.

Após o pistão ter completado o curso de extrusão, o recipiente se afasta para a retirada do disco e do resto de tarugo, que será cortado do extrudado, e o pistão, por sua vez, será recuado. Antes da colocação de um novo tarugo para extrusão, os resíduos de óxidos na camisa são removidos com auxílio de outro disco raspador acionado pelo pistão. Mesmo para prensas relativamente grandes (cerca de 2.000 t) o tempo (cerca de 60 s) para o ciclo completo de extrusão é pequeno.

3.5.2 Controle do processo de extrusão

Existe um número grande de fatores que exercem influência no processo de extrusão e a análise dessa influência é complexa em face dos efeitos de interação entre eles, das dificuldades teóricas de se isolarem os efeitos para análise e das dificuldades experimentais referentes à natureza do material metálico (que exige elevadas temperaturas e elevada tensão de trabalho e não permite, com facilidade, o acompanhamento da evolução do ciclo do processo).

As técnicas experimentais podem ser utilizadas em duas áreas de estudo do problema:

- a) Análise das propriedades mecânicas e características estruturais do material metálico, na forma de matéria-prima (lingote fundido ou tarugo laminado) e na forma de produto final (barra ou perfil extrudado);
- b) Análise das condições de processamento ligadas ao desempenho da máquina de extrusão e ao comportamento do material durante o processo de extrusão.

Na primeira área são aplicadas técnicas convencionais de ensaios mecânicos e de exame metalográfico, incluindo-se observação de defeitos provenientes da falta de homogeneidade e de continuidade do material, bem como a verificação de regularidades dimensionais. Determinam-se a composição química (elementos de liga e impurezas da matéria-prima), a estrutura metalográfica (tamanho e forma do grão, distribuição de fases e inclusões da matéria-prima e do produto extrudado), as propriedades mecânicas (de resistência e de ductilidade principalmente do produto extrudado), as dimensões (regularidade do diâmetro ao longo do extrudado, ovalização e variação deste, ou seja, a tolerância dimensional do diâmetro) e a presença de defeitos (porosidades, escamas, cascas de óxidos, inclusões e vazios internos na matéria-prima e no extrudado).

Para análise das condições de processamento é muito importante a observação da maneira como ocorre o fluxo ou escoamento do material no recipiente e através da ferramenta de extrusão. E para a análise das condições de operação da máquina são necessárias as medições da força ou pressão de extrusão, da velocidade de extrusão (regularidade de intensidade) e da temperatura do tarugo (ou lingote), do recipiente de extrusão e do perfil da ferramenta.



Figura 3.4 - Ciclo do processo de extrusão

As condições de operação dos tratamentos prévios também precisam ser controladas: na preparação da matéria-prima (por fundição ou laminação) no tratamento de recozimento (com controle de tempo, temperatura e atmosfera do forno de tratamento).

O objetivo da análise dos fatores de influência é encontrar as condições de trabalho mais favoráveis e que conduzem à obtenção de um produto de qualidade e custo especificados. De uma forma geral, procura-se obter as seguintes condições:

- a) matéria-prima de composição e estrutura homogênea e com propriedades mecânicas elevadas;
- b) temperatura de trabalho baixa para poupar energia, evitar o desgaste acentuado dos componentes da máquina (recipiente e ferramenta principalmente) e reduzir o ataque corrosivo do tarugo;
- c) pressão de trabalho baixa para poupar energia, reduzir a robustez e o custo de aquisição da máquina e evitar o desgaste acentuado dos componentes da mesma;
- d) velocidade de trabalho elevada para aumentar a produtividade e reduzir o resfriamento do tarugo no recipiente;
- e) extrudado de qualidade mecânica e metalúrgica suficientemente elevada para atender aos requisitos de uso especificados.

Contudo, como essas indicações para a operação apresentam aspectos contraditórios, deve-se procurar estabelecer condições para que os diferentes fatores de influência possam ser mantidos sob controle e em níveis ótimos de equilíbrio entre si.

3.6 PRODUTOS EXTRUDADOS

3.6.1 Classificação dos produtos extrudados

A classificação dos produtos extrudados é realizada de acordo com a forma de secção transversal. Então os produtos são: barras (redondas, quadradas, hexagonais, etc.), arames, tubos e perfis (ocos ou maciços) de formas diversas.

Os materiais metálicos mais comumente extrudados são o alumínio, o cobre e suas ligas, mas, outros metais não-ferrosos, de aplicação mais restrita, podem ser também extrudados. Tubos e barras de aço podem ser produzidos pelo processo de extrusão, mas isso ocorre de forma limitada pelas dificuldades operacionais. Esses materiais (aços-carbono, aços inoxidáveis e alguns aços-liga) exigem elevadas temperaturas e pressões de trabalho que criam dificuldades de lubrificação e, em conseqüência, impõem baixas velocidades de trabalho e pequenas reduções.

3.6.2 Defeitos típicos de produtos extrudados

Os defeitos que podem aparecer nos produtos extrudados, em função dos diversos fatores de influência referentes ao material, mas principalmente às condições de operação, são os seguintes:

- a) vazios internos na parte final do extrudado, decorrentes ao problema do modo de escoamento; uma velocidade de extrusão muito grande, principalmente ao final do processo, pode acentuar a presença do defeito;
- b) trincas de extrusão, de direção perpendicular à direção de extrusão, decorrentes de defeitos no lingote ou no tarugo, ao ser empregada uma temperatura de trabalho muito alta, associada ou não a uma velocidade elevada de extrusão;
- c) escamas superficiais, ocasionadas pela aderência de partículas de material duro na superfície das ferramentas, provenientes da ação de desgaste ou da quebra de camadas superficiais do recipiente de extrusão; esse defeito pode ser causado também pelo desalinhamento do pistão ou por excessiva temperatura de trabalho;
- d) riscos de extrusão, causados por irregularidades superficiais na ferramenta ou por resíduos de óxidos metálicos retidos em sua superfície;
- e) inclusão de partículas de material estranho, que são arrastadas longitudinalmente, dando uma aparência de manchas provocadas por raspagens;
- f) bolhas superficiais provenientes de gases retidos na fundição do lingote para extrusão ou no tratamento térmico de aquecimento para a mesma;
- g) marcas transversais provocadas pela parada da prensa e retomada do movimento;
- h) manchas e perda de cores, decorrentes da oxidação e contaminação superficial com substâncias estranhas ou provenientes do lubrificante.

Ainda podem ser encontrados defeitos provenientes da falta de homogeneidade estrutural, como granulação mais grosseira na superfície, ou segregações, provocadas pelos processos de preparação do lingote por fundição (ou tarugo por laminação) ou pela falta de uniformidade de temperatura através da secção transversal durante a extrusão.

3.6.3 Propriedades de produtos extrudados

A redução de área é um fator determinante da microestrutura do extrudado. Partindo-se de um lingote, e adotando-se uma relação de redução de 4 a 10 para 1, obtém-se uma estrutura orientada, mas sem que a estrutura bruta de fusão anterior possa ser eliminada. Na prática de extrusão são comuns relações de redução de 10 a 60 para 1.

A microestrutura (controlada comumente pelo exame macrográfico) da secção transversal pode se apresentar de maneira não-uniforme quanto à forma e ao tamanho dos grãos, e essa variação de microestrutura podem ser diferentes ao longo do comprimento do extrudado. A nãouniformidade é decorrente das condições em que ocorre o fluxo de metal, que por sua vez é dependente do tipo de processo (extrusão direta, com ou sem lubrificação, ou extrusão inversa).

As propriedades mecânicas ficam dependentes do tamanho e forma dos grãos, da natureza do metal ou da liga metálica e de tratamentos térmicos posteriores.

As características dimensionais são controladas tomando-se como referência as tolerâncias das dimensões de diâmetros, ou de arestas, dentro de determinadas faixas de grandeza; para o comprimento controla-se a flecha máxima da ondulação

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (ALTAN, 1983, 1999; BARRAND & GADEAU,1968; Metal Forming Practice, 2006; PAPPARONI, 1969; PEARSON, 1953; RODRIGUES & MARTINS, 2005; WAGONER & CHENOT, 2005).

4 Trefilação

4.1 CONCEITOS INICIAIS DA TREFILAÇÃO

A trefilação é um processo de conformação plástica que se realiza pela operação de conduzir um fio (ou barra ou tubo) através de uma ferramenta (fieira), que contém um furo em seu centro, por onde passa o fio. Esse furo tem o diâmetro decrescente, e apresenta um perfil na forma de funil curvo ou cônico

A passagem do fio pela fieira provoca a redução de sua secção e, como a operação é comumente realizada a frio, ocorre o encruamento com alteração das propriedades mecânicas do material do fio. Esta alteração se dá no sentido da redução da ductilidade e aumento da resistência mecânica. Portanto, o processo de trefilação comumente é um trabalho de deformação mecânica realizado a frio, isto é, a uma temperatura de trabalho abaixo da temperatura de recristalização (o que não elimina o encruamento) e tem por objetivo obter fios (ou barras ou tubos) de diâmetros menores e com propriedades mecânicas controladas. Entre as diversas etapas da trefilação (isto é, entre as diversas passagens por sucessivas fieiras de diâmetros finais decrescentes), pode-se tornar conveniente a realização de um tratamento térmico de recozimento para conferir a ductilidade necessária ao prosseguimento do processo ou ao atendimento de requisitos finais de propriedades mecânicas específicas para o uso do produto trefilado.

A matéria-prima para o processo de trefilação é um produto na forma de arame (ou barra ou tubo) obtido pelo processo de extrusão (para metais não-ferrosos) ou pelo processo de laminação (para metais ferrosos e não-ferrosos).

4.2 MECÂNICA DA TREFILAÇÃO

Os esforços preponderantes na deformação são esforços de compressão exercidos pelas paredes do furo da ferramenta sobre o fio, quando de sua passagem, por efeito de um esforço de tração aplicado na direção axial do fio e de origem externa. Como o esforço externo é de tração, e o esforço que provoca a deformação é de compressão, o processo de trefilação é classificado como um processo de compressão indireta (**Figura 4.1**).





4.3 MÁQUINAS DE TREFILAÇÃO

As máquinas de trefilar podem ser classificadas segundo dois tipos máquina de trefilar sem deslizamento e máquina de trefilar com deslizamento.

4.3.1 Máquina de trefilar sem deslizamento

A máquina de trefilar sem deslizamento contém um sistema de tração do fio, para conduzi-lo através do furo da fieira, constituído de um anel tirante que primeiro acumula o fio trefilado para depois permitir o seu movimento em direção a uma segunda fieira. Nesta, o fio passa tracionado por um segundo anel tirante que também acumula fio trefilado. O processo prossegue de igual modo para as fieiras seguintes nos tradicionais sistemas de trefilação múltiplos e contínuos, ou seja, com diversas fieiras em linha na mesma máquina (**Figura 4.2**).



Figura 4.2 - Esquema da máquina de trefilar sem deslizamento com duas fieiras

Devido ao aumento de comprimento do fio após a passagem por cada fieira, as velocidades dos anéis são diferentes e de valor crescente, para a compensação desse aumento de comprimento. Contudo, essas diferenças de velocidade nem sempre são facilmente atingidas com precisão, o que torna necessário a acumulação do fio nos anéis para atuar como reserva de fio, se os anéis seguintes atuarem a uma velocidade maior, até o reajuste necessário para manter novamente a proporção ideal entre as velocidades dos anéis. Se a quantidade do fio acumulado num anel for aumentando, deve-se reduzir a velocidade desse anel ou aumentar a velocidade do anel seguinte.

4.3.2 Máquinas de trefilar com deslizamento

Para a trefilação de fios metálicos de pequenos diâmetros, as máquinas com deslizamento são as mais utilizadas (**Figura 4.3**). Essas máquinas têm o seguinte princípio de funcionamento:

- a) o fio parte de uma bobina, num recipiente denominado desbobinadeira, passa por uma roldana e se dirige alinhado à primeira fieira;
- b) na saída da fieira, o fio é tracionado por um anel tirante, no qual ele dá certo número de voltas, em forma de hélice cilíndrica de passo igual ao diâmetro do fio, de tal modo que no início da hélice o fio fique alinhado com a primeira fieira e no fim da hélice com a segunda fieira;
- c) o número de voltas ou espirais de fio no anel depende da força de atrito necessária para tracionar o fio através da primeira fieira; o movimento do fio na forma de hélice provoca o seu deslizamento lateral no anel;
- d) o segundo anel faz o fio passar pela segunda fieira, porém girando a uma velocidade maior do que a do primeiro anel, para compensar o aumento do comprimento do fio;
- e) o sistema prossegue dessa forma para as demais fieiras e anéis.



Figura 4.3 - Esquema da máquina de trefilar com deslizamento com duas fieiras

Devido às variações das condições de trefilação, principalmente referentes ao aumento do diâmetro do fio trefilado causado pelo desgaste da fieira, o anel tirante pode ter também um movimento relativo de deslizamento tangencial (na direção das espirais ao redor de um eixo), pois sua velocidade de rotação é estabelecida com base nas condições ideais de trefilação.

A máquina trefiladora com deslizamento tenderia a ter um comprimento grande para as condições de fieiras múltiplas. Para resolver esse problema, utilizam-se duas árvores de eixos paralelos com anéis de diâmetros crescentes à medida que os diâmetros dos fios decrescem (pois, como as velocidades angulares são as mesmas, pelo fato dos anéis se localizarem solidariamente no mesmo eixo, as velocidades tangenciais dos anéis maiores devem ser maiores). Esse conjunto de anéis presos a um eixo denomina-se tirante; a máquina opera com dois cones, um para a ida e outro para a volta do fio que passa pelas fieiras colocadas entre os cones.

O deslizamento lateral ou tangencial do fio sobre o anel provoca o seu gradativo desgaste, exigindo uma operação periódica de retificação, de modo a manter a relação estabelecida entre as velocidades do conjunto de anéis. Os anéis são fabricados em aço não temperado, mas com um revestimento de metal-duro ou metal cerâmico (o material cerâmico é particularmente usado quando se trefila fios capilares).

Na operação final de bobinamento deve-se fazer variar continuamente a velocidade angular do carretel para cada camada de fio enrolado, pois a velocidade periférica deve ser mantida constante. Esse controle de velocidade tem que ser muito parecido para os fios finos (diâmetros menores de 1,5 mm), pois as variações de velocidades são muito pequenas. Além do controle da velocidade variável para cada camada, no entanto, deve-se ainda controlar a colocação do fio em cada camada com um movimento de velocidade lateral constante, de acordo com cada diâmetro de fio trefilado a ser bobinado. Mantém-se o passo constante quando o movimento de distribuição está ligado ao movimento do carretel, de modo que o primeiro diminui à medida que o segundo também diminui. O passo diminui, porém, à medida que aumenta o diâmetro de bobina, se a velocidade de distribuição for constante e independente da crescente velocidade tangencial do carretel para cada camada. Na operação de recozimento, quando necessário, a parte mais externa da bobina tende a comprimir a parte mais interna, e o fato do passo interno ser maior permite uma melhor acomodação das pressões, sem o perigo de danificar as camadas internas.

4.3.3 Observação quanto ao desgaste da fieira

Um problema importante da trefilação é a necessidade de manter uniforme a ação de desgaste da fieira. Essa uniformidade pode ser mantida criando-se um movimento rotativo relativo entre a fieira e o fio. O fio, quando sai da bobina inicial, no entanto, possui um movimento rotatório ao redor de seu próprio eixo, o que por si só resolve o problema de desgaste não-uniforme nas máquinas com ou sem deslizamento. Se um movimento rotatório não for suficiente, porém, deve-se providenciar um acionamento junto à fieira para fazê-la girar ao redor de seu eixo.

4.3.4 Sistemas de lubrificação

As máquinas de trefilar podem ser classificadas também de acordo com o sistema de lubrificação em:

- máquinas com sistema de imersão, em que a fieira e os anéis permanecem imersos no líquido refrigerante e lubrificante;
- máquinas com sistema de aspersão, em que a fieira recebe um jato de líquido refrigerante e lubrificante.

4.3.5 Máquinas para os diversos produtos

As máquinas de trefilar são ainda classificadas segundo o diâmetro dos produtos trefilados em:

- para barras redondas (com diâmetro superior a 5 mm);
- para fios grossos (com diâmetro entre 5 a 2 mm);
- para fios médios (com diâmetros menores de 2 mm até 0,50 mm);
- para fios finos (com diâmetros menores de 0,50 até 0,15 mm);
- para fios capilares (com diâmetros inferiores a 0,15 mm).

As máquinas de trefilar barras são robustas e permitem grandes reduções de secções (maior que 70%). Tais máquinas possuem algumas poucas fieiras (três ou quatro) e podem ser do tipo sem deslizamento; as forças de trefilação atingem o nível de toneladas (3 ou mais) e as velocidades de trefilação são da ordem de 2 m/s. As máquinas de trefilar fios grossos apresentam comumente anéis tirantes individualizados, como a anterior, mas trabalham a velocidades maiores e podem ter conjugado um forno de recozimento contínuo, após a última etapa de trefilação e antes do bobinamento.

As máquinas de trefilar fios médios e finos são sempre do tipo com deslizamento, dotadas de quatro cones com quatro ou cinco anéis cada. Cada anel corresponde a uma fieira, e o fio passa por ela tanto no sentido da saída como no da entrada do anel. O número de fieiras é da ordem de vinte e o cálculo da série de fieiras deve levar em consideração a redução por fieira (que se relaciona à velocidade relativa dos anéis), o desgaste e a tolerância do furo da fieira. Estas máquinas utilizam em geral o sistema de lubrificação por imersão, podendo também ser adotado o sistema por aspersão. Para as máquinas de trefilar fios finos, as velocidades de trabalho são maiores do que para as de trefilar fios médios. No restante, essas máquinas são praticamente iguais. Os sistemas de bobinamento nos carretéis podem ser de diversos tipos e a qualidade do fio depende muito dos cuidados tomados na operação de bobinamento, particularmente no que se refere à tensão aplicada ao fio, quando ele está sendo enrolado no carretel, e ao controle de passo de bobinamento.

As máquinas de trefilar fios capilares, isto é, fios com diâmetros inferiores a 150 micra, apresentam algumas particularidades em função dos cuidados exigidos por um produto tal, de dimensão reduzida e de manipulação difícil. Os sistemas mecânicos de acionamento dos anéis e de movimentação dos carretéis devem ter elevada precisão e também estar praticamente isentos de vibrações mecânicas. A tensão de bobinamento deve ser controlada à parte, não devendo ser confundida com a tensão de trefilação necessária à passagem pela última fieira. Os cones de anéis tirantes não são todos ativos, isto é, o fio é trefilado num só percurso, tracionado por um anel de um cone e retornando ao anel do cone paralelo sem passar por fieira. Este último tem apenas de encaminhar o fio à fieira seguinte. Ainda, nessas máquinas, o sistema de lubrificação permite que o lubrificante toque levemente o fio para atender as condições de pequena redução e pequeno atrito entre o fio e a fieira. Por outro lado, o fio capilar provoca um desgaste maior dos anéis exigindo o revestimento do anel com material cerâmico. As velocidades de trabalho podem atingir valores de 40 m/s.

4.3.6 Instalações complementares

As instalações fabris de trefilação apresentam um conjunto de máquinas e equipamentos auxiliares que depende do tipo de produto a ser fabricado no que diz respeito às dimensões e propriedades do fio e à natureza do material a ser trefilado. Essas máquinas e equipamentos são: máquinas de afinar a ponta do fio, máquinas de soldagem topo-a-topo, máquinas de alimentação contínua, equipamentos de decapagem, equipamentos de tratamento térmico de recozimento e equipamentos para revestimento dos fios com materiais plásticos ou metálicos (como nos processos de esmaltação, estanhagem ou zincagem). O afinamento da ponta do fio, necessário para introduzi-lo nas fieiras, pode ser feito por diversos métodos, em função do equipamento disponível e do diâmetro do fio, ou seja: para diâmetros grandes, deformação por laminação e ruptura por tração; para diâmetros pequenos (< 0,4 mm), dissolução eletrolítica e lixamento.

4.4 FERRAMENTAS DE TREFILAÇÃO

A qualidade e o custo do produto da trefilação, barras ou fios, dependem muito da natureza da fieira. A fieira, ou ferramenta de trefilar, é constituída de quatro regiões distintas, ao longo do furo interno (**Figura 4.4**):



Figura 4.4 - Representação das regiões da fieira: a - cone de entrada, b - cone de trabalho, c - cilindro de calibração e d - cone de saída

O cone de entrada tem a finalidade de guiar o fio em direção ao cone de trabalho e permitir que o lubrificante acompanhe o fio e contribua para a redução do atrito entre as superfícies do fio e do cone de trabalho. No cone de trabalho ocorre a redução, sendo, portanto, a região onde é aplicado o esforço de compressão e onde o atrito deve ser minimizado para reduzir, também ao mínimo, o desgaste da fieira. O denominado ângulo (ou semi-ângulo) da fieira se refere ao ângulo do cone de trabalho (**Figura 4.5**). No cilindro de calibração ocorre o ajuste do diâmetro do fio: é objeto de controle o comprimento, ou melhor, a altura desse cilindro, pois, quando essa altura é pequena, facilita as operações de retificação das fieiras gastas para a obtenção de uma fieira de diâmetro final maior. O cone de saída deve proporcionar uma saída livre do fio sem causar danos nas superfícies da fieira e do fio.



Figura 4.6 - Representação dos semi-ângulos dos cones e da altura e diâmetro do cilindro de calibração.

Dos materiais usados para a fabricação da ferramenta de trefilar, são exigidas as seguintes características:

- permitir a trefilação de grande quantidade de fios sem que ocorra um desgaste acentuado da fieira;
- permitir a trefilação a altas velocidades para produzir elevadas quantidades por unidade de tempo;
- permitir a adoção de elevadas reduções de secção;
- conferir calibração constante do diâmetro do fio;
- conferir longa vida à ferramenta, sem necessidade de paradas da máquina de trefilar para controle de dimensões e substituição da ferramenta;
- permitir a obtenção de superfície lisa e brilhante no fio durante longo período de uso.

Os materiais comumente empregados para os fios são:

- diamante, para fios de diâmetro até ou menor que 2 mm;
- metal-duro, para fios de diâmetro maior que 2 mm.

As fieiras fabricadas com metal-duro são obtidas pelas seguintes etapas de fabricação mistura dos pós metálicos, compressão dos pós em matriz com forma próxima da forma final, correção da forma por raspagem, sinterização a uma temperatura elevada, e em atmosfera controlada, e polimento final.

Durante a sinterização, as dimensões da fieira sofrem redução e a densidade de material se eleva. A mudança de dimensões deve ser prevista para deixar um sobremetal, da ordem de décimos de milímetros, necessário para a etapa final de polimento que confere à superfície do furo da fieira um aspecto especular. O metal-duro empregado é constituído essencialmente de cerca de 95% de carboneto de tungstênio e 5% de cobalto, podendo conter ainda cromo e tântalo. A composição depende do tipo de metal a ser trefilado que exigirá determinadas propriedades físicas da fieira.

Os diamantes industriais, provenientes de pedras não-trabalhadas ou de lascas de pedras lapidadas, são usados para fieiras após o estudo da orientação cristalográfica que melhor permita a furação para determinado diâmetro. Não devem ter defeitos e devem possuir suficiente dureza e resistência mecânica em todas as direções de trabalho. O diamante se cristaliza num sistema cúbico e a direção de maior resistência mecânica é a que conjuga os vértices diagonalmente opostos da célula elementar do reticulado cristalino, ou seja, a direção do quarto eixo de simetria. Essa direção deve coincidir com a do eixo do furo da fieira, pois a precisão na definição da direção do furo é essencial para a vida da fieira e para que não apareçam defeitos no fio a trefilar. A pedra é incrustada num suporte, e esse suporte é envolvido por um montante metálico para dar rigidez ao sistema e facilitar a dissipação do calor gerado quando do uso da ferramenta .

4.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE TREFILAÇÃO

A seqüência de processamento do fio na máquina de trefilação já foi descrita (item 4.3) e cabe, a seguir, fazer algumas considerações sobre os tratamentos complementares e o controle do processo.

4.5.1 Tratamentos químicos e mecânicos

A preparação da matéria-prima para a trefilação se dá em operações de trabalho a quente. O aquecimento do metal a trefilar provoca a formação de camadas de óxidos em sua superfície. Esses óxidos devem ser retirados, pois, caso contrário, reduzem a vida da fieira e ficam inclusos no produto trefilado, prejudicando a sua qualidade.

O processo de retirada dos óxidos por meio químico é denominado decapagem e o processo de retirada mecânica é denominado rebarbação. A adoção de um ou outro processo depende dos custos envolvidos e da qualidade exigida do fio. A rebarbação, que é essencialmente um processo de usinagem com retirada de cavaco, é mais custosa, mas conduz à obtenção de um produto de qualidade melhor que o obtido com a decapagem.

- O processo de decapagem consiste de três etapas básicas:
- a) imersão dos fios em tanque de solução ácida decapante;
- b) lavagem com jato de água fria e,
- c) lavagem adicional em tanques com água aquecida, contendo aditivos neutralizantes da ação ácida.

A composição das soluções decapantes e neutralizantes e as suas temperaturas de trabalho dependem da natureza química do metal do fio.

O jato de água fria aplicado aos rolos de fios decapados tem a finalidade de retirar os restos de ácidos e resíduos de pó metálico. A solução neutralizante tem por objetivo eliminar a ação de resíduos de ácido e tornar a superfície de metal do fio mais resistente à ação oxidante do meio ambiente. As operações de decapagem podem apresentar graus diferentes de automatização.

Na operação de rebarbação, a retirada de uma fina camada de metal da superfície do fio é feita com uma ferramenta de usinagem circular, de gume cortante e semelhante a uma fieira invertida. Essa ferramenta pode ter a seu redor um dispositivo de quebra-cavaco para facilitar a retirada do cavaco da zona de usinagem. Após operação de usinagem, na qual não é possível manter tolerâncias muito estreitas para o diâmetro do fio devido ao desgaste da ferramenta, o fio passa por fieiras calibradoras do diâmetro. O fio proveniente desse processo, melhor chamado de barra ou fio-máquina, possui um diâmetro de cerca de 6 a 5 mm.

4.5.2 Tratamento térmico de recozimento

O controle das propriedades mecânicas do fio durante o processo de trefilação é muito importante para que este possa ter prosseguimento, sem ruptura do fio, e para que o fio, ao final,

apresente as características dimensionais, mecânicas e metalúrgicas exigidas por sua utilização. Além das propriedades mecânicas, dependendo da natureza do metal do fio e do seu uso, são controladas as propriedades de resistência à corrosão e as propriedades elétricas.

Durante a trefilação, realizada abaixo da temperatura de recristalização, o fio sofre um efeito de aumento da sua resistência mecânica e de redução da sua ductibilidade, devido à deformação plástica, caracterizando o denominado efeito de encruamento. Acima de certo grau de encruamento não é mais possível trabalhar o fio, sendo então necessária, para o prosseguimento do processo de trefilação, a aplicação de um tratamento térmico de recozimento. Além disso, muitas utilizações do fio exigem características de elevada ductilidade, o que também conduz à necessidade desse tratamento térmico .

Pode-se, para um mesmo fio, obter um mesmo grau de encruamento para diferentes intensidades de redução da secção transversal. Neste caso, verifica-se ser mais conveniente, para uma melhor distribuição da deformação através da secção transversal e conseqüente melhor uniformidade de propriedades mecânicas, procederem a diversas pequenas reduções (ou passes pela fieira), para atingir uma redução final, do que proceder a poucos passes, porém com mais intensas reduções. Os metais não-ferrosos dúcteis, como o cobre e o alumínio, permitem obter substanciais reduções de secção sem recozimento intermediário, e essa característica, de elevada trabalhabilidade a frio, conduz à redução das diferenças dos níveis de tensão através da secção transversal, contribuindo assim para a redução das tensões internas. Em geral o fio fino de metal não-ferroso, como o cobre e o alumínio, destinado a fabricação de fio capilar, encontra-se já razoavelmente encruado e não exige recozimento intermediário. Contudo, se estiver no estado recozido (mole), as propriedades mecânicas do fio capilar, obtido ao final do processo, são praticamente as mesmas que as obtidas partindo do fio razoavelmente encruado, pela elevada redução total.

As impurezas que se localizam nos contornos dos grãos, particularmente os óxidos provenientes do metal da estrutura bruta de fusão dos lingotes no início do processo de conformação. Surgidos após os sucessivos tratamentos mecânicos de deformação plástica (inicialmente laminação ou extrusão e, posteriormente, trefilação) - estão dispersos por toda a massa de grãos e se apresentam sob a forma de inclusões globulares ou alongadas no sentido da deformação plástica.

Para se evitar o ataque da superfície do metal na operação de aquecimento, por ocasião do tratamento térmico, deve-se realizar o recozimento em fornos de atmosfera protetora isenta da presença de oxigênio ou de outros gases contaminantes. A atmosfera protetora pode ser neutra ou redutora ou, ainda, o meio ambiente pode ser vácuo.

As condições de aquecimento podem se ocorrer de dois modos, com bons resultados: tempos curtos a temperaturas mais elevadas ou tempos longas a temperaturas mais baixas. A temperatura e o tempo de tratamento dependem, contudo do grau de encruamento inicial do metal, das propriedades mecânicas e tamanho de grãos finais desejados e da natureza do metal (composição química e estrutura metalográfica).

Os fornos de recozimento, adotados para fios, podem ser fornos de poço, verticais ou de campânula, com ou sem atmosfera protetora e com aquecimento por energia elétrica ou com combustíveis fluidos: cada tipo apresenta vantagens técnicas e econômicas específicas.

Os fornos de recozimento podem ser também do tipo contínuo, onde ocorre o tratamento do fio à medida que passa pelo interior do forno (ao contrário dos fornos mencionados anteriormente onde os fios são conduzidos em rolos ou bobinas, conforme o diâmetro do fio, para seu interior). O recozimento contínuo acoplado à máquina trefiladora pode ocorrer também da seguinte forma: o fio é recozido, após a passagem pela última fieira e antes do bobinamento final, pela passagem de corrente elétrica através de um certo comprimento de fio. A principal variável de controle é a velocidade do fio, pois a tensão e a corrente elétrica são mantidas constantes.

4.5.3 Fatores de influência na trefilação

Na trefilação de fios, apesar do trabalho ser realizado a frio, as temperaturas no local da ferramenta podem se elevar consideravelmente em função das condições de atrito (ou seja, de lubrificação) e da velocidade de trabalho, alterando conseqüentemente as propriedades mecânicas do material sob deformação e as condições de escoamento.

As dificuldades, de natureza experimental, para verificar o comportamento do material durante o processamento, residem principalmente nas pequenas secções do produto (no caso de fios finos) e nas elevadas velocidades de trabalho. As pequenas dimensões do fio dificultam a observação dos modos de escoamento pelos métodos visuais de traçado de riscos em secções longitudinais, como se pode fazer no processo de extrusão. Não são, porém, somente as dimensões pequenas que dificultam a aplicação dessa técnica de observação, mas também a própria natureza do processo, que não ocorre com compressão num recipiente fechado, como na extrusão, que evita a separação das partes cortadas longitudinalmente. As altas velocidades de trefilação também alteram substancialmente o comportamento do metal e dificultam a observação durante o processamento.

As técnicas experimentais de aplicação mais imediata são as técnicas convencionais de ensaios mecânicos (com determinação de resistência e ductilidade do fio antes e após a trefilação), ensaios metalográficos (com exame de microestrutura em secções transversais e longitudinais também antes e após a trefilação) e verificação metrológica (diâmetros, ovalizações e defeitos).

A análise dos fatores de influência no processo de trefilação visa, fundamentalmente, encontrar as melhores condições de trabalho, objetivando-se alcançar:

- alta velocidade de trefilação, para obtenção de elevada produtividade;
- pequenas forças de trefilação, para utilização de máquinas menos robustas e para poupar energia;
- trefilados de qualidades mecânica e metalúrgica adequadas aos usos específicos, onde comumente são requeridos uniformidade estrutural e dimensional e ausência de defeitos superficiais.

A homogeneidade estrutural do material inicial do fio é relativamente elevada, pois a fabricação desse fio (chamado fio-máquina) se dá por processos de conformação mecânica, como laminação ou extrusão nos quais se obtém estruturas recozidas de grãos de dimensões variáveis com pouca dispersão (principalmente para fios de secções menores). A trefilação, como processo de transformação a frio, melhora a homogeneidade, conduzindo à obtenção de uma estrutura

encruada. Contudo, na trefilação, devem-se evitar aquecimentos muito elevados que podem prejudicar a uniformidade granular e causar, no caso de certas ligas metálicas, transformações indesejáveis de fase.

Apesar da uniformidade estrutural do material, obtida nos processos de preparação do fio para trefilar, podem surgir defeitos originados durante o processamento

4.5.4 Lubrificação na trefilação

O fenômeno do atrito é muito importante no processo de trefilação devido ao movimento relativo entre o fio e a fieira. O aumento do atrito provoca maior desgaste da ferramenta e pode causar o aparecimento de defeitos superficiais no fio, além de exigir maior esforço de trefilação e elevar a temperatura de trabalho.

O coeficiente de atrito entre o fio e a fieira depende da natureza das superfícies em contato e das condições de lubrificação. O calor gerado por este atrito será controlado pela ação do agente lubrificante, que tem também uma ação refrigerante: a temperatura na superfície do fio tenderá a permanecer constante, devido a ação refrigerante, e a temperatura no interior do fio decrescerá para o centro.

Além desta ação refrigerante, a lubrificação na trefilação tem a finalidade de criar entre as superfícies de contato uma película contínua de fluido lubrificante para reduzir o atrito. Como conseqüência da ação lubrificante, consegue-se reduzir o desgaste da fieira, dar bom acabamento superficial ao fio e reduzir o esforço de trefilação.

4.6 PRODUTOS TREFILADOS

4.6.1 Classificação dos produtos trefilados

A classificação dos trefilados é realizada inicialmente em função do tipo de produto: barra, tubo e arame ou fio.

As barras mais finas, em geral com diâmetro menor do que 5 mm, passam a se denominar arames ou fios. Usualmente, denomina-se o produto como arame quando o seu emprego é para fins de construção mecânica e, como fio, no caso de aplicação para fins elétricos (condutor elétrico).

Os fios podem, por sua vez, ser classificados em função de seu diâmetro e do tipo de metal que o constitui. No caso dos fios de cobre, é comum a classificação em fios grossos (5 a 2 mm), fios médios (2 a 0,5 mm), fios finos (0,5 a 0,15 mm) e fios capilares (menor do que 0,15 mm). Além disso, os fios podem ser ainda classificados em função de seu emprego e dos tipos de eventuais revestimentos plásticos ou metálicos aplicados.

4.6.2 Defeitos típicos de produtos trefilados

Os defeitos relacionados à fieira que podem provocar marcas nos fios são:

- anéis de trefilação (marcas circunferenciais e transversais) decorrentes do desgaste na região do cone de trabalho, provocado pela operação com fios de metais moles;
- marcas de trefilação (marcas longitudinais) decorrentes do desgaste na região do cone de trabalho, provocado pela operação com fios de metais duros;
- trincas, que variam desde quebras de parte da ferramenta até fissuramentos superficiais, provocadas por diversos fatores como impurezas do material do fio e do lubrificante, defeito de fiação do núcleo da fieira em seu montante e redução excessiva;
- rugosidades decorrentes de erros na operação de polimento ou de lubrificação deficiente no uso;
- riscos decorrentes de erros na operação de polimento.

Também devem ser considerados os defeitos que podem surgir no processamento de preparação por laminação ou por extrusão. Esses defeitos são transmitidos ao fio trefilado de forma mais ou menos intensa, conforme a sua natureza e as condições de trefilação, e podem ser revelados, muitas vezes, através do ensaio de torção (principalmente para casos em que se manifestam na superfície do fio, antes e após a trefilação).

4.6.3 Propriedades de produtos trefilados

As propriedades mecânicas e metalúrgicas e as características dimensionais dos produtos trefilados são dependentes das características da matéria-prima e dos diversos fatores de influência no processo de trefilação.

Diversas normas técnicas, nacionais e internacionais, estabelecem as especificações dos diversos produtos trefilados, tanto em ferrosos quanto em não-ferrosos.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa , e outras mais recentes: (ALTAN, 1983, 1999; Metal Forming Practice, 2006; PAPPARONI, 1965-1967; RODRIGUES & MARTINS, 2005; WAGONER & CHENOT, 2005).

5 Estampagem

5.1 CONCEITOS INICIAIS DA ESTAMPAGEM

Os processos de conformação plástica de chapas podem ser inicialmente classificados em dois grandes grupos:

- estampagem profunda ou embutimento (ou estiramento)
- conformação em geral.

Na técnica de fabricação de peças por conformação plástica a partir de chapas, contudo, o processo de corte da chapa sempre está presente. As operações de conformação plástica da peça são sempre feitas a partir de um pedaço de chapa cortada, que se pode denominar disco ou esboço (a segunda denominação se refere a uma forma qualquer). O grupo de estampagem profunda (**Figura 5.1**) é constituído pelos seguintes processos: conformação por estampagem, reestampagem e reestampagem reversa de copos; conformação com estampagem e reestampagem de caixas; conformação rasa com estampagem e reestampagem de painéis; conformação profunda com estampagem de painéis



Figura 5.1 - Processos de estampagem profunda.

Os processos do grupo de conformação em geral, ao contrário do grupo anterior, cujos processos utilizam ferramentas acionadas por prensas, podem ser realizados em prensas viradeiras, rolos conformadores ou outros tipos mais específicos de máquinas e ferramentas de conformação. Os tipos principais de processos pertencentes a esse grupo são: dobramento, flangeamento, rebordamento, enrolamento parcial ou total, nervuramento, estaqueamento, pregueamento, abaulamento, corrugamento, gravação, conformação de tubos e outros processos mais específicos (**Figura 5.2**)

Nos processos classificados no grupo de conformação em geral, estão sempre presentes, na zona de deformação da peça, esforços de flexão que dobram a região a ser deformada, criando tensões de tração numa superfície e de compressão na superfície oposta. Na estampagem profunda estão associados aos esforços típicos desse processo os esforços que caracterizam os processos de conformação em geral. Nesse processo, verifica-se invariavelmente a ação de um dispositivo da ferramenta denominado prensa-chapas ou sujeitador, que ocasiona o surgimento de esforços adicionais.

Os esforços que surgem nas operações de conformação são de natureza complexa e variam com o decorrer da operação.

Normalmente as operações de conformação de chapas são efetuadas a frio, utilizando-se como matéria-prima laminados delgados de aço, ligas de alumínio, ligas de cobre e outros materiais.

Uma descrição da natureza do processo e das formas obtidas permite melhor compreender a classificação dos diversos processos de conformação de chapas.

5.1.1 Estampagem profunda

Os copos conformados a partir de discos planos são de formato cilíndrico, podendo se constituir de vários cilindros de diferentes diâmetros, ter o fundo plano ou esférico e ter ainda as paredes laterais inclinadas, modificando a forma do copo para o tronco de cone; de qualquer modo a forma obtida é uma figura de revolução

As tensões existentes em qualquer plano vertical, passando pelo eixo de simetria, são iguais em decorrência da uniformidade geométrica; e as possibilidades de aparecimento de enrugamento no flange, durante a estampagem, ou de fissura, na região lateral adjacente ao fundo do copo, são as mesmas. É essa uniformidade de estados de tensão que caracteriza a verdadeira estampagem em oposição à conformação de caixas, em que a distribuição de estados de tensão ao longo dos planos verticais de corte das peças, passando pelo seu centro, é diferente para os diversos planos.

As re-estampagens de copos, caixas e painéis são feitas a partir, respectivamente, de copos, caixas ou painéis já estampados. Essas peças têm somente a sua parte central deformada em dimensões menores, causando uma forma geométrica semelhante à parte maior.

A reestampagem reversa de copos consiste em formar um copo menor e concêntrico, dentro do copo maior tomado como peça inicial ao processo, realizando a deformação, no entanto, a partir do

fundo e para dentro da peça, ao contrário da reestampagem simples, em que a deformação se realiza a partir do fundo e para fora desta.

Os painéis se distinguem das caixas por apresentarem forma irregular; as caixas, ao contrário, são constituídas de figuras na forma retangular ou trapezoidal, respectivamente, para caixas e painéis.



5.1.2 Conformação em geral

Na conformação em geral, as peças iniciais, ou seja, os esboços podem ser simples pedaços de tiras, que serão dobrados ou rebordados ou, então, todos os pedaços de tubos que serão abaulados ou pregueados. Podem ser, ainda, discos que serão estampados e depois pregueados (como as pequenas tampas metálicas de garrafas de cerveja e refrigerantes).

O dobramento pode ser feito em qualquer ângulo, com raios de concordância diversos. Quando o dobramento é feito numa pequena parte ou numa pequena dimensão da extremidade do esboço, é denominado flangeamento. O rebordamento (ou agrafamento) é um dobramento completo da borda de um esboço. Essa borda dobrada pode ser redobrada e unida à outra peça nessa operação para formar uma junta agrafada, como na junção de fundos e laterais de recipientes cilíndricos ou latas pequenas. O enrolamento da ponta, parcial ou total, muitas vezes é realizado para reforçar a borda da peça ou conferir o acabamento final a ela, isentando-a de bordas cortantes que impedem a sua manipulação. O nervuramento é feito para dar à peça maior rigidez e também para lhe conferir aparência, de acordo com os conceitos do projeto de sua forma.

O estaqueamento é mais uma operação de dobramento visando a formação de duas ou mais peças e o enrugamento tem a finalidade, em geral, de permitir a montagem da peça em um conjunto. O abaulamento, realizado em tubos, tem a finalidade de conferir forma para fins funcionais da peça e o corrugamento é aplicado a chapas, principalmente para a fabricação de telhas metálicas onduladas ou serrilhadas. A conformação de tubos é bastante variada, podendo ser constituída de dobramento simples, expansão de suas extremidades, abaulamento de uma parte central, retração de suas extremidades, redução do diâmetro, a partir de certo comprimento do tubo, e junção ou amassamento de suas paredes na extremidade ou parte central.

Os esforços que surgem nessas operações criam diversos estados de tensão nas diferentes partes das peças. Isso torna complexa e difícil a previsão do esforço resultante e necessário à conformação e dos esforços nos pontos críticos que podem conduzir à ruptura da peça na conformação. Contudo, pode-se notar que, simplificadamente, o tipo de esforço predominante é o de flexão, conduzindo ao surgimento de forças de tração e compressão em lados opostos da chapa ao longo da direção e através da dimensão de espessura. Como a flexão se realiza até a deformação plástica da peça, convenciona-se chamar o processo, de um modo geral, de dobramento.

5.2 MECÂNICA DA ESTAMPAGEM

A mecânica da estampagem pode ser descrita para duas condições: estampagem profunda e dobramento

5.2.1 Estampagem profunda de chapas

As condições de estampagem são típicas quando se parte de um esboço circular, ou disco, e se atinge a forma final de um copo. O disco metálico, por meio da ação do punção na sua região central, deforma-se em direção à cavidade circular da matriz, ao mesmo tempo em que a aba ou flange, ou seja, a parte onde não atua o punção mas somente o sujeitador, movimenta-se em direção à cavidade (**Figura 5.3**)

Na região da aba ocorre uma redução gradativa da circunferência do disco, à medida que sua região central penetra na cavidade da matriz. Nessa região atuam esforços, na direção das tangentes dos círculos concêntricos à região central, denominados de compressão circunferencial e que tendem a enrugar a chapa. Para evitar esse enrugamento, aplica-se uma tensão de compressão, através do sujeitador, denominada pressão de sujeição.



- a = Região da aba do copo
- b = Região do dobramento da matriz
- c = Região lateral do copo
- d = Região do dobramento no punção
- e = Região no fundo do copo
- D = Diâmetro do disco inicial
- Volume do disco = volume do copo

Figura 5.3 - Regiões do copo sob estampagem com diferentes estados de tensão



Figura 5.4 - Esforços atuantes nas diversas regiões do copo

A pressão de sujeição deve ser suficientemente baixa para permitir o movimento da aba do disco em direção à região central e suficientemente alta para evitar o aparecimento das rugas. Ainda na aba atuam os esforços de tração, que trazem essa parte para a região central, denominados como tensões de estiramento radial, e também os esforços de atrito que dependem do nível da tensão de sujeição, dos estados das superfícies (da chapa, da matriz e do sujeitador quanto à rugosidade superficial) e do tipo de lubrificante empregado.

Para as chapas finas a tensão de sujeição é maior do que para as chapas mais espessas, e para as chapas grossas não há necessidade de utilizar sujeitador, pois não ocorre o enrugamento da aba.

O disco inicial sofre um, estiramento, e esse fato pode ser demonstrado verificando-se que uma dada linha traçada, segundo um diâmetro do disco inicial, apresentará um comprimento maior quando medida ao longo da secção do copo depois de conformado. A deformação plástica ocorrida, entretanto, não é devida somente à ação de estiramento, mas também de extrusão causada pela compressão do sujeitador e pela compressão circunferencial. A ação da tensão circunferencial tende a aumentar a espessura da chapa nessa região, mas isso ocorre apenas em pequena intensidade diante da ação restritiva da pressão do sujeitador.

Nas regiões de dobramento na matriz e no punção, agem tensões de tração na superfície externa das regiões dobradas e tensões de compressão na superfície interna. A essas tensões se associam os esforços de atrito.

Nas laterais do copo atuam as tensões de tração, ao longo dessas laterais (que provocam o estiramento das paredes do copo) e também tensões de compressão, perpendiculares à superfície das laterais (que provocam um afinamento da espessura da parede). Agem ainda nessa região os esforços de atrito entre a superfície externa da lateral do copo e a da cavidade da ferramenta e entre a superfície interna da lateral do copo e a da lateral do punção. A existência desses esforços de compressão, e conseqüentemente de atrito, depende da folga existente entre as dimensões da cavidade da matriz e do punção. Se a folga existente for maior do que a espessura da chapa na lateral do copo que penetra na cavidade da matriz, então não ocorrerá o efeito de afinamento e de atrito.

No fundo do copo, o esforço predominante é a tensão de compressão exercida pela extremidade do punção, que é transmitida às demais partes do copo através de tensões de tração radiais.

A maior parte dos esforços de atrito se origina entre o seu sujeitador e a aba, e entre esta e a superfície superior da matriz. O esforço total exercido pelo punção, ou seja, o esforço de estampagem é igual à soma dos esforços atuantes em todas as partes do copo. Se o esforço de estampagem provocar em qualquer parte do copo uma tensão superior ao limite de resistência do material da chapa, ocorrerá a fissura desta nessa parte.



Figura 5.5 - Esforços atuantes e linha neutra no dobramento

A força máxima de estampagem exercida pelo punção ocorre logo no início da operação de estampagem para, logo a seguir, assim que o punção começa a penetrar na matriz, cair visivelmente de intensidade. Portanto, a condição de tensão máxima ocorre no início do processo

de conformação, e aí devem surgir os efeitos de enrugamento da aba ou de fissuramento da lateral em formação, que dificilmente ocorrem nos estágios finais da operação.

Em decorrência dos diversos estados de tensão nas diversas partes do copo, ao longo da operação de estampagem, as paredes do copo conformado, com ou sem flange, apresentam-se com espessuras diferentes. Nota-se que geralmente o fundo mantém a mesma espessura do disco inicial, e as laterais apresentam-se mais espessas na borda, e na parte inferior, junto à dobra de concordância com o fundo, menos espessa. Na borda superior age a maior tensão de compressão e na parte inferior da lateral a maior tensão de tração (**Figura 5.4**).

O nível de esforço de estampagem pode ser utilizado como índice de verificação da severidade do processo de estampagem, sendo que o seu nível depende essencialmente das condições de atrito - entre a chapa e a matriz, o punção e o sujeitador - e da intensidade da pressão de sujeição. Outros fatores de influência também devem, no entanto, ser considerados, pois serão utilizados para a redução da severidade de conformação de uma peça por estampagem, da seguinte forma: maiores raios da matriz e do punção nas regiões de dobramento (principalmente da matriz), adoção de certa inclinação na superfície superior da matriz e do punção, utilização de uma cavidade cônica da matriz antes da cavidade cilíndrica, emprego de um sujeitador que inicia a conformação, e aplicação de clivemos estágios de operação de conformação (como na tradicional fabricação de cartucho). Nos casos de fabricação de peças de formatos particularmente irregulares, pode-se restringir a deformação de um dos lados, ou de todos, se for o caso, aumentando o atrito entre a chapa e a superfície da matriz através da usinagem de uma superfície rugosa na matriz.

5.2.2 Dobramento de chapas

No dobramento de uma peça inicial na forma de uma tira, os esforços são aplicados em duas direções opostas para provocar a flexão e a deformação plástica conseqüente, mudando a forma de uma superfície plana para duas superfícies concorrentes, em ângulo, e formando, na junção, um raio de concordância (**Figura 5.5**). Os esforços de conformação se concentram na região de concordância das duas superfícies. Na parte interna da região de concordância, surgem esforços de compressão e, na externa, de tração. A eventual fratura da peça ocorre na parte externa e o possível enrugamento na parte interna

Como a parte externa atua uma força num sentido (de tração) e na interna em outro sentido (de compressão), existe um ponto, ao longo de uma linha perpendicular à chapa - portanto, na direção do raio -, em que as tensões são nulas. Este ponto é denominado ponto neutro. A linha de união de todos os pontos neutros ao longo da chapa (em um corte feito pelo plano transversal e que contenha as forças e o raio de curvatura) é denominada linha neutra. O comprimento da linha neutra, antes e após o dobramento, é admitido permanecer o mesmo. As linhas correspondentes aos cortes, porém, entre as superfícies externa e interna e o plano transversal, não mantêm o mesmo comprimento inicial: a linha correspondente à superfície externa tem seu comprimento aumentado após o dobramento e a correspondente à superfície interna diminuído. A linha neutra é utilizada como referência - pois o seu comprimento não varia na conformação, para a verificação do desenvolvimento da peça conformada, ou seja, para a determinação das dimensões do esboço inicial que atingem, depois de conformado, as dimensões da peça
considerada. Antes da conformação, a posição da linha neutra coincide com a linha de simetria, que divide a espessura da chapa em duas partes iguais. Após a conformação, no entanto, a linha neutra se desloca em direção à superfície interna.

A deformação plástica que surge na região do dobramento causa aí uma redução de espessura da chapa, devido à ação das tensões de tração; as tensões de compressão, por outro lado, tendem a aumentar a largura da chapa. Como a largura é muito maior que a espessura, o efeito de deformação plástica é desprezível num sentido, concentrando-se quase que somente ao longo da espessura, e causando pequenas distorções na secção transversal da chapa.

A possibilidade do fissuramento na superfície externa existe se as tensões nessa região ultrapassam o limite de resistência à tração do material da chapa; na parte interna existe a possibilidade de surgimento de enrugamentos devido à ação dos esforços de compressão principalmente para as chapas de espessuras menores. Obtêm-se menores níveis de deformação plástica no dobramento da chapa quando se tem: maior raio de curvatura de dobramento, menor espessura de chapa e menor ângulo de dobramento.

O ângulo de dobramento tem que ser maior na operação de conformação do que o determinado para a peça conformada, em virtude da recuperação da deformação elástica, que é tanto maior quanto maior for o limite de escoamento do material da chapa, quanto menor for o raio de dobramento, quanto maior for o ângulo de dobramento e quanto mais espessa for a chapa. O método usual de compensar a recuperação elástica, durante as operações de conformação, é a aplicação de uma intensidade de dobramento maior, ou seja, a adoção de um ângulo de dobramento maior.

A força de dobramento, medida na matriz, aumenta quase instantaneamente quando o punção toca o esboço, decrescendo posteriormente até o nível zero, quando se completa o dobramento e o punção se retira. A rápida queda de nível da tensão de compressão na matriz é seguida do surgimento de tensões de tração, que também ocorrem após as operações de corte de chapas, mas não surgem nas operações de estampagem. Na operação de estampagem, o decréscimo da tensão de compressão na matriz, ao contrário do que ocorre nas operações de dobramento e corte, é mais lento, não causando o efeito de retrocesso rápido do nível de tensão, que provoca, por sua vez, redução da vida da ferramenta devido a fadiga.

5.3 MÁQUINAS DE ESTAMPAGEM

As máquinas de estampagem para trabalhos com chapas são de diversos tipos, e algumas operações podem ser feitas em mais de um tipo de máquina. A classificação geral dessas máquinas é a seguinte:

- máquinas de movimento retilíneo alternativo a esse grupo pertencem as prensas excêntricas, prensas de fricção, prensas hidráulicas, prensas a ar comprimido, guilhotinas e viradeiras retas;
- máquinas de movimento giratório contínuo laminadoras, perfiladoras, curvadoras e outros tipos adaptados às operações de conformação em geral.

Os tipos de máquinas mais importantes são as prensas mecânicas e hidráulicas. Estas podem, ou não, ter dispositivos de alimentação automática das tiras cortadas das chapas ou bobinas.

A seleção do tipo de máquina depende da forma, da dimensão e da quantidade de peças a ser produzida e está também associada ao tipo de ferramenta concebida.

As prensas mecânicas de efeito simples são aquelas que funcionam com um único carro acionado por um eixo excêntrico, utilizando a energia mecânica acumulada em um volante.

As prensas de duplo efeito possuem dois carros, em duas mesas superiores, uma correndo dentro da outra, para permitir a combinação das operações de forma sucessiva. As prensas mecânicas são utilizadas para as operações de corte, dobramento e estampagem rasa.

As prensas hidráulicas, mais usadas para estampagem profunda, podem ser de simples, duplo ou triplo efeito. Apóiam-se nos princípios da oleodinâmica e são acionadas por sistemas hidráulicos constituídos de bomba, cilindros e válvulas reguladoras arranjadas de forma a ser possível o controle do deslocamento, da pressão e da velocidade de operação. Em conseqüência, essas prensas apresentam uma melhor condição de controle das variáveis mecânicas do processo do que as prensas mecânicas excêntricas, apesar de operarem a velocidades menores.

5.4 FERRAMENTAS DE ESTAMPAGEM

As ferramentas de estampagem são de três tipos: ferramentas de corte, ferramentas de dobramento e ferramentas de estampagem profunda.

5.4.1 Ferramentas de corte

As ferramentas de corte por estampagem, ou comumente denominadas "estampas de corte", são constituídas basicamente de uma matriz e um punção (**Figura 5.6**). A máquina de conformação mais usada é uma prensa excêntrica.



Figura 5.6 - Ferramenta de corte

As formas de secções transversais do punção e da matriz determinam a forma da peça a ser cortada. O fio de corte é constituído pelos perímetros externos do punção e pelo perímetro interno do orifício da matriz. Para completar o estampo, existem ainda guias para o punção e para a chapa.

Um parâmetro importante de projeto de ferramenta é a folga entre punção e matriz, determinada em função da espessura e do material da chapa.

O esforço de corte para vencer a resistência do material da peça, associado ao esforço do atrito, faz com que o estampo perca o fio de corte depois de haver produzido um grande número de peças. A partir daí, as peças cortadas começam a apresentar um contorno pouco definido e com rebarbas. É necessário então fazer nova retificação, têmpera e afiação do punção e da matriz, para que adquiram outra vez os cantos-vivos.

Uma ferramenta pode produzir de vinte mil a trinta mil peças sem necessidade de retificação (no caso de um punção cilíndrico de pequenas dimensões). Como normalmente é possível realizar até quarenta retificações em um estampo. O número médio de peças produzidas por essa ferramenta é de um milhão.

A distribuição das peças (obtidas por corte) na chapa deve ser feita de modo a haver um maior aproveitamento do material; e a quantidade de peças produzidas numa única operação de corte (batida da prensa) define uma maior ou menor complexidade da ferramenta.

5.4.2 Ferramentas de dobramento

O dobramento é realizado em ferramentas denominadas estampos de dobramento. A **Figura 5.7** apresenta um desses estampos, que se compõe de uma parte superior (macho) e uma inferior (fêmea). As máquinas de conformação podem, nesse caso, ser prensa excêntrica ou prensa viradeira.

Durante a operação de dobramento, deve-se evitar que a chapa sofra um alongamento excessivo, o que provocaria uma variação em sua espessura. Para que isso não ocorra, é necessário um controle rigoroso das ferramentas e uma regulagem exata do curso da prensa.



Obs. : As flechas indicam a direção dos esforços externos atuantes no esboço.

Figura 5.7 - Ferramenta de dobramento adaptada à prensa excêntrica (a) ou à prensa viradeira (b)

Para o dobramento deve-se levar em conta o raio de curvatura utilizado para a peça e a elasticidade do material. Deve-se, ainda, evitar os cantos-vivos, sendo, portanto necessário fixar os raios externos de curvatura, a fim de que não ocorra ruptura durante o dobramento. O raio de curvatura deve ser entre uma e duas vezes a espessura da chapa para materiais moles, e entre três e quatro vezes para materiais duros.

Após a deformação, que provoca o dobramento, a peça tende a voltar a sua forma primitiva, em proporção tanto maior quanto mais duro for o material da chapa, devido à recuperação elástica. Portanto, ao se construir os estampos de dobramento, deve-se fixar um ângulo de dobramento mais acentuado, de modo que, uma vez cessada a pressão de conformação, possa se obter uma peça com o ângulo desejado.

Para se conformar uma peça é muitas vezes necessário efetuar o dobramento por etapas, em diversos estampos.

5.4.3 Ferramentas de estampagem profunda

A **Figura 5.8** apresenta uma ferramenta de embutimento de um copo. O disco ou esboço que se deseja embutir é colocado sob o sujeitador (ou prensas-chapas), o qual prende a chapa pela parte externa. O punção está fixado no porta-punção e o conjunto é fixado à parte móvel da prensa. A matriz é fixada na base, que, por sua vez, é fixada na mesa da prensa. A máquina de conformação é uma prensa excêntrica para peças pouco profundas ou uma prensa hidráulica para embutimento mais profundo.



Figura 5.8 - Ferramenta de estampagem profunda de um copo (figura simplificada).

A fabricação de uma peça pode exigir diversas etapas de embutimento, o que torna necessária a utilização de uma série de ferramentas com diâmetros, da matriz e do punção, decrescentes. O número de etapas depende do material da chapa (normalmente no estado recozido) e das relações entre o disco inicial e os diâmetros das peças estampadas.

Na fabricação da ferramenta, é importante a obtenção de superfícies lisas e o controle das tolerâncias dimensionais do conjunto punção-peça-matriz. Esses dois fatores, associados a uma lubrificação abundante, podem reduzir sensivelmente os esforços de conformação e o desgaste da ferramenta.

No projeto da ferramenta são considerados os esforços de conformação e os esforços de sujeição: se o sujeitador aplicar uma pressão excessiva, pode ocorrer a ruptura da peça na conformação e, se a pressão for muito pequena, podem surgir rugas nas laterais da peça.

5.4.4 Materiais para ferramentas de estampagem

Os materiais para as ferramentas de estampagem são selecionados em função dos seguintes fatores: tamanho e tipo de ferramenta (corte, dobramento, embutimento), temperatura de

trabalho (na estampagem geralmente o processo é conduzido a frio) e natureza do material da peça.

Os dois componentes mais importantes da ferramenta são o punção e a matriz e, dependendo do tipo do processo, as solicitações mecânicas podem ser de desgaste, de choque e de fadiga.

Os materiais de uso mais comum para o conjunto punção-matriz são aços-liga da categoria "aços para ferramentas". Para os demais componentes estruturais são normalmente utilizados aços de baixo e médio carbono e para os elementos mais solicitados (molas, pinos, etc.) aços-liga de uso comum na construção mecânica. Para elevar a resistência do desgaste, particularmente das ferramentas de corte, empregam-se alguns tipos de metal duro (carboneto de tungstênio aglomerado com cobalto), na forma de pastilhas inseridas em suportes de aço.

5.5 CONTROLE DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM

Enquanto as etapas de processamento, já descritas, são relativamente simples de se compreender, o controle do processo exige uma análise mais detalhada.

O processo de estampagem de chapas metálicas é controlado por diversos fatores de natureza mecânica e metalúrgica. Entre os fatores de natureza mecânica pode-se mencionar: a forma e as dimensões da peça, a máquina de conformação (o tipo de prensa empregado), a forma e dimensões das ferramentas (punção e matrizes) e as condições de lubrificação. Esses fatores têm influência direta na definição dos estados de tensão e deformação existentes em cada instante do processo nas diversas regiões da peça em formação. O estado de tensão altera as condições de escoamento e, portanto, de comportamento plástico do material da peça.

Os fatores da natureza metalúrgica, relacionados ao material da peça, são a sua composição química e a sua estrutura, fatores estes que dependem, por sua vez, dos processos de fabricação e de laminação associados aos tratamentos térmicos de recozimento, que afetam as propriedades mecânicas do material da chapa que são de importância fundamental em seu comportamento na estampagem. De natureza metalúrgica é ainda a influência- dos tratamentos térmicos de recozimento intermediários quando o processo é dividido em diversas etapas de estampagem.

No que se refere à forma da peça, pode-se afirmar que, quanto mais complexa for, mais difícil se torna a determinação dos esforços necessários à conformação e dos limites máximos admissíveis de deformação plástica, ou seja, da conformabilidade na estampagem (estampabilidade). À complexidade da forma, associa-se a complexidade da natureza de evolução do processo, que se caracteriza por uma condição não-estacionária: a cada instante, durante a penetração do punção na matriz, a peça em processamento se apresenta de uma forma diferente e intermediária entre o recorte de chapa inicial e a peça final. O estudo da estampagem de um copo, a partir de um esboço na forma de um disco plano, corresponde a uma condição simplificada, porém típica, do processo de estampagem. Nessa condição, no que se refere ainda à forma e dimensões da peça, é importante estabelecer a redução de dimensões, em termos de relação porcentual, entre a diferença do diâmetro do disco e do diâmetro do copo, em relação ao diâmetro do disco. A redução máxima admissível, isto é , aquela em que não provoca a ruptura da chapa, é um índice da estampabilidade da chapa. Outro índice de natureza geométrica, que pode

ser adotado, é a relação entre a altura e o diâmetro do copo conformado. A espessura da chapa exerce, por sua vez, a seguinte influência: à medida que aumenta, cria condições menos favoráveis ao enrugamento da peça, mas eleva, ao mesmo tempo, o esforço de conformação.

A conformação de peças a partir de chapas pode ser feita utilizando-se prensas mecânicas ou hidráulicas. Para a estampagem profunda, são preferidas as prensas hidráulicas de dupla ação, pois estas conferem ao processo condições de velocidade de deformação controlada e constante, e uma maior uniformidade na aplicação da pressão de sujeição. Além disso, apresentam uma larga faixa de capacidade de conformação, e podem também apresentar grandes espaços para a colocação da ferramenta de conformação e distâncias elevadas entre a mesa superior e inferior da prensa. A capacidade da prensa é determinada comumente em função do cálculo da máxima força necessária à fabricação de uma peça, através de expressões empíricas que permitem calcular, superestimando, a força máxima de conformação. A velocidade da prensa depende de algumas das condições de operação, tais como: tipo do material da chapa, forma da peça (particularmente quanto à simetria) e natureza do lubrificante.

A ferramenta de conformação exerce uma influência muito grande através dos raios do punção e da matriz. Enquanto que o dobramento da chapa sobre o raio de concordância do punção é praticamente estacionário, sobre o raio da matriz de estampagem profunda ocorre um intenso deslizamento da chapa. Tal fato demonstra a importância de se considerar o raio da matriz como um fator de influência no processo de estampagem. Como se mencionou em item anterior, esses raios devem ser suficientemente grandes para não elevar exageradamente o esforço de conformação e, conseqüentemente, não reduzir a capacidade de estampagem de uma determinada peça.

A lubrificação concorre decisivamente para reduzir os esforços de atrito entre a chapa e a matriz e entre o punção e o sujeitador. A natureza do lubrificante é determinada em após a conformação, com relativa facilidade. Essas características são comumente contraditórias, na medida em que os lubrificantes que suportam melhor as elevadas função do nível do esforço de conformação são os que apresentam maior dificuldade para a sua remoção posterior.

5.6 PRODUTOS ESTAMPADOS

5.6.1 Classificação dos produtos estampados

A classificação é muito simples e se baseia na forma da peça e, conseqüentemente, no tipo do processo de conformação aplicado, como foi descrito no item referente aos conceitos iniciais do processo.

Os materiais metálicos de uso mais comum nas chapas são os aços de baixo carbono que, para as operações de estampagem profunda, devem possuir características de elevada conformabilidade plástica. O latão 70-30 (liga de cobre com 30% de zinco) é o material que apresenta um dos maiores índices de estampabilidade, sendo por isso empregado em peças cujos requisitos justifiquem a seleção de um material de custo elevado. O cobre, o alumínio, o zinco e outros metais não-ferrosos, e suas ligas (na forma de chapas, tiras e folhas), podem ser também submetidos com facilidade, dependendo do tipo de liga, ao processo de estampagem profunda e conformação por estampagem em geral.

5.6.2 Defeitos na estampagem profunda

Os principais defeitos encontrados em peças embutidas originam-se basicamente de defeitos preexistentes na chapa, de defeitos no projeto e construção da ferramenta e de defeitos na conservação das ferramentas.

Os principais defeitos em peças embutidas, as causas e as recomendações para sua prevenção são as seguintes: pregas, furos alongados, estrias, diferenças de espessuras nas laterais da peça, e rompimento do fundo da peça.

5.6.3 Propriedades dos produtos estampados

Como o processo de estampagem é realizado a frio, na região de formação plástica da peça ocorre uma elevação da resistência mecânica (encruamento). Nessa região, a peça apresentará então uma resistência mecânica maior do que a da chapa inicial (comumente no estado recozido). Como, para efeito de cálculo da resistência da peça, toma-se normalmente como base a resistência do material da chapa, o projeto da peça é realizado a favor da segurança. Convém destacar que é muito comum na concepção de peças grandes (painéis, coberturas, etc.) a utilização de perfis, conformados de chapas, ou nervuras ou rebaixos na própria peça para aumentar a rigidez.

O controle das propriedades mecânicas das peças estampadas não é um procedimento rotineiro, sendo o controle de defeitos o procedimento habitual de verificação da qualidade.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (ALTAN, 1983,2008; BOLJANOVIC, 2004; EARY & REED, 1958; Forming and Forging, 2005; HOSFORD,2007; HU, 2002; Metal Forming Practice, 2006; PETERSON, 1994; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROSSI, 1979; SCHULER, 1998; SZUMERA, 2002).

6

Forjamento

6.1 CONCEITOS INICIAIS

Forjamento é o processo de conformação por meio do qual se obtém a forma desejada da peça por martelamento ou aplicação gradativa de uma pressão. A maioria das operações de forjamento é efetuada a quente, embora certos metais possam ser forjados a frio. Neste item, contudo, será tratado principalmente o forjamento convencional, ou seja, o processo conduzido a quente.

Existem duas classes principais de equipamentos de forjamento: os martelos e as prensas; os martelos provocam deformação do metal por impacto e as prensas submetem o metal a uma força de compressão em baixa velocidade.

O processo de forjamento subdivide-se em duas categorias: forjamento livre, ou em matriz aberta, e forjamento em matriz fechada, conhecido apenas como forjamento em matriz.

No processo de forjamento livre (**Figura 6.1a**) o material é deformado entre ferramentas planas ou de formato simples. O processo de deformação é efetuado por compressão direta e o material escoa no sentido perpendicular à direção de aplicação da força (caminho de menor atrito). Esse processo é usado geralmente para grandes peças, ou quando o número a ser produzido é pequeno não compensando a confecção de matrizes caras. Freqüentemente o forjamento livre é usado para pré-conformar a peça para forjamento em matriz.

No forjamento em matriz (**Figura 6.1b**) o material é deformado entre duas metades de matrizes, que fornecem a forma desejada à peça. A deformação ocorre sob alta pressão em uma cavidade fechada e, assim, se obtém peças forjadas com tolerâncias dimensionais mais estreitas. É necessário um grande volume de produção de peças para justificar as matrizes de elevado custo. É importante, nesse processo, utilizar material em quantidade suficiente de modo que a cavidade da matriz seja completamente preenchida. Como é difícil determinar exatamente essa quantidade, costuma-se trabalhar com um ligeiro excesso. Ao final do processo de forjamento, o excesso de material sai da cavidade da matriz para a chamada "bacia de rebarba", sendo que a última operação de forjamento em matriz é a remoção dessa rebarba.

Um processo convencional de forjamento é composto por uma série de passos típicos: corte, aquecimento, forjamento livre e forjamento em matriz (em uma única etapa ou em mais), rebarbação e tratamento térmico.

Através da deformação plástica produzida pelo forjamento, podem-se conseguir dois efeitos: dar a forma desejada à peça e melhorar as propriedades mecânicas do metal (modificando e distribuindo seus constituintes e refinando o grão).

Diversos metais e ligas metálicas podem ser forjados, tais como: aços-carbono, aços-liga, aços para ferramentas, aços inoxidáveis, ligas de alumínio, ligas de cobre e ligas de titânio. As principais formas iniciais para o forjamento são o metal fundido e o metal laminado. O metal laminado é mais indicado do que o fundido, pois possui estrutura mais homogênea.





Figura 6.1 - Representações esquemáticas dos processos de forjamento



(a) FORJAMENTO LIVRE

(b) FORJAMENTO EM MATRIZ

6.2 MECÂNICA DO FORJAMENTO

A análise das tensões e deformações presentes no processo de forjamento encontra-se na parte III - Mecânica da Conformação Plástica desta publicação por meio de exemplos desenvolvidos.

6.3 MÁQUINAS DE FORJAMENTO

Os equipamentos de forjamento podem ser classificados, de acordo com princípio de operação, em: martelos e prensas de forjamento

Nos martelos, a força é provocada por um peso cadente, ou martelo. O impacto provoca deformação do metal a uma alta velocidade e essa deformação ocorre primeiramente nas camadas superficiais da peça. Essas máquinas são energeticamente limitadas, pois a deformação resulta da dissipação da energia cinética do martelo.

Existem três tipos de martelos de forjamento:

- martelo de queda livre,
- martelo de dupla-ação,
- martelo de contra-golpe.

Com o martelo de forjamento, podem ser forjadas grandes variedades de formas e tamanhos de peça. É possível girar a peça entre golpes sucessivos, colocá-la em diferentes cavidades e cortar a forma final com pequenas perdas de material. Normalmente uma peça é forjada com várias pancadas repetidas. Um martelo de forjamento, dependendo de seu tamanho e capacidade, pode aplicar de 60 a 150 pancadas por minuto.

As prensas de forjamento submetem o metal a uma força de compressão à baixa velocidade. A pressão aumenta quando o material está sendo deformado e isso provoca uma penetração maior da zona deformada na peça.

São três os principais tipos de prensas usadas em forjamento: prensas hidráulicas, prensas mecânicas (excêntricas e de fricção) e prensas recalcadoras.

6.3.1 Martelo de queda livre

Este equipamento consiste de uma base que suporta colunas, nas quais são inseridos as guias do suporte da ferramenta e o sistema para a elevação da massa cadente até a altura desejada.

O mecanismo de elevação é geralmente acionado por um pedal, de maneira a deixar livres as mãos do operador para a manipulação da peça. Existe uma grande variedade de sistemas de elevação, destacando-se entre eles aquele no qual a massa cadente é elevada mediante a pressão exercida por ar comprimido em um pistão colocado no topo do martelo . Esse tipo de acionamento oferece a vantagem de maior velocidade e maior rendimento do que os sistemas com cintas ou correntes metálicas. O levantamento pode ser feito, de forma semelhante, através de cilindro hidráulico: a massa, nesse caso, tem alta velocidade de subida, devido às altas pressões imprimidas no cilindro por uma bomba de óleo.

O trabalho máximo produzido pela massa cadente é a capacidade nominal do martelo. Esse trabalho, que pode ser transmitido ao metal, depende basicamente do peso do sistema cadente e da velocidade final no momento do início do impacto.

Sendo:

T = trabalho fornecido pelo sistema cadente (Joule)

Q = peso do sistema cadente (N)

H = altura máxima da queda (m)

M = massa do sistema cadente (kg)

V = velocidade do instante do impacto (m/s)

g = aceleração da gravidade (m/s²)

O trabalho que pode ser transmitido (ou energia de golpe) é expresso através da energia cinética disponível imediatamente antes do início do impacto:

 $T = (M.V)^2/2 = (Q.V)^2 / 2.g$

e, para a queda livre,

V = 2.g.H

Então, a capacidade nominal do martelo é dada pela expressão:

T = Q.H

Esse tipo de equipamento é limitado pela massa do martelo e pela altura máxima de elevação dessa massa, embora alguns equipamentos modernos sejam providos de meios para variar a magnitude de massa cadente.

6.3.2 Martelo de dupla ação

Diferenciam-se dos martelos de queda livre pelo sistema de levantamento e queda da massa cadente. Neste caso a energia é fornecida não somente pelo peso da massa, causada por um acionamento pneumático ou hidráulico. Os martelos de dupla-ação são preferidos aos martelos de queda livre quando se trata do forjamento em matriz.

Neste equipamento, a massa cadente é conectada a um pistão contido em um cilindro no topo do martelo. O pistão é acionado geralmente por vapor ou ar comprimido. O sistema de válvulas do cilindro pode ser controlado de modo a acelerar ou desacelerar a massa cadente na proporção desejada e, portanto, é possível variar a intensidade de cada golpe. A força exercida pelo pistão pode chegar a vinte vezes o peso da massa cadente.

Sendo:

F= força exercida pelo pistão à massa cadente para imprimir uma maior aceleração à massa (N)

a = aceleração provocada pela força F (m/s²)

V = 2 (q+a) H, mas como

 $a = F/M \in M = Q/g$, então

V = 2.g.H[1+(F/Q)]

O trabalho máximo fica, portanto:

$$T = (m.V^2)/2 = (m/2). 2. G. H [1+(F/Q)] = (Q+F). H$$

6.3.3 Martelo de contragolpe

Caracteriza-se por duas massas que se chocam no meio do percurso com a mesma velocidade, sendo que a massa superior é acionada por um sistema pistão-cilindro. A massa inferior, ligeiramente menor que a superior (cerca de 5%) é acoplada normalmente à superior por meio de cabos.

Os martelos de contragolpe apresentam, em relação aos tipos anteriores, algumas vantagens, entre as quais se podem mencionar: maior rendimento, pois o trabalho é absorvido entre duas massas que se chocam e muito pouco dele é transmitido às fundações, resultando em menor vibração transmitida ao solo e à própria peça; e maior velocidade de acionamento, do que a correspondente de um martelo de queda livre de mesma capacidade. Possuem, entretanto, as seguintes desvantagens: maior desalinhamento entre as partes superior e inferior da matriz; necessidade da força de forjamento estar localizada no meio da matriz para evitar grandes atritos entre as massas e as guias; impossibilidade de manipulação da peça durante o movimento, pois, ao contrário do martelamento simples, onde o operador pode virar a peça durante os vários golpes do martelo, aqui ambas (massas e guias) encontram-se em movimento; e maiores despesas de manutenção.

6.3.4 Prensas para forjamento

Para forjar peças grandes, as prensas hidráulicas verticais com um cilindro na parte superior são especialmente adequadas. É o único tipo de prensa que aplica uma pressão uniforme com uma velocidade de deformação quase constante. Esse equipamento é de força restrita: sua capacidade de executar uma operação de forjamento é limitada pela sua máxima capacidade de carga.

As prensas mecânicas excêntricas são muito usadas para forjar peças de tamanhos médios e pequenos, devido à facilidade de manuseio e ao baixo custo de operação. A aplicação de força sobre o material é comandada por um excêntrico, sendo, por isso, essa máquina conhecida como de curso limitado.

As prensas de fricção possuem dois pratos de fricção unidos axialmente a uma árvore. O sentido de rotação da árvore pode ser invertido de modo que a rosca sem-fim possa subir e descer. A descida da massa giratória desenvolve uma notável energia cinética que é usada para executar o trabalho de conformação. Essas máquinas são indicadas para cunhar moedas, medalhas e objetos similares, em aço ou em metais duros.

Existem também máquinas forjadoras do tipo prensas horizontais, que são utilizadas para grandes produções de peças recalcadas e extrudadas a quente ou a frio (por exemplo: recalque de cabeça de parafusos). A ilustração de uma operação de recalque encontra-se na **Figura 6.3**. A **Tabela 6.1** apresenta valores típicos de velocidades para diferentes equipamentos de forjamento.

TABELA 6.1 Velocidades mais comuns em máquinas de forjamento (ALTAN in DIETER p. 500)

MÁQUINAS	FAIXA DE VELOCIDADES (m/s)
Martelo de queda livre	3,6 - 4,8
Martelo de dupla ação	3,0 - 9,0
Prensa excêntrica	0,06 - 1,5
Prensa hidráulica	0,060 - 0,30



Figura 6.2 – Forjamento livre com operação de recalque realizado em prensa horizontal

6.4 MATRIZES DE FORJAMENTO

As matrizes de forjamento são submetidas a altas tensões de compressão (podendo chegar até 2 GPa), a uma alta solicitação térmica (em decorrência do contato com o metal aquecido) e,

ainda, a choque mecânico. Devido a essas solicitações, são requeridas as seguintes características dos materiais para matrizes: alta dureza, elevada tenacidade, resistência à fadiga, alta resistência mecânica a quente e alta resistência ao desgaste.

Os materiais mais utilizados para matrizes de forjamento são aços-liga e metal duro. Para conformação de metais não ferrosos leves (alumínio e suas ligas), os aços cromo-níquel e cromo-níquel-molibdênio são preferidos pela sua alta tenacidade. Para a conformação do aço, os aços ligados ao tungstênio são os mais utilizados devido a sua elevada resistência a quente.

Quando se deseja matrizes com maior dureza e maior resistência à compressão, pode se utilizar o metal duro (carboneto de tungstênio sinterizado com cobalto). Essas matrizes são confeccionadas pelo processo de metalurgia do pó.

6.5 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE FORJAMENTO

6.5.1 Forjamento em matriz aberta

É o processo em que o material sofre conformação por compressão em matrizes planas, ou geometricamente simples, e escoa na direção das superfícies. Esse processo é comumente aplicado a barras limitadas totalmente aquecidas ou aquecidas somente na extremidade.

As operações básicas do forjamento livre são: recalque, estiramento e alargamento (**Figura 6.3**). No recalque o material escoa no sentido transversal da peça. Na operação de estiramento, devido às pancadas sucessivas, o material escoa na direção do eixo da peça, alongando-a. Ocorre, contudo, simultaneamente, uma expansão perpendicular ao eixo, ou seja, um alargamento. Um exemplo típico de estiramento é a transformação de uma barra de secção redonda em barra de secção hexagonal ou quadrada.





Além das três principais operações de forjamento livre, outras podem ser classificadas nesse tipo de processo, pois utilizam as mesmas ferramentas e dispositivos. Muitas delas, contudo podem ser realizadas no forjamento em matriz. Essas outras operações de forjamento livre são: furação, dobramento, fendilhamento, ampliação, corte e rebaixamento. No fendilhamento (**Figura 6.4a**) o material aquecido é separado por meio de um mandril de furação provido de gume. Depois que a ferramenta é impelida até a metade da peça, esta é virada para ser fendilhada ao lado oposto. A expansão (**Figura 6.4b**) é uma operação usada geralmente após o fendilhamento, servindo para alargar a fenda. A operação de corte (Figura 6.4c) é usada para remover o material excedente por cisalhamento. O rebaixamento é utilizado para produzir rebaixos com cantos-vivos: a peça é inicialmente entalhada na região pretendida e, posteriormente, é forjada até a espessura desejada.



Figura 6.6 – Operações de forjamento em matriz aberta: (a) fendilhamento, (b) expansão e (c) corte

6.5.2 Forjamento em matriz fechada

É um processo pelo qual o material sofre conformação por compressão e é impelido em direções determinadas pela forma da ferramenta (matriz).

De acordo com a forma da peça inicial, o forjamento em matriz fechada pode ser classificado em:

- forjamento a partir da barra usado para peças alongadas de 2 a 3 kg; a barra, com cerca de 2 m de comprimento, e cerca de 50 mm de diâmetro, é trabalhada em uma das extremidades enquanto a outra permanece fixada pelo operador; a peça é cortada da barra na última pancada do forjamento;
- *forjamento a partir de tarugos -* usado para peças grandes e pesadas; os blocos são previamente cortados e posicionados com uma tenaz durante o forjamento;
- *forjamento de elementos estampados* usado na produção de pequenas peças delgadas; o eixo da peça fica sempre perpendicular à direção do impacto.

Para peças não demasiadamente complexas são aplicadas as seguintes etapas de trabalho.

- 1) *corte* etapa não necessária para o forjamento de barras, o corte de tarugos pode ser feito por cisalhamento ou serramento;
- 2) aquecimento realizado em fornos;

- forjamento intermediário é realizado somente quando se torna difícil a conformação em uma só etapa, sendo que, normalmente, as operações intermediárias são de dobramento ou de esboçamento da secção transversal;
- 4) forjamento final é feito em matriz, já com as dimensões finais da peça;
- 5) corte de peça forjada da barra (não é necessário no forjamento de tarugos);
- 6) tratamentos térmicos;
- 7) tratamentos superficiais posteriores.

6.5.3 Tratamentos térmicos de forjados

As peças forjadas são submetidas a tratamentos térmicos posteriores com as seguintes finalidades: remoção das tensões internas introduzidas durante o forjamento e o esfriamento do forjado, homogeneização da estrutura da peça forjada e melhoria de sua usinabilidade e de suas propriedades mecânicas.

Os principais tratamentos térmicos empregados em produtos de aços forjados são o recozimento e a normalização.

O recozimento consiste no aquecimento do aço forjado a uma temperatura de 750 a 900°C, dependendo de seu teor de carbono, seguido por esfriamento lento. Esse tratamento térmico possibilita: refinar o grão (obtido no forjamento a altas temperaturas), remover as tensões internas introduzidas durante o trabalho a quente do metal e provocar certo amolecimento. Como conseqüência dessas modificações, as propriedades mecânicas e a usinabilidade dos forjados são melhoradas.

A normalização consiste no aquecimento do aço forjado em um forno, como no caso do recozimento, e esfriamento ao ar livre. Nesse caso se obtém uma estrutura refinada em grau bem maior que a obtida no recozimento. As propriedades mecânicas também são melhoradas e as tensões internas removidas.

6.5.4 Temperatura e velocidade de forjamento

6.5.4.1 - Temperatura de forjamento

A diferença entre as temperaturas inicial e final do forjamento é conhecida como intervalo de temperatura de forjamento.

O metal para ser forjado precisa ser aquecido a uma temperatura tal que lhe confira elevada plasticidade, tanto no início como no final do processo de fabricação. Conseqüentemente, torna-se interessante aquecer o metal a altas temperaturas, pois sua forjabilidade aumenta. Os metais não ferrosos com base em ligas de cobre e de alumínio são forjados nas temperaturas entre

300 e 800 °C, e os aços nas temperaturas entre 800 e 1100 °C, dependendo das composições químicas desses materiais.

6.5.4.2-Perdas de temperatura

Na conformação a quente, quedas de temperaturas ocorrem devido ao esfriamento da peça em contato com o ar (radiação de calor) e com a ferramenta fria (transmissão de calor).

Os aços com maior teor de carbono possuem menor condutibilidade térmica, podendo, portanto ser aquecidos a temperaturas mais baixas que os de menor teor de carbono.

A perda da temperatura decorrente da transmissão de calor para a ferramenta é mais importante do que a perda da temperatura por radiação. A diferença da temperatura entre a peça e a ferramenta determina a velocidade do esfriamento: para os aços, pré-aquecendo se a ferramenta até 300°C é possível reduzir a velocidade de esfriamento; para os metais não-ferrosos, é possível pré-aquecer as ferramentas até a temperatura de forjamento.

Outros fatores que influem no esfriamento da peça por transmissão de calor são: o tempo de contato peça-ferramenta (que deve ser o menor possível) e a superfície da peça (quanto maior a superfície de contato, comparada com o volume da peça, maior será a perda de temperatura).

6.5.4.2-Ganhos de temperatura

Durante a conformação ocorre também um aquecimento da peça devido à energia de deformação. Esse aquecimento é, contudo, consideravelmente menos importante do que as perdas mencionadas, não permitindo uma certa compensação. Apenas em casos excepcionais de aços altamente ligados, submetidos a elevada conformação, é possível que esse aquecimento se sobreponha ao esfriamento. Na conformação a frio, isso se modifica. Nesse caso a energia necessária provoca um aquecimento sensível da peça. aumenta com o aumento desta. O perigo do superaquecimento, no entanto, é um fator limitante para esse aumento.

O aço é aquecido de 1100 a 1280°C, ou seja, a um nível de 180 a 200°C abaixo da temperatura de fusão, dependendo de sua composição, obtendo-se assim uma estrutura de grãos grossos. Durante o forjamento esses grãos são refinados, mas, se a temperatura final do forjamento for alta (acima de 900°C) os grãos poderão crescer durante o esfriamento da peça ao ar e a mesma, nesse caso, poderá ter resistência mecânica menor.

Para se obter peças forjadas com boa qualidade, o processo precisa ser completado a uma temperatura definida para cada tipo de aço. O forjamento realizado a temperaturas abaixo da temperatura estabelecida (700 a 900°C) não é recomendado, porque o material fica encruado e a peça sujeita a fissuramento O encruamento pode ser eliminado por recozimento, mas as fissuras não. Os intervalos de forjamento dos aços estão indicados na tabela 6.2.

Velocidade de deformação

Outro fator muito importante na conformação a quente é a velocidade de deformação, que influi sobre a resistência que o metal opõe à conformação. A resistência à conformação é maior para os processos dinâmicos (martelo) comparados com os quase-estáticos (presnas hidráulicas).

6.6 PRODUTOS FORJADOS

6.6.1 Classificação de produtos forjados

A classificação destes produtos pode se dar em função do processo a que foi submetido e da qualidade, particularmente dimensional, do produto acabado. Assim sendo, podem ser: forjados em matriz aberta e forjados em matriz fechada; forjados em martelos, forjados em máquinas forjadoras; forjados a quente ou a frio; e forjados de diferentes níveis de precisão dimensional, de acordo com normas internacionais convencionais.

6.6.2 Defeitos típicos de produtos forjados

Podem ser mencionados os seguintes defeitos típicos de peças forjadas, decorrentes de falhas na matéria-prima ou da técnica de operação; falta de redução, trincas superficiais, trincas nas rebarbas, trincas internas, gotas, incrustações de óxidos, queimas e descarbonetação.

6.6.3 Propriedades de produtos forjados

Existe uma grande diferença de características mecânicas (resistência e ductibilidade) entre os forjados a quente e a frio.

Estes últimos apresentam o material encruado, isto é, com limites de resistência maiores e ductibilidades menores. Em alguns casos é possível substituir um material de custo maior (açoliga), usado no processo de forjamento a quente, por outro de custo menor (aço-carbono), aplicando o processo de forjamento a frio, obtendo assim uma peça forjada de propriedades mecânicas equivalentes.

Quanto maior a secção transversal de uma peça conformada, a frio ou a quente, maior é a diferença de propriedades (por exemplo, a dureza) entre as regiões superficiais e centrais da peça. Além disso, é marcante também a diferença de propriedades entre as direções de escoamento do material (longitudinal e transversal) e as direções normais (direção de aplicação do esforço de conformação). Isso decorre da formação de "fibras", ou melhor, da orientação cristalina preferencial. Conseqüentemente, no projeto da peça devem-se considerar as direções das solicitações mecânicas, estáticas e dinâmicas, que serão aplicadas quando em serviço de forma compatível com as direções de maior resistência na peça.

O estado da superfície também depende de como o processo é conduzido, se a quente ou a frio. No caso do último, obtém-se um índice de rugosidade superficial bem menor. Outros fatores, no entanto, também influenciam: intensidade da deformação, condições de lubrificação e estado superficial da ferramenta (nova e usada). De forma geral, quanto maior o número de operações de forjamento aplicado a uma peça, menor será a rugosidade superficial.

A precisão das dimensões da peça depende essencialmente dos procedimentos de fabricação, do estado de conservação das máquinas e das matrizes de forjamento, das dimensões (e volume) da peça inicial e das características de fabricação (forjabilidade) do material da peça. E, ainda, no caso de forjamento a quente, as tolerâncias dependem da temperatura de trabalho, da intensidade de oxidação superficial e das perdas de material (queima). Em decorrência disso, o controle da

qualidade dimensional do forjado não é uma operação simples. Algumas normas técnicas, nacionais e internacionais, estabelecem as variações dimensionais admissíveis para determinados tipos de peças e materiais constituintes dessas peças, destacando-se o fato de que as peças forjadas a frio podem apresentar tolerâncias mais estreitas. Se as exigências de variações dimensionais forem menos rigorosas, pode-se ter uma maior utilização (vida) da matriz.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (ALTAN, 1999, 2004; BIDÁ, 2007; BIILIGMANN, 1979; Forming and Forging, 2005; KAMENSCHINIKOV,1970; KOBAYASHI, 1989; Metal Forming Practice, 2006; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROSSI, 1971; WAGONER, 2005).

Parte 2

Metalurgia

1

Conceitos Fundamentais da Estrutura Cristalina dos Metais

1. 1 ELEMENTOS DE CRISTALOGRAFIA

Os sólidos formados pelo agrupamento de átomos, segundo determinada ordem, que se repete nas três dimensões, são denominados *cristais*. Essa estrutura, de natureza periódica, forma uma rede de pontos no espaço denominada *reticulado cristalino*, onde cada ponto e sua vizinhança são idênticos aos demais

Os pontos do reticulado cristalino localizam as posições dos átomos; e a forma geométrica dessa disposição define a *estrutura cristalina*; a estrutura cristalina se apresenta com determinadas simetrias, caracterizando formas de corpos sólidos, tais como a cúbica ou a prismática de base hexagonal.

Se por um lado pode-se imaginar um grande número de tipos de estruturas cristalinas, segundo as diversas formas de sólidos geométricos, por outro, são concebidos apenas catorze tipos de reticulados cristalinos, considerando as igualdades e desigualdades dos comprimentos dos eixos de união dos pontos do reticulado e dos ângulos formados por esses eixos.

Os cristais de maior simetria são aqueles nos quais os eixos formam ângulos retos entre si e apresentam comprimentos iguais, constituindo a forma geométrica do cubo. No estudo da natureza dos minerais, ou seja, na mineralogia, é comum considerar mais seis diferentes *sistemas de eixos* com determinadas condições de igualdades e desigualdades de ângulos e comprimentos, com a finalidade de permitir a classificação cristalográfica dos minerais. Esses sete sistemas são: cúbico, triclínico, monoclínico, ortorrômbico, tetragonal, hexagonal e romboedral.

A célula unitária de uma estrutura cristalina é o menor agrupamento de átomos que mantém a forma geométrica do cristal e a repetição dessa célula, nas três dimensões, constitui o reticulado cristalino. Pode-se ainda conceituar a célula unitária como o menor paralelepípedo formado com os eixos do cristal. As células de um cristal são, portanto, idênticas entre si na forma, tamanho e orientação. A célula unitária pode ter pontos do reticulado não somente em seus vértices, mas também no centro das suas faces ou do seu corpo.

1.2 ESTRUTURA CRISTALINA DOS METAIS

Os cristais metálicos são constituídos de íons positivos envolvidos por uma atmosfera de elétrons negativos. A estrutura cristalina é mantida pelo equilíbrio das forças de atração entre os

íons positivos e os elétrons negativos, e das forças de repulsão dos íons positivos entre si e dos elétrons negativos entre si. A grande mobilidade da atmosfera de elétrons através do reticulado cristalino confere aos metais elevada condutibilidade elétrica e térmica.

A maioria dos cristais metálicos se cristaliza nos sistemas denominados cúbico de faces centradas, cúbico de corpo centrado e hexagonal compacto; essas formas se caracterizam por apresentar planos de átomos empilhados segundo uma seqüência de natureza simples (**Figura 1.1**).

A estrutura hexagonal compacta (hc) se caracteriza por apresentar planos compactos, isto é, planos de átomos justapostos, onde cada um dos átomos de um plano se encaixa na depressão deixada pelos átomos do outro plano subseqüente na ordem de empilhamento, de modo que cada átomo de um plano se apóia, tangenciando, em três átomos do plano adjacente. O terceiro plano, na seqüência de empilhamento, localiza os átomos na mesma posição de empilhamento do primeiro plano, caracterizando a seqüência ABABAB... A natureza compacta dessa estrutura conduz à obtenção de uma maior densidade de empacotamento de esferas justapostas, representativas dos átomos; cada átomo tem doze outros átomos vizinhos tangentes: três abaixo e seis do mesmo plano (**Figura 1.2**).

A estrutura cúbica de faces centradas (cfc) está relacionada à estrutura hexagonal compacta e se diferencia pela forma de empilhamento do terceiro plano, onde os átomos posicionam-se de tal forma que ficam na mesma direção, num eixo perpendicular aos planos, dos espaços intersticiais, isto é, entre os átomos do primeiro plano. Verifica-se, numa estrutura, a seqüência de empilhamento do tipo ABCABCABC...

A célula unitária da estrutura hexagonal compacta é constituída de um prisma hexagonal com o centro e os vértices das bases preenchidos com átomos, e com três átomos justapostos e apoiados simetricamente entre a base inferior e superior do prisma. A célula cúbica de faces centradas é constituída de um cubo com vértice e os centros das faces ocupadas por átomos justapostos.

Na estrutura cúbica de faces centradas, cada átomo possui doze vizinhos tangentes, como no caso da estrutura hexagonal compacta. Entretanto, a estrutura cúbica de corpo centrado (ccc) não é compacta e sua célula unitária se caracteriza por apresentar um átomo em cada vértice de um cubo e um átomo no centro desse cubo.

1.3 PARÂMETROS DA ESTRUTURA CRISTALINA

Para definir a estrutura, de um determinado metal, é necessário caracterizar algumas dimensões da célula unitária, denominados parâmetros da estrutura - além da forma geométrica do cristal.

No caso do sistema cúbico deve-se definir o parâmetro do reticulado *a*, que corresponde à distância entre os pontos do reticulado correspondente aos vértices do cubo, ou seja, a aresta do cubo. No caso do sistema hexagonal o parâmetro *a* corresponde à aresta do hexágono da base. Além desse parâmetro, contudo, é necessário definir a altura do prisma, ainda considerando os pontos do reticulado, com o parâmetro **c** (**Figura 1.3**).

O raio atômico r, por sua vez, é definido como a metade da distância entre dois átomos vizinhos, tangentes entre si, admitidos com a forma esférica. Pode-se determinar o raio atômico r em função dos parâmetros do reticulado.



Figura 1.2 - Empilhamento de planos de átomos nos sistemas he e cfe



Figura 1.3 – Parâmetros dos reticulados dos sistemas hc, ccc e cfc

O número de coordenação expressa o número de átomos vizinhos de cada átomo. A *densidade de empacotamento* indica a fração de volume ocupado pelos átomos (esféricos) em relação ao volume total da célula.

A estrutura completa (ou idealmente compacta), admitindo os átomos esféricos, é a que apresenta a *relação de empacotamento* c/a igual a 1,633.

Os diâmetros dos átomos são muito pequenos e da ordem de poucos nanômetros (1 nm $= 10^{-9}$ m).

TABELA 1.1 Relação entre os parâmetros da estrutura cristalina

		Densidade de 🛛 🛛 🕅	№. de
Estrutura	Raio Atômico (r)	empacotamento (d)	coordenação (n)
ссс	a√3/4	0,68	8
cfc, hc	a √2/4	0,74	12

TABELA 1.2 Estrutura cristalina dos principais metais (à temperatura ambiente)

ССС	Cr, Fe, Mo, Nb, W, V		
cfc	Al, Cu, Au, Pb, Ni, Ag		
hc	Be, Cd, Co, Mg, Ti, Zn		

TABELA 1.3 Fator de empacotamento c/a de alguns metais de estrutura hexagonal compacta (à temperatura ambiente) (Smallman, p. 14)

1,633	(ideal)		
1,568	(Be)		
1,623	(Co)		
1,587	(Ti)		
1,886	(Cd)		
1,623	(Mg)		
1,856	(Zn)		

TABELA 1.4 Distância interatômica (a) mais próxima para os principais metais (em nm)

(ver Smallman(1976), p. 14)

Al (0,2862)	Be (0,2225)	Cd (0,2979)	Cr (0,2498)
Co (0,2506)	Cu(0,2556)	Au (0,2884)	Fe (0,2481)
Pb (0,3499)	Mg(0,3196)	Mo (0,2725)	Ni (0,2491)
Nb (0,2859)	Ag(0,2888)	W (0,2739)	V (0,2632)
Zn (0,2632)			

1.4 ESTRUTURA CRISTALINA DAS LIGAS METÁLICAS

Os cristais metálicos podem ser constituídos de mais de um elemento metálico quando ocorre a adição de outros elementos a um elemento básico, visando a formação de ligas metálicas, com a finalidade de alterar as propriedades desse metal básico.

Admitindo, para simplicidade de análise, a adição de um elemento a outro elemento base, pode ocorrer a formação de uma solução sólida, na qual o primeiro elemento o soluto e o segundo, o solvente. A solução sólida se caracteriza pela mistura da proximidade dos átomos dos dois elementos em diversas proporções. Pode-se admitir uma distribuição aleatória dos elementos, mas essa característica de homogeneidade não ocorre nas condições reais (**Figura 1.4**).



Quando o átomo de um metal substitui o átomo do outro metal, no seu reticulado cristalino, ocorre a formação de uma solução sólida *substitucional*. A solubilidade de um elemento no outro pode ser total ou parcial, dependendo das características do par de elementos considerados, como os seus raios atômicos. As estruturas das soluções formadas são as mesmas dos metais constituintes.

No caso de limitação de solubilidade de um elemento no outro, ocorre a formação de uma segunda fase que pode ser constituída de uma estrutura diferente das componentes e de uma fórmula mínima definida. Essa segunda fase é denominada *fase intermetálica*.

Quando a diferença de raios atômicos é grande, pode ocorrer a formação de uma solução sólida, com a localização do elemento de menor raio atômico entre os espaços atômicos do elemento de maior diâmetro atômico, sem distorção da célula. A solução nesse caso denomina-se solução sólida *intersticial*. Ocorre, contudo uma limitação da solubilidade devido ao pequeno volume dos espaços interatômicos. A célula do elemento solvente tem, alem disso, o seu volume aumentado.

As ligas metálicas constituídas de diversos elementos formam um sistema complexo, onde alguns elementos se dissolvem de forma intersticial e outros de forma substitucional (e outros, ainda, não se dissolvem) co distribuição ao acaso ou ordenada (parcial ou totalmente) dependendo da natureza desses elementos.

Os denominados super-reticulados, ou superestruturas, são soluções sólidas ordenadas; muitas soluções sólidas se tornam ordenadas – a baixas temperaturas – por meio de um processo no qual ocorre uma mudança da distribuição ao acaso dos átomos de um elemento dissolvido no outro, para um arranjo ordenado onde determinados locais, na estrutura, são ocupados preferencialmente por uma das espécies de átomos.

TABELA 1.5 Exemplos de forma de agregação de pares de elementos metálicos

Solução sólida substitucional total:	Cu – Ni
Solução sólida intersticial parcial:	Fe – C
Solução sólida substitucional parcial:	Ag – Cu
Fase (ou composto) intermetálico:	Mg ₂ Si, Mg ₂ Pb, Fe ₃ C

1.5 DEFEITOS CRISTALINOS

O cristal perfeito se caracteriza por não apresentar alterações na natureza periódica da localização dos átomos. Os cristais reais, no entanto, apresentam faltas de regularidade na estrutura, denominadas defeitos cristalinos. Esses defeitos têm notável influência nas propriedades do cristal, particularmente nas associadas à deformação plástica.

Os defeitos podem ser classificados de acordo com os três entes geométricos fundamentais: defeitos de ponto, defeitos de linha e defeitos de plano.

Os *defeitos de ponto* são defeitos restritos a uma região compreendida por apenas uns poucos átomos próximos do ponto do reticulado e podem se constituir em (**Figura 1.5**):

- vacância, ou ausência de átomo num ou mais pontos do reticulado;
- presença de átomo intersticial entre os pontos do reticulado;
- presença de átomo de natureza diversa num ponto do reticulado;
- deslocamento de átomo de sua posição regular no reticulado.

Os *defeitos de linha* correspondem à interrupção da continuidade das arestas de planos de átomo ao longo do cristal. E conhecido também como discordância de linha ou de cunha.

Os *defeitos de planos*, e o de superfícies curvas, são mais bem classificados como defeitos tridimensionais. São representados pelos contornos dos cristais (grãos), contornos de subgrãos, contornos de maclação, contornos de diferentes domínios de super-reticulados, e pelas falhas de empilhamento na seqüência de planos de átomos.

Tendo deixado a classificação restritiva de defeitos de plano para defeitos tridimensionais, pode-se considerar, também, a possibilidade da existência de defeitos. A célula do elemento solvente tem, além disso, o seu volume aumentado.



1.6 NOTAÇÃO CRISTALOGRÁFICA

Os índices de Miller são um conjunto de números inteiros que descrevem a orientação no espaço das direções e planos cristalográficos.

Considerando a equação que corresponde ao lugar geométrico de um plano, segundo os três eixos de referência no sistema cartesiano, na forma:

$$(x/a) + (y/b) + (z/c) = 1$$
 (1)

Verifica-se que a, $b \in c$ são as intersecções desse plano, respectivamente com os eixos x, $y \in z$. Como o conjunto de números (a, b, c) pode ser, contudo, constituído de elementos fracionários, toma-se os inversos desses números (1/a, 1/b, 1/c) multiplicados por um fator m (m/a, m/b, m/c) para se obter o menor conjunto de números inteiros (h k 1) que constitui os índices de Miller do plano cristalográfico.

Considerando, por sua vez, um vetor coincidente com uma direção, são obtidos os módulos das componentes desse vetor projetadas nas direções dos três eixos de referência. Esses módulos são, então, multiplicados por um fator n que se transforma no menor conjunto de números inteiros |u v w|, eque constitui os índices de Miller da direção cristalográfica.

Quando o plano intercepta um eixo coordenado do lado negativo - por exemplo, o eixo dos x - o índice é apresentado com um traço acima - por exemplo, ($\overline{\mathbf{h}} \mathbf{k} \mathbf{l}$). E quando a componente do vetor da direção se projeta na direção negativa de um eixo coordenado - por exemplo, eixo dos x - também o índice recebe um traço acima - por exemplo, | $\overline{\mathbf{u}} \mathbf{v} \mathbf{w}$ |.

Devido à simetria dos cristais, diversos planos, e direções, são equivalentes. O conjunto de planos equivalentes então constitui uma família de planos representada por { $h \ k \ l$ }, e o conjunto de direções equivalentes forma uma família de direções representada por < $u \ v \ w$ >.

Os planos paralelos apresentam o mesmo índice, e as direções paralelas também se apresentam pelos mesmos índices.

Para o sistema cúbico, as direções que apresentam os mesmos índices dos planos são perpendiculares a esses planos.

Os sistemas de representação de planos, e direções, constituídos de um conjunto de três números, se aplicam completamente ao sistema cristalino cúbico (**Figura 1.6**). Para o sistema hexagonal, no entanto, é conveniente introduzir um quarto índice, para permitir que os planos, e direções, equivalentes tenham índices da mesma natureza (**Figura 1.7**). Considera-se então um sistema de quatro eixos: três localizados na base do prisma hexagonal e passando pelos vértices do hexágono (portanto, defasados de 120°) e o quarto perpendicular à base passando pelo centro do hexágono.

Desse modo, os planos de direções equivalentes são obtidos pela permutação dos três primeiros índices. Os planos são representados por ($h \ k \ i \ l$) e as direções | $u \ v \ t \ w$ | e as suas respectivas famílias de planos e direções equivalentes | $h \ k \ i \ l$ | e < $u \ v \ t \ w$ >.

A análise das figuras representativas dos planos e direções do sistema cúbico e hexagonal permite compreender mais detalhadamente o sistema de notação cristalográfica adotado. Na determinação da direção, para o sistema hexagonal, e com a adoção do sistema de quatro índices, deve ser obedecida a relação u + v + t = 0, pois estes três índices não são independentes entre si.



Figura 1.6 - Índices de Miller para o sistema cúbico; exemplos com destaque aos planos das faces e direções correspondentes.



ABCDEF	(0001)	ABGH	(10 1 0)	DEJK	(1 010)
GHIJKL	(0001)	BCHI	(01 1 0)	EFKL	(0 1 10)

CDIJ

GPH

(10**1**2)

Figura 1.7 - Índices de Miller-Bravais para o sistema hexagonal, exemplos com destaque para os planos das faces e da base e direções perpendiculares às faces e coincidentes com os eixos

(1100)

AFLG

 $(1\overline{1}00)$

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002, COTTREL, 1953; DIETER, 1981; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; WULFF et al., 1964-1965).

Deformação plástica do cristal

2

2.1 MECANISMOS DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

Quando, na solicitação mecânica de um corpo metálico, atinge-se a tensão limite de escoamento, o corpo inicia um processo de deformação permanente ou deformação plástica. Dois mecanismos estruturais básicos podem estar presentes no cristal durante o processo de deformação plástica: escorregamento e maclação.

No *escorregamento* uma parte do cristal move-se em relação à outra parte, segundo determinados planos e direções cristalográficas, conhecidas como planos e direções de escorregamento. Os átomos, nesse movimento, deslocam-se em distâncias múltiplas de uma distância interatômica, de maneira a manter a continuidade do reticulado cristalino (**Figuras 2.1 e 2.2**).



Figura 2.1 - Mecanismos de deformação plástica; escorregamento e maclação representação com esferas tangentes

Na *maclação* uma parte do cristal inclina-se em relação à outra parte a partir de um plano limite das duas partes, denominado plano de maclação. Admitindo-se esse plano como um espelho, verifica-se que uma parte do cristal toma-se imagem gêmea da outra parte. A parte deformada do cristal mantém o mesmo reticulado da outra parte original, apesar dos deslocamentos dos átomos, nesse caso, corresponderem a distâncias não-múltiplas da distância interatômica. Na maclação, ao contrário do escorregamento, muitos planos se movimentam mantendo uma regularidade onde os átomos de um plano deslocam-se de uma mesma distância em relação aos átomos de outro plano.

O principal mecanismo de deformação plástica, contudo, é o de escorregamento provocado pela movimentação de discordâncias.

O modelo físico - utilizado para determinar a força necessária ao deslocamento de uma parte do cristal em relação à outra, supondo as forças de atração entre os átomos (esféricos) - não se mostrou suficiente, pois se baseou na existência de um cristal perfeito. Na realidade a presença do defeito cristalino denominado *discordância* conduz o cristal real a um comportamento caracterizado por ter uma tensão limite de escoamento muito menor que do cristal perfeito. A menor tensão necessária para provocar a deformação plástica decorre da facilidade apresentada pela discordância em se movimentar, provocando o deslocamento de uma parte do cristal em relação à outra parte. Para se movimentar, a *discordância* exige apenas um pequeno rearranjo atômico na vizinhança da região onde se localiza.



Figura 2.2 - Mecanismos de deformação plástica: escorregamento e maclação - representação com um cubo indicando a direção de tensão crítica de cisalhamento.

2.2 TENSÃO DE CISALHAMENTO DO CRISTAL

Os mecanismos de deformação plástica se manifestam por meio da ação de uma tensão cisalhante atuando em planos de escorregamento (ou maclação), denominada tensão crítica de cisalhamento.

Como as tensões aplicadas a um corpo nem sempre são tensões de cisalhamento puro, deve-se promover a decomposição das tensões atuantes nos planos de escorregamento (ou maclação).

Para simplicidade de análise, considera-se o que ocorre num cristal cilíndrico sujeito a um esforço de tração segundo seu eixo (Figura 2.3):



Figura 2.3 - Plano e direção da tensão crítica de cisalhamento atuante num cristal cilíndrico solicitado à tração segundo a direção de seu eixo longitudinal

- 1. Na superfície transversal (S) do cilindro atua a força de tração (P) na direção do eixo do cilindro (E).
- O plano de escorregamento de superfície (S') está inclinado de um determinado ângulo (a); esse ângulo corresponde à inclinação da normal ao plano de escorregamento (B) em relação ao eixo do cilindro (E).
- 3. A relação entre as superfícies (S) e (S') fica então estabelecida

 $S' = S/cos \alpha$

- 4. A força de tração (*P*) pode ser decomposta em sua força normal (*P_n*) ao plano de escorregamento na direção da reta (*B*) e uma força tangencial (*P_t*) na direção da reta (*c*), que é a linha de maior inclinação no plano de escorregamento.
- 5. As expressões da força (*P*) decomposta ficam:

 $P_n = P \cos \alpha \ e \ P_t = P \sin \alpha$

6. A força decomposta (P_t) é a força de cisalhamento que atua no plano de escorregamento; a tensão de cisalhamento é calculada pela relação:

 $\tau' = P_t/S' = (P/S) \operatorname{sen} \alpha . \cos \alpha$

e como σ = *W*.*S* é a tensão de tração, tem-se:

 $\tau' = \sigma . sen \alpha . cos \alpha$

7. Contudo, eventualmente a direção cristalográfica de escorregamento (*D*) coincide com a direção da linha de maior inclinação (*C*); em geral elas formam um ângulo (β), no plano de escorregamento.

8. Assim, para calcular a tensão de cisalhamento atuante no plano de escorregamento e na direção de escorregamento, deve-se promover uma nova decomposição de força nessa direção (*D*):

 $\tau = \cos \beta$

 $\tau = \sigma . sen \alpha . cos \beta$

ou ainda, decompondo a força (*P*) diretamente na direção (*D*)

 $\tau = \sigma . sen \alpha . cos \gamma$

Analisando, então, a expressão que permite calcular a tensão crítica de cisalhamento, decomposta e atuante no plano e direção de escorregamento:

 $\tau = \sigma$. sen α . cos γ

pode-se notar o seguinte:

- 1. O valor máximo da tensão de cisalhamento, em função do ângulo (α) de inclinação do plano de escorregamento em relação ao eixo de tração, ocorre com $\alpha = 45^{\circ}$.
- 2. Para ângulos (α) maiores e menores do que 45°, as tensões são menores e, no caso do ângulo aproximar-se de 90°, a tendência da força de atração é provocar mais a separação dos átomos entre si do que o deslizamento dos átomos, uns em relação aos outros.

O critério de escorregamento estabelecido por essa expressão, que se constitui numa lei de definição do fenômeno, sofre alguns desvios, para alguns metais, com o surgimento de *escorregamentos transversais* às direções de escorregamentos principais e retorno posterior às direções originais, e ainda com a ocorrência de *escorregamentos em sistemas conjugados* do sistema original de escorregamento em relação a uma direção de simetria.

2.3 SISTEMAS DE ESCORREGAMENTO DO CRISTAL

A deformação plástica, pelo mecanismo de escorregamento, ocorre segundo determinados planos e direções denominados *sistemas de escorregamentos*.

O escorregamento se dá de acordo com três critérios básicos estabelecidos:

- 1) A direção de escorregamento coincide preferencialmente com as direções onde os átomos estão mais próximos, ou seja, com as direções de maior densidade atômica;
- 2) O plano de escorregamento é, também, preferencialmente o de maior densidade atômica;

 O escorregamento ocorre segundo um sistema de escorregamento (planos e direções), onde é maior a tensão de cisalhamento decomposta.

Se os planos compactos forem, contudo impedidos de escorregar, devido às tensões locais originais por outros fenômenos (encruamento, presença de contornos de grãos ou de impurezas, etc.), outros planos podem se tornar ativos. A temperatura pode ter, também, influência na definição do sistema de escorregamento.

Na realidade, a deformação pode não ser homogênea, isto é, podem surgir muitos planos de escorregamentos formando uma *faixa de escorregamento*. Além disso, uma parte do cristal pode sofrer uma mudança de orientação com rotação do plano e de direção de escorregamento em relação a um eixo de ação da força externa (de tração).

2.3.1 Sistemas de escorregamento em cristais de estrutura cúbica de face centrada

As direções de maior densidade atômica são as da família <110>, e os planos de maior densidade atômica são os da família {111}; as direções são as que unem dois vértices opostos de uma face do cubo e os planos são os que unem os três vértices opostos do cubo, constituindo-se em planos diagonais, ou melhor, em *planos octaedrais* (Figura 2.4).

O número de combinações de planos e direções de escorregamento, definindo o número de sistemas de escorregamento, nesse caso, se calcula assim:

- n° de planos octaedrais do cubo = 4
- n° de direções que cada plano pode se deslocar = 3
- n° de sistemas de escorregamento = 3 x 4 = 12



Figura 2.4 – Principais sistemas de escorregamento nos metais de estruturas cfc, ccc e hc.

A deformação plástica por escorregamento de uma estrutura cfc apresenta um grande número de sistemas equivalentes de escorregamento, Além disso, a tensão de cisalhamento, decomposto para os planos de direções de escorregamento, é de baixo nível. Esses fatos conduzem a um comportamento - para os metais puros com essa estrutura, como alumínio e cobre - de elevada plasticidade. O fácil surgimento de múltiplos planos de escorregamento causa, contudo um
grande número de intersecções de planos durante o processo de deformação, o que eleva o nível de tensão necessária para dar prosseguimento à deformação plástica. Esse fato caracteriza o denominado fenômeno de *encruamento*.

2.3.2 Sistemas de escorregamento em cristais de estrutura hexagonal compacta

O plano da base da pirâmide hexagonal - da estrutura hexagonal compacta - tem o mesmo arranjo de átomos do plano diagonal (octaedral) do cubo - da estrutura cúbica de faces centradas. Então, as possibilidades de escorregamento de ambas as estruturas devem ser iguais. Isso realmente ocorre para alguns metais, como o zinco (**Figura 2.4**).

O número de sistemas de escorregamento, para a estrutura hexagonal compacta é assim computado:

- n° de planos da base do hexágono = 1
- n° de direções de escorregamento dos planos = 3
- n° de sistemas de escorregamento = 1x3 = 3

O plano da base do prisma hexagonal tem o índice (0001) e as direções de escorregamento pertencem à família <1120>.

Outros metais, porém, de mesma estrutura, podem apresentar tensões de cisalhamento decompostas menores para outros planos e direções de escorregamento, como o titânio. Para esse metal, à temperatura ambiente, os planos de escorregamento são os laterais do prisma hexagonal, da família {1010}, e as direções da família <1120>, correspondendo a 1x3=3 sistemas de escorregamento.

Os metais com escorregamento no plano basal - zinco, cádmio e magnésio - possuem poucos sistemas de escorregamento e baixa tensão de cisalhamento decomposta nos planos e direções de escorregamento. Dependendo da orientação do cristal em relação à direção da força externa, o metal pode apresentar elevada deformação plástica, isto é, elevada plasticidade. Além disso, pelo fato de apresentar apenas o plano basal como plano de escorregamento, durante a deformação, não surgem muitas interferências de planos entre si, e, conseqüentemente, o encruamento, para o mesmo nível de deformação, é menor do que para os metais do sistema cfc.

Entretanto, o mesmo comportamento relativo entre os dois tipos de estrutura não se verifica para os agregados policristalinos. Nesses casos, os metais referidos do sistema he apresentam uma plasticidade bem menor, devido a maior complexidade dos mecanismos de deformação plástica presentes. Pode-se imaginar a maior dificuldade à deformação plástica onde os cristais constituintes, de orientação aleatória, apresentam apenas um plano de escorregamento.

2.3.3 Sistemas de escorregamento em cristais cúbicos de corpo centrado

Os planos de escorregamento dos cristais do sistema ccc podem ser da família {110}, {211} e {321} e as direções são da família <111>. Esse fato revela que, para esse tipo de estrutura, as direções de escorregamento são as de maior densidade atômica, os planos não apresentam, porém, a mesma característica. Além disso, os metais desse sistema, como o ferro à temperatura ambiente,

apresentam elevada tensão de cisalhamento decomposta (Figura 2.4).

O número de sistemas de escorregamento é dependente das três combinações de planos e direções seguintes:

{110} e <111>, com 6x2 = 12{211} e <111>, com 6x2 = 12{321} e <111>, com 24x1 = 24

2.4 PROJEÇÃO ESTEREOGRÁFICA

A deformação plástica do cristal ocorre, conforme analisado, segundo determinados planos e direções preferenciais. As propriedades do cristal dependem da direção considerada. Esses fatos caracterizam um comportamento de propriedades anisotrópicas. Portanto, torna se necessário conhecer a orientação do cristal para se estudar suas propriedades. Um dos procedimentos utilizados para tal fim é o da *projeção estereográfica*.

As relações geométricas entre os planos e direções do cristal podem ser estabelecidas, e estudadas, com maior facilidade, quando as figuras geométricas encontram-se projetadas num plano. As propriedades do cristal, como por exemplo, o módulo de elasticidade e o limite de escoamento, elas podem ser mapeadas através do uso da *projeção estereográfica*.

A construção do diagrama da projeção estereográfica pode ser acompanhada pela seguinte seqüência de considerações (**Figura 2.5**):



Figura 2.5 - Projeção estereográfica para obtenção dos pólos correspondentes aos planos cristalográficos; ilustração dos pólos (111) e (100) dos respectivos planos do cristal cúbico

1. Imagina-se, inicialmente, uma esfera de referência que tem no centro uma célula de um cristal admitido ser, para simplificar, do sistema cúbico. Esse cristal é suposto ser suficientemente pequeno para admitir que todos os seus planos e direções passem pelo centro da esfera de

referência.

- 2. Os planos do cristal estendidos cortam a esfera, formando círculos representativos de suas posições. A posição de cada plano, contudo, pode ser mais adequadamente representada pelo ponto resultante da intersecção da normal ao plano com a superfície da esfera. Esses pontos, denominados pólos dos planos, constituem, para o conjunto de planos do cristal, a figura de pólos. As figuras de pólos apenas indicam a orientação dos planos sem, contudo, dar informação sobre a forma e tamanho destes. Os ângulos entre dois pólos, medidos no círculo que passa por eles, correspondem aos ângulos entre os respectivos planos do cristal.
- 3. A projeção estereográfica consiste, então, em projetar os pontos da superfície da esfera num plano, mapeando-a, sem provocar distorções entre as relações angulares dos pólos e planos. A projeção se dá colocando um "ponto de luz" numa intersecção de um eixo que passa pelo centro da esfera com a "superfície da esfera". A partir desse ponto de luz projetam-se, em linha reta, os pontos da superfície da esfera num plano tangente no ponto de intersecção, do referido eixo, diametralmente oposto do ponto de luz, com a esfera. Contudo, a posição do plano no eixo ao qual é perpendicular apenas altera a ampliação da figura projetada, sendo usual a sua localização no centro da esfera.
- 4. A projeção, com a fonte de luz numa das extremidades do eixo, permite apenas visualizar os pontos da metade oposta da superfície da esfera. Para projetar a outra metade, no entanto, basta deslocar simetricamente a fonte superpondo as figuras com indicação de qualquer notação diferente.
- A projeção estereográfica de um cristal é feita com os planos de menores índices. No centro se localiza o pólo do plano (001), na extremidade à direita do diâmetro, o (010) e na esquerda, o (010), e os demais pólos são assim localizados através da computação das relações trigonométricas entre seus eixos de projeção conhecendo-se as dimensões da célula cúbica. Na realidade, devido à simetria do cristal cúbico, basta representar um setor do círculo da projeção estereográfica dos pólos compreendidos pelos pólos dos planos (001), (101) e (111) esse setor constitui um triângulo estereográfico (**Figura 2.6**).



A projeção estereográfica de um cristal hexagonal coloca, no centro do círculo, o pólo correspondente à base do prisma hexagonal (0001). Contudo, tanto para o cristal cúbico como para o hexagonal, poder-se-ia imaginar outras posições além dessas consideradas projeções padrões.

2.5 ORIENTAÇÃO DO CRISTAL NO ESCORREGAMENTO

Para acompanhar a mudança de orientação de parte do cristal durante um processo de deformação, pode-se considerar o ensaio de tração de um monocristal. Convém, contudo inicialmente analisar uma situação onde não haja influência das garras que prendem o cristal na máquina de ensaio, existindo, portanto, uma livre movimentação por escorregamento dos diversos planos numa condição idealizada.

Com um cristal do sistema cfc, por exemplo, ocorrem doze sistemas de escorregamento, sendo que, para cada sistema, as tensões de cisalhamento são diferentes quando da aplicação de um esforço de tração segundo uma determinada direção em relação a um determinado eixo do cristal. No sistema em que se atinge a máxima tensão de cisalhamento, inicia-se o escorregamento. No entanto, como o cristal muda de orientação, com o escorregamento, a condição de máxima tensão de cisalhamento pode atingir outro sistema, provocando o escorregamento, agora segundo esse último sistema. O ângulo entre o eixo de aplicação de esforço e a direção de escorregamento diminui, verificando-se então que as direções de escorregamento dos sistemas ativos se aproximam da direção do eixo de tração (**Figura 2.7**).



Figura 2.7 - Mudança de orientação do cristal com a deformação plástica com escorregamento

No ensaio real, as garras da máquina de ensaio exercem influência nas extremidades do corpo de prova (constituído de um cristal), não permitindo um movimento livre de uma extremidade em relação à outra, lateralmente. A parte central do cristal altera sua orientação com movimento de rotação do plano e da direção de escorregamento ao redor do eixo do corpo de prova.

A projeção estereográfica permite acompanhar a evolução desse processo da seguinte forma, ainda para um cristal do sistema cfc (**Figura 2.8**):



Figura 2.8 - Representação estereográfica do sistema de escorregamento num cristal cúbico de faces centradas (adaptado de Smallman (1976), fig 5.7, p. 199)

- a direção do eixo do corpo de prova, ou seja, do eixo de aplicação do esforço de tração é representada pelo ponto P localizado no triângulo formado pelos pólos (001), [011] e (111);
- 2. o ângulo formado pela direção representada por P e a direção de escorregamento [$\overline{1}$ 01] é o ângulo γ e o ângulo formado pela direção P e a normal ao plano de escorregamento (111) é o ângulo α ;
- 3. o sistema de escorregamento ativo é o representado por (111) µ01, sendo o plano (111) considerado o plano primário;
- 4. com o prosseguimento do processo de escorregamento, o ponto P desloca-se para a posição do plano [101], ou seja, o cristal orienta-se no sentido de fazer coincidir a direção de aplicação do esforço de tração com a direção de escorregamento contido no plano (111); então, o ângulo γ diminui e o ângulo a aumenta;
- 5. o plano primário (111) gira saindo de sua posição onde ocorria a máxima tensão de cisalhamento; quando a orientação do cristal, representado pelo ponto P, atinge a linha de simetria representada pelos pólos |oo1| e |o11|, inicia-se o escorregamento num outro sistema, num plano congregado (11) e direção |o11, pois tanto o sistema primário como o sistema conjugado possuem a mesma tensão de cisalhamento decomposta; ocorre assim, um escorregamento duplo;
- 6. o eixo de tração move-se com o prosseguimento do processo, na linha |001| [111] em direção ao pólo |112].

Esse comportamento ocorre para cristais de alumínio e de cobre, mas outros processos de escorregamento existem para cristais do mesmo sistema cristalino, ou de outros sistemas, constituídos de metais puros ou ligados.

2.6 SISTEMAS DE MACLAÇÃO NO CRISTAL

O plano de maclação, isto é, o plano onde uma parte do cristal se inclina em relação à outra, provocando a formação da denominada macla, é um plano bem definido e de elevada simetria, como ocorre também com o plano de escorregamento. Podem-se fazer as mesmas considerações de definição e simetria para a direção de maclação.

Comparando-se o fenômeno de maclação em relação ao de escorregamento, podem ser observadas três diferenças básicas: na maclação os átomos do cristal se deslocam e não ocupam as posições originais de outros átomos; na maclação o cisalhamento de uma parte do cristal é homogêneo em relação à parte restante, no sentido de que todos os planos de átomos - ou seja, todo o volume - da primeira parte se desloca; e, ainda, na maclação a distância de deslocamento de uma parte do cristal em relação à outra é limitada. Apesar dessas diferenças, pode-se estabelecer um critério de cisalhamento do cristal por maclação, calculando a tensão de cisalhamento crítica, de forma análoga ao cisalhamento ocorrido por escorregamento.

Em geral, os sistemas de maclação observados nos metais são os seguintes:

- para os metais de estrutura hexagonal compacta: $|10\overline{1}2|$;
- para os metais de estrutura cúbica de faces centradas: [11], <112>;
- para os metais de estrutura cúbica de corpo centrado: |112| <111>.

A maclação é mais freqüente em cristais do sistema hc, pois apresentam maior limitação de mecanismos de escorregamento.

A deformação no cristal, com maclação, ocasiona uma nova orientação da parte deslocada, onde pode ocorrer o surgimento de novas macias, denominadas macias secundárias ou terciárias.

2.7 DISCORDÂNCIAS

A geometria de uma discordância não é simples de ser discutida. Pode-se, contudo, analisar isoladamente os dois tipos fundamentais de discordâncias que compõem a discordância real de um cristal: discordância em linha ou de cunha e discordância em espiral ou de hélice (**Figura 2.9**).

A *discordância de cunha* pode ser caracterizada pela colocação de mais uma fileira de átomos, que perde a continuidade a partir de um determinado ponto no cristal. Esse fato provoca uma distorção na forma do reticulado, que se torna mais intensa na região limite da nova fileira de átomos. Esse defeito cristalino pode ser representado numa figura plana e a linha perpendicular a essa figura - que une a extremidade do plano descontínuo de átomos no ponto da descontinuidade - é denominada *linha de discordância*. A região adjacente a essa linha constitui o *núcleo da discordância*.



Figura 2.9 - Discordância de cunha e de hélice com a representação do vetor de Burgers

Uma distorção espacial, na forma helicoidal, do reticulado cristalino pode ser visualizada como o deslocamento das duas partes de um bloco paralelepipedal semi-seccionado. A linha distorcida coincidente com a aresta das partes cortadas é a *discordância de hélice*. Esse defeito não pode ser representado utilizando apenas um plano de átomos, pois esses átomos localizam-se na forma de uma figura espacial. Nesse tipo de discordância, as distorções também são mais internas na região próxima da linha de discordância, que está localizada na extremidade da discordância, na posição limite entre a parte deformada e a não-deformada do bloco representativo do cristal.

Um parâmetro para o estudo da teoria das discordâncias é o denominado *vetor de Burgers*, que define a magnitude e a direção do deslocamento dos átomos de suas posições na discordância. Pode-se verificar, analisando as figuras ilustrativas das discordâncias, que o vetor de Burgers é perpendicular à linha de discordância de cunha e é paralelo à linha de discordância de hélice. Como a discordância existente é, no caso geral, uma combinação dos dois tipos de discordâncias, o vetor de Burgers passa a assumir outras direções.

A discordância pode se mover através do reticulado cristalino, mas seu movimento é limitado pela necessidade de manter a continuidade da linha de discordância. Dois tipos de movimentos podem se verificar: o movimento por *deslizamento e* o movimento por *saltos*. Tanto para um caso como para o outro é necessário se definir um plano de referência - que contém o vetor de Burgers e a linha de discordância -, para compreender esses movimentos no caso de uma discordância de cunha. O salto da discordância corresponde a um movimento de passagem para um plano de átomos acima ou abaixo, em relação ao plano de referência, que é o *plano de deslizamento* ao longo do qual ocorre o deslocamento da linha de discordância. No caso da discordância em hélice, o mecanismo de movimentação é mais complexo, pois não se pode estabelecer um único plano de deslizamento.

A visualização do fenômeno de movimentação da discordância de cunha é mais simples do que a da movimentação da discordância da hélice. Nesse último caso, os planos que contêm a discordância e o vetor de Burgers são planos de deslizamento que criam condições de deslocamento para qualquer direção (**Figura 2.10**).



Figura 2.10 - Deformação plástica do reticulado cristalino com o escorregamento pela movimentação de discordância de cunha (a) e de hélice (b) (adaptado de Wulff et alii (1961), v. 1, fig. 4.12, p. 90)

O resultado da movimentação de uma discordância através de um cristal corresponde à *deformação plástica* desse cristal, numa magnitude igual a uma distância interatômica. As faixas de deslizamento são, então, resultados da movimentação de um grande número de discordâncias idênticas em planos deslizantes paralelos e próximos. A deformação plástica está associada, portanto, à presença de discordâncias e à possibilidade de suas movimentações. Como os cristais podem não conter inicialmente um número suficiente de discordâncias para permitir - quando solicitados mecanicamente - a ocorrência de grandes deformações plásticas, pode-se admitir que se dê a geração, ou a multiplicação, de mais discordâncias no decorrer do processo de deformação. Existem diversas explicações de mecanismos de multiplicação de discordâncias (ver Smallman, pp. 264-268).

A tensão crítica que provoca a deformação plástica não depende somente da geração e movimentação de discordâncias, mas também das forças opostas a essa movimentação pela presença de outros defeitos cristalinos e pela interação das discordâncias entre si durante a movimentação. A presença de impurezas, ou elementos de liga - em solução sólida ou formando outras fases - é uma forma de elevação da resistência mecânica pela colocação de obstáculos - átomos dos elementos adicionados - à movimentação das discordâncias no reticulado cristalino.

A interação entre as discordâncias também provoca um efeito de endurecimento do cristal: inicialmente, no processo de deformação plástica, a tensão necessária para provocar a deformação é relativamente pequena. À medida que o processo prossegue, contudo, multiplicam-se as discordâncias - aumentando a densidade de discordâncias no cristal – e a deformação é relativamente pequena. À medida que o processo prossegue, contudo, multiplicam-se as discordâncias - aumentando *a densidade de discordâncias* no cristal – e se acentua o efeito de interação entre elas, com o intercruzamento das direções de movimentação. Isso dificulta cada vez mais a movimentação das discordâncias, exigindo, portanto níveis de tensão mais elevados, para provocar a deformação. Esse fenômeno, caracterizado pelo aumento da intensidade da tensão para provocar a deformação plástica, é denominado *encruamento*, como já se mencionou.

Em face da complexidade dos fenômenos envolvidos, o estudo da teoria das discordâncias permite somente estabelecer, até o momento, relações qualitativas entre causas e efeitos desses fenômenos, apoiadas em observações realizadas com auxílio do microscópio eletrônico (ver obra clássica de Cottrell (1953)).

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN, 1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002, COTTREL, 1953; DIETER, 1961; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN, 1976; WULFF et al., 1964-1965).

Deformação plástica do agregado policristalino

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O agregado policristalino, presente na grande maioria dos materiais metálicos, se deforma de maneira mais complexa do que o cristal isolado, devido à presença dos contornos dos grãos e de segundas fases. Outros fatores contribuem para a alteração do comportamento do metal na deformação plástica - fatores que, contudo, têm a sua ação concentrada no âmbito de cada cristal individualmente. São a formação de subgrãos e o endurecimento por solução sólida. Os mecanismos de endurecimento do metal - decorrentes da interação de discordâncias com contornos dos grãos ou dos subgrãos, com os átomos de soluto e com as segundas fases - são responsáveis pela redução da plasticidade dos materiais metálicos.

As estruturas decorrentes de reações martensíticas apresentam propriedades mecânicas caracterizadas por elevada resistência e reduzida plasticidade. As estruturas endurecidas por solubilização e precipitação também apresentam pequena capacidade de deformação plástica. Os fenômenos que provocam esses efeitos não permitem então aos materiais, assim endurecidos por tratamentos térmicos, a aplicação de processos de conformação plástica.

3.2 CONTORNO DE GRÃO

O contorno do cristal, ou do grão do agregado policristalino, se apresenta irregular, caracterizando uma região de elevada imperfeição cristalina, com átomos fora de suas posições regulares e de equilíbrio no reticulado cristalino.

Devido a esse fato, o movimento de discordâncias é dificultado, o que exige maior nível de solicitação mecânica para dar continuidade à deformação plástica. Além disso, a passagem de uma discordância - em seu movimento - de um cristal para o outro adjacente também é dificultada pelo fato desse segundo cristal apresentar, muito provavelmente, uma orientação diferente.

Como os contornos dos grãos dificultam a movimentação das discordâncias, e conseqüentemente a deformação plástica, pode-se concluir que um material metálico com uma granulação maior apresenta uma menor área de contornos de grãos (**Figura 3.1**) e, em decorrência, uma maior deformabilidade plástica e uma menor resistência mecânica. Além disso, a taxa de encruamento, isto é, a relação entre o aumento da resistência para um determinado nível de deformação plástica, também se reduz com o aumento do tamanho do grão.

3.3 POLIGONIZAÇÃO

A energia interna de um metal deformado é maior do que a existente antes da deformação, e a elevação da temperatura pode provocar a movimentação das discordâncias pela ação das tensões internas acumuladas.



Figura 3.1 - Tamanho de grão (segundo ASTM): indicação do aumento de área de contorno de grão, com a diminuição do tamanho de grão (a numeração aumenta, passando de 1 para 5) - aumento de microscópio ótico de 100X.

A movimentação das discordâncias pode se dar, então, por meio de dois mecanismos: escorregamento e salto. O salto da discordância consiste numa mudança do plano da discordância (no caso de discordância de cunha), que depende da movimentação de átomos e, portanto, do fenômeno de difusão atômica ativado pela elevação de temperatura.

A movimentação por saltos e por escorregamento pode provocar a formação de subgrãos dentro do grão. Estes apresentam contornos constituídos de discordâncias, que formam linhas de pequenas inclinações, umas em relação às outras. Esse processo de formação de subgrãos denomina-se *poligonização*. A denominação deriva da figura formada dentro do grão, que se aproxima de um polígono quando observada, num corte transversal de um corpo-de-prova, no microscópio (**Figura 3.2**).

Esses contornos de grão, de pequena inclinação, dificultam o movimento das discordâncias, reduzindo a plasticidade do metal.



Figura 3.2 - Movimentação de discordâncias para a formação de subgrãos, com pequenos ângulos de inclinação entre si, caracterizando a poligonização

3.4 SOLUÇÕES SÓLIDAS

A presença de átomos de outro elemento (átomos de soluto) no reticulado cristalino do elemento básico (solvente) - formando soluções sólidas substitucionais e intersticiais - dificulta a movimentação de discordância, devido à distorção provocada nesse reticulado cristalino. Tanto um átomo estranho, de diâmetro atômico maior que o do elemento solvente, como um menor, provoca um efeito no sentido de dificultar o movimento de discordâncias.

Além desse efeito, a presença de átomos de soluto pode ocasionar um outro adicional, que é a imobilização da discordância, a qual exige um nível de tensão mais elevado para permitir o prosseguimento da deformação plástica. Os átomos de soluto se posicionam frente à direção de movimentação das discordâncias por meio do mecanismo de difusão atômica, ou, então, as próprias discordâncias, em seus deslocamentos, se aproximam dos átomos de soluto.

Os fenômenos de formação de um patamar de escoamento, com tensão variável em função da deformação, e de envelhecimento por deformação plástica, são decorrentes dos efeitos de interação de átomos de soluto com o movimento de discordância no reticulado do elemento solvente (exemplo notável ocorre nos aços doce recozidos onde os solutos são o carbono e o nitrogênio).

3.5 SEGUNDAS FASES

As segundas fases precipitadas, na formação de uma liga metálica, podem ter considerável influência nas propriedades mecânicas e, conseqüentemente, na capacidade de deformação plástica. A natureza, a quantidade e a forma de dispersão dessa segunda fase na fase matriz são fatores básicos de controle das propriedades mecânicas da liga metálica.

Quando a segunda fase não permite uma movimentação de discordâncias em seu próprio corpo, ela atua de forma mais intensa na matriz - no sentido de dificultar o movimento das discordâncias -, apresentando-se como um obstáculo físico.

É evidente que, quanto maior a quantidade da segunda fase - de natureza mais dura que da matriz -, maior é a dificuldade apresentada à deformação plástica. As formas das partículas da segunda fase e a distância entre elas podem, contudo também alterar substancialmente o comportamento do material na deformação plástica. Por exemplo, partículas achatadas apresentam-se como um obstáculo maior à movimentação de discordância do que partículas esferoidais (como ocorre nos casos dos aços, onde uma estrutura de perlita lamelar, constituída de camadas alternadas de ferrita e cementita "achatadas", apresenta-se com um comportamento menos dúctil do que uma estrutura de ferrita com partículas de cementita esferoidizada).

As partículas de segunda fase mais finamente divididas, ocasionando uma área superficial maior para a mesma quantidade de partículas, provocam um efeito de redução de plasticidade mais acentuado. Uma parte da discordância fica impedida de se locomover, quando encontra uma partícula dura e a outra se move, então, contornando a partícula. Essa mesma discordância, em sua movimentação, irá também encontrar outras partículas. Esse mecanismo ocorre também para outras discordâncias e, em decorrência, surge o seguinte fato: a elevação da tensão de cisalhamento, necessária para provocar, ou dar continuidade à deformação plástica, ou seja, um efeito de aumento do grau de encruamento e da taxa de encruamento. Como exemplo, pode-se citar o efeito de endurecimento provocado por precipitação de partículas, coerente com a estrutura da matriz, como ocorre tratamento térmico de solubilização e precipitação de ligas alumínio-cobre. Outro exemplo notável encontra-se na presença de partículas finas de carbonetos nas estruturas martensíticas modificadas por tratamento térmico de revenido, após a têmpera, nos aços (ver Dieter, cap. 6).

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa , e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002, COTTREL, 1953; DIETER, 1961; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; WULFF et al., 1964-1965).

4

Encruamento e Recozimento

4.1 ENCRUAMENTO DO CRISTAL

Um cristal metálico sofre um processo de endurecimento quando deformado plasticamente. Esse fenômeno de endurecimento por deformação plástica, denominado *encruamento*, pode ser representado numa curva tensão de cisalhamento versus deformação tangencial (decompostos no plano e na direção de deslizamento), onde se observa a elevação da tensão com o aumento da deformação. A inclinação da curva define a *taxa de encruamento*, isto é, estabelece o aumento de tensão para uma dada variação de deformação, num dado setor da curva.

A curva representativa do fenômeno de deformação plástica, e do encruamento decorrente, tem sido tradicionalmente uma parábola. Para muitos problemas da conformação plástica dos metais, a hipótese do comportamento parabólico na relação entre tensão e deformação é adotada, como são também admitidos outros tipos de curvas mais simplificadas. Entretanto, analisando cada tipo de estrutura cristalina dos metais, verifica-se que a forma da curva é mais complexa, sendo impossível caracterizar todo o comportamento de um metal.

O fenômeno do encruamento para um metal é influenciado por diversos fatores, como:

- estrutura cristalina do metal;
- natureza química do metal;
- pureza do metal;
- orientação do cristal metálico;
- temperatura no processo de deformação;
- forma e dimensão do cristal metálico;
- condições superficiais do cristal metálico.

Os cristais de estrutura cfc podem revelar três estágios na curva tensão-deformação referida. O primeiro é representado por um encruamento linear de pequena inclinação, o segundo apresenta uma inclinação acentuada e o terceiro uma acentuada atenuação da inclinação. A inclinação e a extensão desses estágios dependem, contudo dos fatores de influência mencionados, particularmente as impurezas presentes (natureza, quantidade e forma de distribuição), a orientação do cristal e a temperatura no processo de deformação. Os cristais de estruturas ccc e cfc apresentam uma gradual diminuição da declividade da curva ao longo do processo de

deformação e dos cristais de estrutura he apresentam uma pequena inclinação da curva ao longo desse processo (**Figura 4.1**) (ver Honeycombe, capítulos 4 e 5).

4.2 ENCRUAMENTO DO AGREGADO POLICRISTALINO

Um agregado policristalino de um metal apresenta uma taxa de encruamento bem maior do que a de um monocristal do mesmo metal. As posições relativas das curvas tensão-deformação dependem, no entanto, da orientação do cristal em relação à direção da carga externa, e do tamanho dos grãos do agregado policristalino (**Figura 4.2**). Um monocristal, num ensaio de tração, consegue deformar-se com um único sistema de deslizamento durante uma grande parte do processo de deformação, pois apresenta uma grande liberdade de movimentação, girando ao redor do eixo de tração. No caso de um agregado essa situação é bem diferente, devido à orientação ao acaso dos diversos cristais constituintes, cada um, tracionado em uma direção diferente. Também no caso do estudo do comportamento de agregados policristalino cabe analisar três tipos básicos de estruturas cristalinas:



Figura 4.1- Curva de tensão (de cisalhamento decomposta) - deformação (tangencial ou de cisalhamento decomposta) para metais dos sistemas ccc (Fe), cfc (Cu) e hc (Mg) (adaptado de Wulff et alii (1965), vol 2, fig. 5.6, p. 105).



Figura 4.2 - Curva de tensão (de tração) - deformação (linear relativa) para um cristal e um agregado policristalino de um mesmo metal (Cu) (adaptado de McLean, em Wulff et alii (1965), fig. 6.1, p. 123).

4.2.1 Metais de estrutura cúbica de face centrada (cfc)

A curva tensão-deformação típica de um metal desse sistema pode ser representada por uma equação como:

 $\sigma = \sigma_0 + A \cdot \varepsilon^n$

onde σ_0 é o limite de escoamento.

Outra forma, mais precisa, de representar o comportamento do metal no encruamento, realizado pelo ensaio de tração, é dividir a curva em três estágios (**Figura 4.3**) e representar cada um por uma equação diferente da seguinte forma:

1º estágio: $\sigma = \sigma_0 + A.\mathcal{E}^n$ para $\mathcal{E} < \mathcal{E}_1$, com $\mathcal{E}_l = 1 \ a \ 2 \ \%$ 2º estágio: $\sigma = \sigma_0 + P.\mathcal{E}$ para $\mathcal{E}_l < \mathcal{E} < \mathcal{E}_2$ 3º estágio: $\sigma = \sigma_0 + B.\mathcal{E}^m$ para $\mathcal{E}_l > \mathcal{E}_2$

O 1º e o 3° estágios correspondem a um comportamento parabólico e o intermediário a um linear. A forma da curva está estreitamente ligada à natureza do metal e à temperatura de ensaio.

O tamanho do grão exerce uma influência marcante no encruamento, alterando a forma e posição da curva tensão-deformação, e particularmente o limite de elasticidade (**Figura 4.4**). A expressão de Hall-Petch é típica para indicar a influência do tamanho de grão (ver referência 31, 32 em Honeycombe (1977), p. 260):

$$\sigma_e = \sigma_i + K_e d^n,$$

onde

 σ_e = tensão de escoamento inicial ou subseqüente

d = tamanho do grão

 σ_i = tensão de atrito interno independente do tamanho do grão, ligada ao movimento de discordâncias não travadas

 K_e = constante ligada à propagação da deformação através dos contornos.



Figura 4.3 - Curva de tensãodeformação para o alumínio puro (cfc) ilustrando os três estágios de encruamento (Honeycombe, fig. 9.7, p. 229)

Figura 4.4 - Curva de tensãodeformação para o alumínio puro ilustrando a influência do tamanho do grão (adaptado de Honeycombe(1977), fig. 9.11, p. 235).

4.2.2 Metais de estrutura cúbica de corpo centrado (ccc)

As curvas tensão-deformação, para os metais que se cristalizam no sistema **ccc**, apresentam como característica particular a formação de um patamar de escoamento e um nítido ponto de escoamento marcando o limite da deformação elástica, ou seja, o início da fase de comportamento plástico. Da mesma forma que no caso dos metais de estrutura cfc, os metais do sistema ccc apresentam um comportamento influenciado pelo tamanho do grão: um tamanho de grão menor corresponde a um limite de escoamento e a uma taxa de encruamento maiores. A forma e posição das curvas são sensivelmente influenciadas pela temperatura.

O ponto de escoamento nítido é devido à interferência no movimento de discordâncias durante o processo de deformação plástica - pelos átomos de impurezas, dissolvidos intersticialmente na rede cristalina dos grãos do metal (como o carbono, o nitrogênio e o oxigênio dissolvidos no ferro). Esse fenômeno ocorre no monocristal, mas é intensificado no agregado policristalino. Na etapa de deformação plástica correspondente ao patamar de escoamento, logo após ter atingido o ponto de escoamento, umas marcas lineares superficiais propagam-se através do corpo-de-prova metálico, sujeito ao ensaio de tração. Essas marcas, denominadas linhas de *distensão*, deslocam-se através do corpo e desaparecem com o término do patamar de escoamento e início do encruamento.

Na análise da curva para o ferro é possível destacar dois pontos: o limite de escoamento superior e o limite de escoamento inferior (**Figura 4.5**). Prefere-se muitas vezes, para maior precisão da caracterização da propriedade, adotar o limite de escoamento inferior - que corresponde à tensão necessária para propagar as linhas de distensão - pois o superior é muito influenciado por certas condições de ensaio: forma e dimensão do corpo-de-prova e sua axialidade em relação ao sentido da carga de tração. A expressão de Hall-Petch também se aplica a esse sistema, mas a tensão de escoamento considerada é a inferior e o valor de n é o,5. A temperatura de ensaio influi da seguinte forma: à medida que a temperatura decresce, o limite de escoamento superior se eleva e a extensão do patamar de escoamento aumenta. Com o aumento da temperatura acima da ambiente, o patamar e os limites de escoamento nítidos tendem a desaparecer (**Figura 4.6**).

Outros metais, como cromo, molibdênio, nióbio, tântalo e tungstênio irão apresentar comportamento semelhante, se contiverem as mesmas impurezas intersticiais.

4.2.2 Metais de estrutura hexagonal compacta (hc)

Os monocristais de metais de estrutura **hc** encruam por meio de mecanismos de deslizamento mais simples do que os dos metais de estrutura cúbica. O deslizamento ocorre em somente uma família de planos, paralelos ao plano da base, e o metal apresenta uma pequena taxa de encruamento. A curva tensão de cisalhamento - deformação tangencial (distorção) tem uma aparência mais linear do que parabólica e a inclinação diminui com o aumento da temperatura.

No agregado policristalino a deformação plástica ocorre por escorregamento, mas também por maclação, complicando a análise do fenômeno. A taxa de encruamento é bem mais acentuada do que para o monocristal e é também maior do que para alguns metais do sistema cfc.



Figura 4.5 - Ilustração de grande diferença entre os limites superior e inferior de escoamento, com os valores para um aço de baixo teor de carbono (Hutchison, em Honeycombe, fig. 9.14, p. 238)

Figura 4.6 - Curva de tensãodeformação para ferro purificado (por solidificação zonal) a diversas temperaturas e ilustração do fenômeno Portevin-Le Chatelier a 4K (curva na forma de dente de serra) (Smith-Rutherford, em Honeycombe(1977), fig. 9.13, p. 236).

4.3 MUDANÇAS DE PROPRIEDADES COM O ENCRUAMENTO

Algumas propriedades dos metais são alteradas pelo encruamento. O encruamento é obtido, nos produtos metálicos, por meio de processos de conformação plástica realizados com um *trabalho a frio*, a uma temperatura - comumente a ambiente - que não pode ultrapassar a temperatura de recristalização (ver item 4.4), ou seja, a uma temperatura que deve ser bem inferior à temperatura de fusão do metal. Por exemplo, para se realizar trabalho a frio nos metais tungstênio, ferro e chumbo, devem-se adotar temperaturas máximas de operação correspondente a 500°C; 250°C e menor do que o°C, respectivamente.

As propriedades mecânicas são alteradas pelo trabalho a frio. Num ensaio de tração, por exemplo, verifica-se que um metal mais encruado apresenta maiores limites de escoamento e de

resistência, maior dureza e menor alongamento e estricção, ou seja, à medida que a resistência se eleva pelo encruamento a ductilidade decresce (**Figura 4.7**). Num aço doce, por exemplo, o limite de escoamento pode passar de 170 a 1.000 MPa.



Figura 4.7 - Alteração das propriedades mecânicas com o aumento da deformação plástica, caracterizando o encruamento (curvas ilustrativas de tendências)

DEFORMAÇÃO (%)

As propriedades físicas - como densidade e condutibilidade elétrica - são alteradas, tendo os seus níveis diminuídos com o aumento do encruamento. Com a expansão térmica, ocorre o contrário.

No trabalho a frio, por meio de processos de conformação plástica, como laminação e trefilação, a maior parte da energia despendida (cerca de 90%) é dissipada em calor, e a parte restante é retirada no reticulado, contribuindo para a elevação do nível de energia interna (**Figura 4.8**). A energia armazenada pelo cristal deformado pode se dar nas formas de vacâncias, de maclas e de falhas de empilhamento. A *maior* parte dessa energia está, contudo relacionada à geração e interação de discordâncias: o número destas se eleva consideravelmente com a elevação da intensidade de deformação plástica, ou seja, aumenta a densidade de discordâncias no corpo metálico.

A *microestrutura* se altera com o trabalho a frio: os grãos deformados se tornam alongados e adquirem uma orientação cristalográfica preferencial de acordo com a direção do processo de conformação. Essa microestrutura alterada pela deformação plástica, e pelos tratamentos térmicos posteriores, é denominada *textura*.

A *resistência à corrosão* do metal deformado plasticamente a frio também é alterada; a energia interna acumulada pelo encruamento do metal reduz sua resistência à corrosão. Além disso, para alguns materiais metálicos pode ocorrer o aparecimento de fenômeno de corrosão sob tensão na forma de corrosão sazonal, como no caso de alguns latões em presença de meios químicos corrosivos (compostos de amônio, ou de mercúrio, em presença de umidade).



Figura 4.8 - Energia armazenada na deformação (a frio) e fração de energia total de deformação, para cobre puro (Gordon, em Reed-Hill(1968), fig. 7.1, p. 175).

4.4 RECRISTALIZAÇÃO

A temperatura que define o limite superior para o trabalho a frio não pode ser expressa com exatidão, pois depende, além da composição química do material metálico, da intensidade e velocidade de deformação decorrente. De uma maneira aproximada, pode-se afirmar que essa temperatura é inferior à metade da temperatura de fusão do metal.

A energia interna acumulada pela deformação plástica depende também da natureza do metal considerado e da temperatura de trabalho, além de outros fatores estruturais e operacionais. As seguintes considerações podem ser feitas sobre a energia de deformação acumulada.

 A energia livre de um metal na condição deformada é maior do que na recozida; a diferença é aproximadamente igual a energia de deformação acumulada, pois a entropia do metal se eleva com a deformação plástica. O efeito é, contudo, bem maior na energia interna. A equação clássica da termodinâmica:

F = E - T.S

onde

F = energia livre

- *E* = energia interna ou acumulada pela deformação plástica
- *S* = aumento de entropia com a deformação plástica
- T = temperatura absoluta

pode ser reduzida a:

F = E

2) Como a energia livre na condição encruada é maior do que na recozida, o metal pode amolecer espontaneamente. Mas o metal não retorna à condição inicial não encruada - isto é, amolecida - por meio de uma simples reação. As reações são de natureza complexa, consistem no movimento de átomos ou vacâncias e são sensíveis ao nível de temperatura: o aquecimento do metal acelera o processo de retorno à condição inicial encruada.

O tratamento térmico que conduz o metal encruado à condição inicial é o *recozimento*, que consiste num aquecimento a uma determinada temperatura durante certo tempo. No processo de alívio da energia interna, podem-se distinguir três estágios: recuperação, recristalização e crescimento dos grãos (**Figura 4.9**).



Figura 4.9 - Modificações estruturais e das propriedades mecânicas na recuperação, recristalização e crescimento do grão (curvas ilustrativas das tendências)

A recuperação é o primeiro estágio do processo de recozimento, no qual as propriedades mecânicas modificadas pelo trabalho a frio tendem a retornar a seus valores iniciais. A microestrutura - que se apresenta com os grãos deformados de forma alongada - não sofre alteração aparente. Mesmo as diferentes propriedades físicas, porém não se alteram com a mesma intensidade e velocidade, podendo ocorrer alterações significativas somente durante o estágio seguinte de recristalização. Associados ao fenômeno de recuperação estão os fenômenos de movimentação de discordância por mecanismos de escorregamento e de salto, que podem conduzir à eliminação parcial das discordâncias presentes (pelo encontro de discordâncias de sinais opostos). Além desses, outro fenômeno pode estar presente: poligonização (ver item 3.3). Na recuperação, a energia interna acumulada é reduzida em pequena parte e as tensões mecânicas internas são aliviadas substancialmente.

A *recristalização* é um fenômeno diferente da recuperação: num tratamento isotérmico o processo de recuperação ocorre de forma a ser intenso no início e a seguir, gradativamente, perder velocidade. No processo de recristalização, o início é lento, a seguir a velocidade de reação aumenta, para no fim voltar a ser leito (figura 4,10). As propriedades mecânicas e físicas retomam aos seus valores iniciais, pois a microestrutura sofre modificações essenciais: são nucleados cristais novos, e isentos de deformação, que gradativamente absorvem os vizinhos deformados. A energia interna acumulada pela deformação plástica é aliviada e a textura encruada, apresentada pelo metal, é eliminada.



Figura 4.10 - Transformações isotérmicas na recristalização (Decker-Harker, em Reed-Hill(1968), p. 189)

O terceiro estágio do recozimento, que segue o estágio de recristalização, é denominado *crescimento do grão*. Ocorre com a continuação do processo de recozimento e consiste num aumento gradativo do tamanho dos grãos às custas dos grãos vizinhos já cristalizados.

O fenômeno de recuperação está presente nos tratamentos térmicos para alívio de tensões internas. O crescimento de um grão comumente é um estágio evitado e a recristalização é um fenômeno fundamental, nos processos de trabalho a quente e nos tratamentos térmicos, para reconstruir a estrutura deformada, com vistas a permitir o prosseguimento de aplicação de processos de conformação a frio ou a conferir propriedades mecânicas específicas ao produto conformado plasticamente.

Em face da importância do *fenômeno de recristalização*, convém analisar a influência de fatores diversos no processo:

4.4.1 Influência do tempo e da temperatura

A representação do fenômeno de recristalização pode ser feita verificando a proporção de estrutura recristalizada em função do tempo para uma determinada temperatura, isto é, para a condição de tratamento isotérmico (**Figura 4.10**). A análise das curvas traçadas para diversos níveis de temperatura permite observar que quanto maior a temperatura, menor é o tempo necessário para completar a recristalização. O fenômeno é caracterizado tipicamente por processos de nucleação e crescimento de grãos recristalizados, a partir de grãos deformados, e pode ser expresso, para muitos metais, na forma das equações (ver Reed-Hill, p. 190-191):

$$1/T = K. \log(1/t) + C$$

ou

 $1/t = A. e^{-K'/T}$

com

 $K' = Q_r/T$

onde:

T = temperatura absoluta de recristalização (K) t = tempo necessário para recristalizar (total ou parcialmente) à temperatura T(h) K, C, A, K' = constantes Q_r = energia de ativação para recristalização (constante empírica)(cal/mol) R = constante (2 cal/mol.K)

A partir do conhecimento do fenômeno é possível definir a *temperatura de recristalização*: é a temperatura *T* necessária para que um determinado metal, com um certo grau de encruamento, se recristalize completamente com o tempo de tratamento de recozimento de uma hora. Essa é uma definição de referência, pois em muitos processamentos são utilizados tempos bem menores, adotando-se temperaturas de trabalho maiores.

Como o valor da energia de ativação encontrado para os metais é relativamente elevado (da ordem de dezena de milhares de cal/mol), a temperatura de recristalização tem praticamente um valor mínimo, denominado temperatura crítica de recristalização, abaixo do qual não se observa o fenômeno. Em decorrência, pode-se definir também um tempo crítico abaixo do qual não se completa a recristalização para um dado nível de temperatura e de encruamento prévio.

4.4.2 Influência do grau de encruamento

Para um grau maior de encruamento prévio ao tratamento de recozimento, menores podem ser o tempo e a temperatura de recristalização. A elevação da intensidade de deformação plástica conduz a um aumento da energia de ativação para a recristalização. Por outro lado, verifica-se a existência de um grau de encruamento crítico abaixo do qual não se nota o aparecimento do fenômeno de recristalização.

4.4.3 Influência da natureza do metal

A presença de pequenos teores de impurezas num metal pode elevar consideravelmente a sua temperatura de recristalização. Por outro lado, os metais de elevada pureza possuem relativamente baixas temperaturas de recristalização. A influência se dá pela formação de soluções sólidas e pela interação entre os átomos de soluto com os contornos dos grãos - a movimentação dos contornos, que ocorrem com a formação e crescimento dos núcleos de recristalização, é dificultada pela presença desses átomos. O efeito é muito mais pronunciado para baixos teores de elemento soluto do que para teores mais elevados, e a influência é diferente para diversos elementos. Os elementos de liga que entram em solução atuam da mesma forma e os elementos que formam segundas fases, na forma de inclusão ou partículas dispersas, também inibem o crescimento do grão.

4.5 MUDANÇAS DE PROPRIEDADES COM A RECRISTALIZAÇÃO

As propriedades do metal recristalizado são dependentes do tamanho de grão recristalizado, que se define assim que o processo de nucleação e crescimento dos grãos na recristalização termina e inicia o processo de crescimento dos grãos recristalizados às custas dos grãos vizinhos, também já recristalizados.

O tamanho de grão recristalizado é dependente de todo o processo de recristalização e dos processos anteriores, ou seja, é função da natureza do metal (ou da liga metálica), do tamanho de grão antes do encruamento e do grau de encruamento, além do tempo e da temperatura de recristalização.

No caso particular de conformação plástica de chapas de aço por estampagem profunda, o controle do tamanho de grão da chapa laminada a frio e recozida é muito importante. Se o tamanho de grão for muito grande (nº ASTM 5) pode surgir na peça estampada uma rugosidade superficial denominada comumente "casca de laranja". O aparecimento dessa rugosidade está associado à natureza anisotrópica de deformação plástica do cristal, que se acentua para grãos maiores. A peça estampada com essa rugosidade apenas apresenta problemas de aparência, sem reflexo na sua resistência mecânica. Se o tamanho de grão for muito pequeno (nº ASTM 10), a ductilidade se reduz e surge a possibilidade de rupturas na peça durante a estampagem.

De qualquer forma, as propriedades mecânicas dependem do tamanho de grão, e o tratamento de recozimento, associado aos processos de conformação plástica, é uma maneira usual de controle dessas propriedades dos materiais metálicos.

Em relação ao metal previamente encruado, o recozimento de recristalização provoca uma redução da resistência mecânica (limites de escoamento e de resistência à tração) e um aumento da ductilidade (alongamento e estricção) (**Figura 4.11**). As propriedades físicas que são afetadas pelo encruamento também são modificadas pela recristalização, se bem que no sentido contrário.



Figura 4.11 - Curvas de recozimento para o latão com 35% Zn, na forma de arame reduzido em 53% (*Metais Handbook - vol. 2*, ASM, 8ª. ed., 1979, fig. 1, p. 254).

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002, COTTREL, 1953; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; WULFF et al., 1964-1965).

5 Textura e anisotropia

5.1 DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO DA TEXTURA

A forma de distribuição das orientações dos cristais constituintes do material metálico é denominada *textura*. Considera-se um metal com ausência de textura quando a distribuição das orientações dos cristais no agregado policristalino é aleatória. Normalmente, contudo, as diferentes etapas de processamento dos metais - solidificação, deformação plástica e recristalização - conduzem à formação de uma distribuição de orientação preferencial, onde determinados eixos cristalográficos se posicionam de forma geométrica definida em relação às direções macroscópicas do corpo metálico.

A orientação preferencial das direções cristalográficas, num agregado policristalino, confere propriedades físicas, em particular propriedades mecânicas, diferentes para as diversas direções macroscópicas do corpo metálico, ou seja, conduz o material metálico a um comportamento anisotrópico.

As figuras de pólo, obtidas através da projeção estereográfica, são as formas mais usuais de representação das texturas. A textura é representada posicionando o corpo-de-prova, de forma a fazer coincidir o sistema de coordenadas da projeção com os eixos macroscópicos particulares desse corpo, e projetando de modo estereográfico as direções e planos cristalográficos dos cristais segundo as suas orientações preferenciais. Por exemplo, admitindo-se uma chapa metálica constituída de um metal do sistema cúbico, pode-se representar a sua textura com indicação de dois índices, um correspondente a um plano (h k l) e outro a uma direção |m n o|. O plano cristalográfico (h k l) coincide com o plano da chapa e o eixo cristalográfico |m n o| tem uma direção paralela à direção de laminação. No caso de uma chapa com textura (100) |oo1|, tem-se a maioria dos cristais com a face do cubo da célula unitária paralela à superfície da chapa e com a aresta desse cubo orientada na direção de laminação. Essa textura é considerada ideal, e pode ser representada graficamente por figuras de pólo, destacando-se os pólos (100), ou (110) (**Figura 5.1**).

As determinações experimentais das texturas são realizadas com o auxílio dos raios-X monocromáticos. Esses raios quando incidem no corpo-de-prova se desviam de determinados ângulos, devido à reflexão que ocorre em certos planos cristalográficos, segundo a lei física representada pela equação de Bragg. Os raios refletidos são coletados por um dispositivo de registro (por exemplo, um filme radiográfico) que permite localizar as posições dos planos e direções cristalográficas. Se o dispositivo indicar, para uma dada posição do corpo, uma elevação da intensidade de raios refletidos, significa que o corpo de prova contém muitos planos (h k l) em

condições de provocar essa reflexão. O movimento de rotação do corpo-de-prova permite verificar quais as posições que ocupam os planos (h k 1). O registro das distribuições de intensidade permite traçar a figura de pólos: ao redor de cada pólo geométrico apresentado na projeção estereográfica, e correspondente a uma posição de máxima intensidade, são traçadas linhas que unem pontos de igual intensidade, ou seja, curvas de níveis fechadas, com indicação de valores de intensidade - numa escala arbitrária - para cada linha (**Figura 5.2**). Os métodos experimentais de obtenção de figuras de pólos e de revelação de texturas são constituídos de diversas técnicas que necessitam, para a sua compreensão, de estudos detalhados.

(A análise das texturas de deformação plástica e de recristalização, realizada nos itens 5.2 e 5.3, é em grande parte baseada nos textos de Stüwe & Faustmann (1969); Champier & Saada (1968)).



Figura 5.1 - Figuras de pólos (100), (110) e (111) de uma chapa com nítida textura de cubo, assinalando-se a orientação ideal (100) [001]; e representação do princípio da determinação da textura.

5.2 TEXTURA DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

Os cristais, ou grãos, de agregados policristalinos metálicos se orientam com a deformação plástica de maneira que determinadas direções cristalográficas se posicionam segundo as direções principais de escoamento do metal. Essa distribuição de orientação caracteriza a *textura de deformação*.

Iniciando-se o processo de deformação a partir de um metal sem textura definida, isto é, com orientação aleatória dos cristais constituintes, somente começa-se a notar a presença da textura de deformação quando se atinge intensidades de redução de 30% ou mais; o processo se completa, entretanto, somente com elevadas reduções (ao redor de 90%). Se existe uma textura inicial que é próxima daquela que se pretende obter, pode-se atingir essa *última* com menores intensidades de

deformação. De qualquer forma, a textura inicial não influencia a natureza de textura final que depende, isso sim, do tipo de processo de solicitação plástica, ou seja, se é um processo de laminação, de trefilação ou outro qualquer. Daí decorre a denominação textura de laminação, textura de trefilação, etc. Por outro lado, os metais de mesma estrutura apresentam as mesmas, ou aproximadamente as mesmas, texturas de deformação.



Figura 5.2 - Figura de pólos {110} real, orientações ideais e posições da célula elementar de um metal ccc, laminado com 95% de redução (Coulomb em Champier & Saada (1968), fig. 6, p. 250)

Dessa forma cabe uma análise mais detalhada das texturas de deformação para os principais processos de deformação (laminação e trefilação) e para as estruturas mais comuns (ccc, cfc e hc).

5.2.1 Textura de laminação

As duas direções principais de orientação dos cristais na laminação são: a direção de laminação e a direção perpendicular ao plano da chapa. A deformação plástica na direção transversal é pequena, ou praticamente inexistente, para a maioria dos casos.

Os metais do *sistema cfc* - como a prata, o alumínio e o cobre - podem apresentar basicamente dois tipos de texturas, denominadas texturas do *tipo latão* e textura do *tipo cobre*. Para algumas ligas desses metais, como os latões com composição de até 20% de zinco, as texturas se caracterizam como *texturas de transição*. Para outras ligas, as texturas formadas são dos tipos latão ou cobre. A textura do tipo latão é encontrada tipicamente na prata. Na figura de pólos pode-se verificar a orientação preferencial simétrica e ideal como sendo (110) $|\overline{1}12|$ e (110) $|\overline{1}2|$, com pequena dispersão de concentração ao redor desses pólos como demonstra a curva de nível da **Figura 5.3**. Pode-se interpretar essa figura indicando que a maioria dos cristais apresenta a família de planos {110} paralela ao plano de laminação e a família de direções <112> paralela a direção de laminação. A textura para outros metais, do tipo cobre, apresenta orientações preferenciais ideais como {110} <112>, {312} <214> e {112} <111>.

Os metais do *sistema ccc* apresentam texturas caracterizadas pelas orientações {001} <100>, e menos intensamente, {112} <110> e {111} <211>. As ligas apresentam as mesmas texturas que os metais puros.

Os metais do *sistema hc* formam uma textura que é dependente da relação de parâmetros c/a. Com a relação c/a próxima de 1,633, os planos basais {0001} se aproximam de uma situação paralela ao plano de laminação. Com uma relação superior a esse valor, os planos basais se aproximam também de uma posição paralela ao plano de laminação, com uma inclinação máxima de 20° da normal desse plano em relação à normal ao plano de laminação. As orientações preferenciais são paralelas à direção de laminação. E, no caso de uma relação c/a inferior a 1,633, o normal ao plano basal forma um ângulo máximo de 50° com a normal do plano de laminação; a direção µoTol fica paralela à direção de laminação.



Figura 5.3 - Figuras de pólos {111} reais, orientações ideais e posições da célula elementar de um metal cfc, laminado com 95% de redução apresentando textura de latão e de cobre (Coulomb em Champier & Saada(1968), fig. 7, p. 251)

5.2.2 Textura de trefilação

Diante da natureza do processo de trefilação, é de se esperar que os cristais deformados apresentem um eixo paralelo à direção da conformação, e os demais uma distribuição aleatória ao redor da mesma direção em face da simetria radial. Quando isso ocorre, a textura é denominada *textura de fibra normal* (**Figura 5.4**). Verifica-se, contudo, que muitas vezes, ao menos nas camadas superficiais do trefilado, os cristais tendem a ter direções preferenciais ao redor do eixo central, direções caracterizadas por planos paralelos aos planos tangentes à superfície da barra (ou arame), e direções coincidentes com a direção de trefilação - essa textura recebe a

denominação de *textura cíclica de fibra*. Então, quando se analisa a textura do trefilado, deve-se considerar sempre o que ocorre no núcleo e na camada exterior da barra (ou arame).

Para os metais do *sistema cfc* trefilados observa-se uma orientação com componentes intensas correspondentes à (112) $|\mathbf{11}|$ e, menos intensamente, (112) $|\mathbf{11}|$ quando é verificada a camada exterior. Podem surgir, contudo, diferença, entre as camadas intermediárias, dependendo de o metal ser cobre ou alumínio; o núcleo da barra apresenta uma textura de fibra normal com intensa direção <111> e com componente <100> pouco intensa. Se, após a trefilação ser processada num sentido, ela for conduzida no sentido oposto à textura da camada exterior modifica-se para a componente (100) |001| de modo intenso e <111> pouco intenso. Para a prata, as texturas obtidas são as seguintes: periferia (110) |101|, camada exterior (111) $|\overline{112}|$ e maclas, camada intermediária (112) $|\overline{11}|$ e maclas, e núcleo <111> e <110>.



Figura 5.4 - Figuras de pólos de arames trefilados: textura normal e cíclica

Para os metais do *sistema ccc*, verifica-se na camada exterior {100} <110> mais {110} <100> e no núcleo <110> (Figura 5.5).

Para os metais do *sistema hc*, as texturas são mais complexas, mas para o titânio, por exemplo, ocorre a formação de texturas de fibra normal com a componente <1010>.

5.2.3 Textura de conformados em geral

O tipo de textura formada é sensivelmente dependente da forma de escoamento do metal. Assim sendo, quando o escoamento é predominantemente bidimensional, como no caso da estampagem profunda (apesar dos diferentes estados de tensão que surgem nos diversos pontos da peça sob estampagem), a textura formada se aproxima das texturas típicas de laminação. É de se esperar, apesar de pouco estudado, que as texturas de extrusão se aproximem das texturas de trefilação.

5.2.4 Controle da formação de texturas de deformação

O controle da formação de textura nos ciclos de fabricação dos semimanufaturados (laminados, trefilados e extrudados) e dos manufaturados (particularmente os forjados) é, muitas vezes, importante pela influência que exerce nas propriedades mecânicas dos materiais constituintes. O controle dessas propriedades é, por sua vez, fundamental para a caracterização da conformabilidade do material e para a definição das propriedades finais da peça conformada plasticamente.



Figura 5.5 - Figuras de pólos (100) e posições da célula elementar para o ferro laminado (Barret & Massalski(1980)., *Estrutura de los metales,* Aguilar, Madri, 1957, p. 599)

Porém, os ciclos de fabricação são freqüentemente constituídos de etapas de trabalho a quente e de etapas de trabalho a frio, intercaladas por tratamento de recozimento para recristalização, dependendo do tipo de processo de conformação plástica adotado. Em decorrência desse fato, as texturas de deformação estão intimamente ligadas às texturas de recozimento, e uma das maneiras mais comum de controlar uma textura de deformação é por meio da textura de recristalização. Os exemplos típicos de influência e controle da textura em problemas práticos são os seguintes (ver Stüwe & Faustmann(1969), p. 110-116;190-203):

- Formação de orelhas em peças estampadas profundamente (Figuras 5.6 a 5.8): decorrem da anisotropia de propriedade mecânica (particularmente de ductilidade) no plano da chapa. Para um mesmo nível de tensão de conformação, em todas as direções do plano da chapa, a deformação é maior em determinadas direções simétricas em relação à direção de laminação. Para atenuar esse efeito anisotrópico, a chapa metálica deve ser produzida com uma seqüência de passes de laminação com pequena intensidade de deformação e com recozimentos de recristalização intermediários. Desse modo, impede-se que o metal deformado adquira uma textura de deformação bem definida, que provocaria a formação, na recristalização, de grãos com orientação preferencial nítida. Em alguns casos, pode-se chegar a obter uma chapa praticamente isotrópica (o exemplo se refere a chapas de aço para estampagem).
- 2) Aproveitamento de propriedades elásticas em molas metálicas: ocorre no sentido de fabricar peças metálicas, na forma de tiras, utilizadas como molas, localizando o corte por estampagem, no plano da chapa, segundo uma direção favorável. Em face da característica anisotrópica da chapa, o módulo de elasticidade é maior para determinadas direções em relação à direção de laminação e, com um módulo maior, obtém-se um maior nível de energia elástica para um mesmo nível de deformação elástica. Nesse caso o processamento da chapa deve ser no sentido de acentuar as propriedades anisotrópicas. Se ao invés de laminar o material metálico for utilizado, contudo, o processo de trefilação, os níveis dos módulos de elasticidade serão maiores (o exemplo se refere às ligas para molas de relógios à base de Co-40%, Ni-28%, Fe-10% e Cr-12%).
- 3) Aproveitamento de propriedades de resistência mecânica maior numa direção: em alguns elementos de máquinas ou equipamentos é conveniente ter uma resistência maior numa direção do que noutra, como no caso de hélice de motor marítimo feito em liga de magnésio (o exemplo se refere à liga *Al-7%*, *Zn-1%*, *Mn-o,2%* e *Mg restante*). Procura-se orientar a deformação do material no sentido da pá do hélice, por ser a direção onde ocorre a máxima resistência e a máxima tensão de tração solicitante. Os metais de estrutura hexagonal apresentam menor simetria do que aqueles da estrutura cúbica e, portanto, o efeito de anisotropia se manifesta de forma mais intensa nos primeiros. O magnésio e o zinco, em particular, apresentam propriedades bem diferentes na direção da laminação em relação à direção transversal da laminação.
- 4) Redução das perdas elétricas e magnéticas em chapas de transformadores e máquinas elétricas: os aços com silício que são ligas do metal ferro, do sistema cúbico, com silício apresentam propriedades elétricas e magnéticas anisotrópicas em função dos tratamentos mecânicos e térmicos aplicados. Nesse caso influi no tipo de textura formada, o processo de recristalização, a precipitação de impurezas e a atmosfera do último tratamento de recozimento (no caso de chapas finas). Em decorrência da anisotropia, deve-se cortar as chapas, para a fabricação dos núcleos eletromagnéticos -, no sentido de fazer coincidir a direção de menor perda magnética com a direção do campo magnético a direção de perda mínima de energia coincide com a direção de laminação. As texturas obtidas são de dois tipos: a textura cubo, com direções µoo| e µoo| no plano da chapa e a direção µoo| na direção de laminação.



Figura 5.6 - Figuras de pólos (111) para uma chapa de latão 69-32 para duas condições: (a) laminada 84% e recozida a 425°C, laminada 50% e recozida a 650°C, com formação de quatro orelhas na estampagem de um copo a partir de um disco; (b) laminada 50%, recozida a 565 °C, laminada 85% e recozida a 650°C, com formação de seis orelhas (Burghoff-Bohlen, apud Barret, CS., *Estrutura de los metales,* Aguilar, Madri, 1957, p. 669).



Figura 5.7 - Estampagem de um copo a partir de um disco de cobre, no caso de grãos orientados ao acaso (a) e de textura {100} <001> (b) (adaptado de Richards, em Honeycombe(1977), fig. 12.8, p. 338)



Figura 5.8 - Variação das propriedades mecânicas com o ângulo longitudinal (do corpo-de-prova na forma de tira) em relação à direção de laminação, para a chapa de cobre com textura {100} <001> (adaptado de Cook-Richards, em Honeycombe (1977), fig. 12.9, p. 339)

5.3 TEXTURA DE RECRISTALIZAÇÃO

A textura de recristalização, formada a partir de uma textura resultante de uma deformação plástica, pode se caracterizar por três tipos diferentes:

- textura com distribuição aleatória das posições dos cristais ou "ausência" de textura;
- textura coincidente com a textura original de deformação;
- textura diferente da textura original, mas com marcantes posições preferenciais dos cristais.

A ausência da textura - ou, melhor dito, presença de uma distribuição aleatória das posições dos cristais constituintes do metal - é mais uma característica ideal, para a obtenção de um corpo metálico de propriedades isotrópicas, do que uma realidade. Comumente, na prática industrial, sempre permanece um certo grau de anisotropia nos produtos metálicos conformados e recozidos que, contudo, para efeito de algumas aplicações, pode ser considerado inexistente. Dependendo do metal, pode-se obter texturas aleatórias adotando certas combinações de tratamentos mecânicos e térmicos.

Quando ocorre a coincidência de textura, as direções preferenciais são as mesmas, apesar da textura de recristalização apresentar uma dispersão maior da orientação dos cristais ao redor das direções preferenciais.

A textura de recristalização, que comumente ocorre nos tratamentos térmicos de recozimento, após a deformação plástica, é a do terceiro tipo, isto é, é a que se caracteriza por uma maior distribuição. Essa maior distribuição é influenciada, contudo, pela textura de deformação anterior.

De uma maneira geral, pode-se afirmar que as texturas de recristalização dependem do tipo de intensidade da deformação plástica, do grau de pureza e composição dos metais, da estrutura cristalográfica dos metais e das condições do tratamento térmico de recozimento.

5.3.1 Texturas de recristalização em laminados

A textura que comumente ocorre é a do tipo "cubo", em que a célula de um metal do sistema cúbico localiza-se com o plano da face no plano da chapa e com a aresta na direção de laminação.

Em metais do *sistema cfc* (como cobre, níquel e alumínio puro) a textura se caracteriza com (100) [001], e é obtida a partir de uma textura de laminação do tipo "cobre". Entretanto, para o cobre, por exemplo, podem-se obter os diferentes tipos de estruturas mencionadas, e também, para o alumínio, sendo que, nesse caso, o teor de pureza tem uma influência marcante: a alta pureza favorece a formação da textura do tipo cubo.

No caso dos metais do *sistema ccc*, a formação de textura pode sofrer a influência também de uma possível mudança alotrópica de fase, como no caso do ferro. Nesse metal, para se observar a mudança de textura de recristalização deve-se manter a temperatura de tratamento abaixo da temperatura crítica de mudança alotrópica. Se essa transformação alotrópica ocorrer, a textura será aleatória. No caso de chapas de aço de baixo carbono, verifica-se que, nas primeiras etapas de recozimento, a textura de deformação é acentuada, mas para tempos maiores de tratamento a textura tende a ser aleatória.

Para os metais do *sistema hc*, de uso comum, não se observa modificação da textura devido à recristalização.

5.3.2 Texturas de recristalização em trefilados

Analisando os tipos de texturas formadas para os dois principais metais do *sistema cfc* nota-se que o alumínio de pureza comercial (99,5%) tem uma textura de recristalização igual a de deformação, ou seja, a representada pela direção <111>, que caracteriza a textura de "fibra". Para alumínio de elevada pureza existe uma mistura de textura de fibra <111> e <110> - são, contudo texturas para arames, pois, no caso de barras, o alumínio 99,5% tende a apresentar as orientações <311> e <310>. A textura do cobre também depende do grau de pureza e, para o cobre comercialmente puro, apresenta as mesmas texturas de trefilação caracterizadas pela orientação <111>.

No caso dos metais dos *sistemas cfc e hc*, observam-se os mesmos tipos de texturas para trefilados e recristalizados.
5.4 ANISOTROPIA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Os agregados policristalinos com formação de texturas apresentam, como já se afirmou, propriedades diferentes segundo as diferentes direções do corpo metálico. Essas texturas podem ser decorrentes tanto de tratamentos mecânicos de conformação plástica como de tratamentos térmicos de recozimento.

Essa variação de propriedades com a direção caracteriza a natureza anisotrópica do metal. Particularmente, no que se refere à anisotropia das propriedades mecânicas, o efeito obtido tanto pode ser um efeito benéfico como maléfico. Na estampagem de um disco metálico, por exemplo, para a formação de um copo, tanto pode se destacar o efeito maléfico de formação de orelhas e afinamento das regiões laterais adjacentes ao fundo do corpo, como o efeito benéfico de aumento de resistência na direção perpendicular da chapa, que reduz a possibilidade de ruptura no afinamento da espessura dessa. Em decorrência desse fato, é conveniente analisar, para o caso de chapas, a relação entre a estampabilidade e os coeficientes de anisotropia.

A capacidade de uma chapa poder ser estampada profundamente sem o aparecimento de rupturas caracteriza a propriedade de fabricação denominada *estampabilidade*. A estampabilidade depende, em grande parte, da resistência ao afinamento da chapa durante o processo de estampagem. Essa resistência pode ser avaliada pelo índice ou *coeficiente* de *anisotropia médio* $|\overline{R}|$ definido pela expressão:

$$\overline{R} = \frac{R_{0^0} + 2R_{45^0} + R_{90^0}}{4}$$

Para compreender essa expressão é necessário indicar a forma de determinação dos parâmetros indicados:

- numa chapa são retirados corpos-de-prova na forma de tiras retangulares segundo a direção de laminação (ângulo 0°), a direção transversal (ângulo 90°) e a direção de 45° com a direção de laminação;
- 2) para cada corpo-de-prova é realizado o ensaio de tração, para a determinação do *coeficiente de anisotropia normal* R, definido pela expressão:

$$R = \frac{\mathcal{E}_{w}}{\mathcal{E}_{t}} \quad \text{com} \qquad \mathcal{E}_{t} = \ln\left(\frac{t}{t_{0}}\right) \quad \text{e} \quad \mathcal{E}_{w} = \ln\left(\frac{w}{w_{0}}\right)$$

Onde:

 w_o , t_o = largura e espessura iniciais do corpo-de-prova

- w, t = largura e espessura do corpo-de-prova após certa deformação plástica
- 3) e, então, em cada direção longitudinal, transversal e a 45° obtém-se respectivamente R_{o° , R_{9o° e R_{45° .

A possibilidade de formação de orelhas na estampagem da chapa, por sua vez, está associada ao *coeficiente de anisotropia planar* (ΔR) estabelecido pela expressão:

$$\Delta R = \frac{R_{0^0} + R_{90^0} - 2R_{45^0}}{2} \tag{5.3}$$

Evidentemente, tanto o coeficiente médio \overline{R} como o coeficiente planar ΔR dependem da textura da chapa laminada:

 a) se a chapa apresenta ausência de textura, isto é, se contiver grãos orientados ao acaso, ela é perfeitamente isotrópica e, então, tem-se

$$R_{0^{\circ}} = R_{45^{\circ}} = R_{90^{\circ}} = 1 \tag{5.4}$$

e, conseqüentemente,

$$R = 1 \quad e \quad \Delta R = 0 \tag{5.5}$$

b) se a chapa apresentar um determinado grau de texturização, isto é, se contiver uma certa proporção de grãos orientados preferencialmente segundo determinadas direções, pode-se ter

 $\overline{R} > 1$

onde a direção de maior resistência é a perpendicular ao plano da chapa; e no caso contrário

 $\overline{R} < 1$

Então, para se chegar a uma melhor condição de estampabilidade, deve-se procurar obter na fabricação da chapa por laminação valores elevados de anisotropia normal média e valores baixos para a anisotropia planar.

Convém mencionar ainda o fato de que a textura formada depende de variáveis de processamento como: temperatura final de laminação a quente, temperatura de bobinamento, intensidade de redução a frio, condições de lubrificação e ciclo de recozimento. Depende também das variáveis do material, ou seja, do teor de alumínio e nitrogênio, no caso dos aços, do teor de outros elementos de ligas presentes, e do tamanho do grão.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002, CHAMPIER & SAADA, 1968; COTTREL, 1953; DIETER, 1961; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; STÜWE & FAUSTMANN, 1969; WULFF et al., 1964-1965).

Fratura Dúctil

6.1 TIPOS DE FRATURA

A fratura de um corpo sólido consiste na separação desse corpo em duas ou mais partes sob a ação de esforços mecânicos. Os dois tipos básicos de fraturas são: *fratura frágil*, caracterizada pela rápida propagação da trinca após alguma ou nenhuma deformação plástica, e *fratura dúctil*, com lenta propagação da trinca precedida de intensa deformação plástica. Então, a principal diferença entre os dois tipos é que a propagação da fratura dúctil está associada à intensa deformação plástica

A fratura frágil, nos materiais cristalinos, ocorre comumente através de determinados planos cristalográficos, caracterizando o fenômeno denominado clivagem. A clivagem consiste na separação de planos de átomos, por meio da solicitação mecânica, devido à perda de coesão entre os átomos. A energia de fratura é então quase que totalmente utilizada para vencer a força de coesão entre os átomos de cada lado do percurso da trinca. Os planos de separação são denominados planos de clivagem, e a aparência macroscópica da fratura é brilhante e granular, devido às diferentes posições dos planos de clivagem nos diversos grãos. Contudo a fratura transcristalina (ou transgranular) pode dar lugar à fratura intercristalina (ou intergranular), quando estão presentes - nos contornos dos grãos - películas de comportamento frágil. A tensão normal de tração define a condição mecânica para esse tipo de fratura.

A fratura dúctil é conduzida por tensões de cisalhamento que provocam deformações plásticas. Ela apresenta uma aparência macroscópica fosca e fibrosa, e os mecanismos de nucleação e propagação estão intimamente ligados à presença de vazios internos (poros), de inclusões e de barreiras ao movimento de discordâncias no material metálico do corpo solicitado.

Na conformação plástica dos metais o tipo de fratura que pode ocorrer é normalmente de natureza dúctil. Deve-se, no entanto, diferenciar os mecanismos de nucleação e de propagação das trincas que conduzem à fratura. Por exemplo, um metal pode sofrer uma redução de secção de 40% e logo a seguir fraturar repentinamente. Considerando-se todo o processo, a fratura é de natureza dúctil, pois foi precedida de intensa deformação plástica. Analisando-se mais detalhadamente, entretanto, verifica-se que a nucleação da trinca é, realmente, de natureza dúctil, mas a propagação é de natureza frágil.

A relação que se pode estabelecer entre a fratura dúctil e os processos de conformação plástica, é semelhante à relação existente entre fratura frágil e nível de segurança na solicitação de construções de estrutura *metálica*: nas duas situações para evitar, respectivamente, a fabricação de produtos conformados com trincas e o surgimento de falhas de resistência na estrutura, devese procurar controlar o processo de fratura.

6.2 MODOS DE FRATURA DÚCTIL

A maneira mais comum de apresentar a aparência geométrica ou o modo da fratura dúctil é por meio do ensaio de tração convencional de barras de secção circular. Pode-se observar quatro modos típicos de fratura (**Figura 6.1**):

- a) afinamento gradativo da região de estricção localizada até que ocorra a separação do corpo de prova em duas partes, com a região de separação terminando numa área tendendo a zero
 típico de materiais metálicos de elevada ductilidade, como o chumbo;
- b) formação da taça-cone, comum para a maioria dos metais e ligas metálicas como os aços de baixo e médio carbono e ligas de alumínio-cobre;
- c) formação de dupla taça-cone, menos comum que uma taça-cone simples;
- d) formação de uma superfície plana, que surge em aços de elevado teor de carbono e em outros metais a baixas temperaturas.

A análise das tensões atuantes na região de estricção não é simples, pois o estado de tensão presente é triaxial, e a intensidade das tensões varia de ponto para ponto, se alterando, também, no decorrer do processo de deformação plástica. A ductilidade do material, e o seu comportamento na fratura, dependem, porém do estado de tensão, e dos seguintes fatores: percurso e velocidade de deformação, pureza e presença de fases metálicas no material, grau de encruamento prévio e, principalmente, temperatura.



Figura 6.1 - Modos de fratura dúctil no ensaio de tração de barras.

6.3 MECANISMOS DA FRATURA DÚCTIL

A análise do comportamento da maioria dos materiais metálicos dúcteis no ensaio de tração permite verificar a presença de quatro etapas características que conduzem a fratura dúctil (**Figura 6.2**):

- 1. formação da região com estricção acentuada (empescoçamento do corpo-de-prova), com a presença unicamente do mecanismo de escorregamento;
- 2. formação da região com estricção de microcavidades (ou vazios internos);
- 3. coalescimento das microcavidades na região estrita, nucleando a trinca, e propagação dessa trinca em direção perpendicular à direção de tração do corpo-de-prova;
- 4. distribuição da trinca em direção a 45° com a direção de tração, provocando a separação do corpo em duas partes no modo típico de taça-cone.



Figura 6.2 - Nucleação, coalescimento e propagação de vazios internos na fratura dúctil (adaptado de Dieter(1961), p. 239)

A presença de vazios e de inclusões podem afetar sensivelmente o comportamento da fratura dúctil. A região mais favorável à nucleação de trinca é a que se localiza nas adjacências das partículas inclusas. Isto é, na interface partícula-matriz. A ligação existente entre a partícula e a matriz exercerá influência no processo: quando a aderência da partícula junto a matriz é pequena, há uma maior tendência à formação de vazios; quando a aderência é elevada, a tendência é haver

a quebra da partícula. A formação de vazios junto a partículas indeformáveis é decorrente da acumulação de discordâncias nessa região, que elevam o nível de tensão local. Entretanto, mesmo os metais de elevada pureza podem apresentar a nucleação de microcavidades na ausência de inclusões. As microcavidades nesse caso decorrem da coalescência de discordâncias. Outros mecanismos podem estar presentes na formação das microcavidades, como a interação de discordâncias com os contornos dos grãos e da interação de maclas (ver Honeycombe(1977), p. 448-457; Wulff et alii(1965), v.3, p. 153-159).

Duas formas básicas de manifestação do processo de fratura dúctil, baseando-se principalmente na propagação da fratura, são o rasgamento fibroso e a formação de faixas de cisalhamento, sendo que essas formas comumente estão presentes de forma combinada.

O *rasgamento fibroso* decorre da separação que ocorre ao redor das inclusões quebradas, achatadas e enfileiradas pelos processos prévios de conformação plástica do material. Essas linhas descontínuas de substâncias estranhas à matriz caracterizam a denominada fibração mecânica (a fibração cristalográfica decorre, por sua vez, da orientação preferencial dos grãos). A presença da fibração mecânica conduz a propriedades anisotrópicas, e a influência na fratura pode ser esquematicamente analisada na **Figura 6.3**, comparando-se a influência de um elemento da fibra - na forma de uma cavidade alongada, coincidente com a direção do esforço de tração ou em direção perpendicular - na ductilidade (estricção) e na fratura (tensão de fratura). Três fatores fundamentais de influência devem ser mencionados: (1) a tensão hidrostática: se for de tração facilita a separação das fibras e se for de compressão retarda a nucleação da trinca e a sua velocidade de crescimento; (2) a temperatura: que pode alterar a resistência da partícula inclusa, da matriz e, principalmente, da interface partícula-matriz; (3) a quantidade, morfologia e distribuição das partículas que caracterizam uma segunda fase.



Figura 6.3 - Influência da posição do elemento de fibra na fratura dúctil (adaptado de Backofen(1972), fig. 12.2, p. 244).

A formação da *faixa de cisalhamento* é um processo alternativo ou complementar do processo de rasgamento fibroso. Macroscopicamente esse processo está associado à formação das superfícies cônicas da fratura do modo taça-cone, e microscopicamente corresponde ao mesmo fenômeno de coalescimento e propagação de microcavidades (**Figura 6.4**). A presença de poros é

uma característica dessas faixas, que são pequenas, se propagam em *zig-zag* e se localizam nas extremidades da cavidade segundo a direção de máxima tensão de cisalhamento. Com a deformação, os vazios (*dimples*) se alargam até ocorrer a separação das duas partes em movimentos contrários de cisalhamento (ver Backofen(1972), cap. 12; Cetlin-Silva(1979), p. 35-58).



Figura 6.4 - Ilustração esquemática de fratura com rasgamento fibroso e com faixas de cisalhamento (adaptado de Backofen(1972), p. 248; Rogers, em Backofen(1972), figs. 12.6, 12.7, 12.8, p. 251)

6.4 INSTABILIDADE DO ESCOAMENTO

A condição para provocar o início de um escoamento instável - com a formação de uma estricção intensa e localizada e subseqüente fratura - ocorre quando o aumento da resistência mecânica causada pela deformação plástica (encruamento) é suplantado pelo aumento da tensão aplicada, devido à redução da secção transversal do corpo solicitado mecanicamente.

Sendo F a carga aplicada ao corpo, a condição de instabilidade é definida pela condição:

$$dF = O$$

Como $F = \sigma A$ e $dF = \sigma dA + A d\sigma$, e pela relação entre comprimento (*L*) e secção transversal (*A*) do corpo estabelecida pela constância de volume: dL/L = -dA/A, e ainda, pela definição de

deformação $d\varepsilon = dL/L$, chega-se a: $\sigma dA + A \cdot d\sigma = 0$, $-dA/A = d\sigma/dE$ $e d\sigma/dE = \sigma$

O empescoçamento no ensaio de tração irá ocorrer quando a inclinação da curva tensãodeformação iguala a tensão verdadeira que corresponde ao nível de deformação atingido (ver a Construção de Considere, em Dieter(1961), p. 292-294).

Apesar de se ter estabelecido a condição inicial para a instabilidade de escoamento, não é possível adotá-la como critério real de fratura, pois não se sabe em qual nível da estricção acentuada vai ocorrer o início e a propagação da fratura. Entretanto, essa condição indica uma situação limite, para deformação plástica, acima da qual torna possível o surgimento da fratura.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; BARRET & MASSALSKI, 1980; CALLISTER Jr., 2002; CETLIN & SILVA, 1979; COTTREL, 1953; DIETER, 1961; GUY, 1976; HONEYCOMBE, 1977; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; WULFF et al., 1964-1965).

7 Conformabilidade plástica

7.1 CONCEITOS DE CONFORMABILIDADE

A conformabilidade plástica pode ser definida como a capacidade do metal, ou da liga metálica, poder ser processada por deformação plástica sem apresentar defeitos ou fraturas na peça trabalhada. Como a conformabilidade plástica está intimamente associada ao processo de conformação, a qualidade do metal fica mais precisamente especificada se for determinada a sua capacidade de ser conformado por estampagem, ou por forjamento ou por outro processo específico.

Tradicionalmente, duas características de fabricação por conformação têm sido estudadas em detalhes:

- a estampabilidade, ou capacidade de uma chapa metálica poder ser estampada profundamente - nesse caso, se evidencia essencialmente a conformação plástica de superfícies metálicas;
- a forjabilidade, ou capacidade de um corpo tridimensional metálico poder ser conformado por forjamento ou por outros processos (como laminação e extrusão), onde predomina o trabalho com volumes metálicos.

A temperatura exerce uma influência marcante, pois caracteriza as condições de conformação ou trabalho mecânico a frio ou a quente. Pode-se classificar também as propriedades de fabricação (por conformação) em conformabilidade plástica (ou trabalhabilidade mecânica) a frio e a quente.

Em face do que ocorre na prática industrial, são comumente estudadas e controladas a estampabilidade a frio e a forjabilidade a quente e a frio. No estudo da forjabilidade a quente, entretanto, não está presente somente a influência da temperatura (maior do que 0,5 da temperatura de fusão), mas também da velocidade de processamento, ou seja, da velocidade de deformação, que pode atingir níveis relativamente elevados (10⁻¹ a 10³ s⁻¹).

7.2 FATORES DE INFLUÊNCIA NA CONFORMABILIDADE

Em decorrência da definição, em que se associa a conformabilidade a um processo específico, estão presentes fatores de influência de natureza mecânica e metalúrgica. E cada condição particular precisa ser analisada para se poder tirar o máximo proveito das características do

material e do processo de conformação. Dentro de uma consideração geral, pode-se, entretanto afirmar que, no que se refere ao material da peça a ser conformada, quanto maior a sua ductilidade, associada a uma resistência mecânica mínima para suportar os esforços de conformação, maior será a capacidade de ser processada com deformação plástica.

As condições mecânicas de influência se manifestam por meio dos diferentes estados de tensão e de deformação, que ocorrem nos diversos pontos do corpo sob processamento. Nos processos quasi-estacionários, a distribuição de tensão e deformação se mantém constante para um mesmo ponto geométrico do corpo (como na laminação, extrusão e trefilação). Ou seja, cada vez que o ponto físico do corpo passa, durante o processo de escoamento, por um determinado ponto geométrico, ele é submetido a um mesmo estado de tensão e de deformação. Nos processos nãoestacionários, um mesmo ponto geométrico, a cada instante, tem um estado de tensão e deformação diferente, e que se altera com a gradativa mudança da forma geométrica do corpo durante a deformação plástica (como na estampagem profunda e no forjamento). Então, como o comportamento do material depende do estado de tensão e deformação em cada ponto do corpo sólido, a conformabilidade é sensivelmente influenciada pelo tipo de processo de conformação aplicado. Componente de fundamental importância é o atrito entre a peça de trabalho e a ferramenta de conformação devido aos esforços que induzem no corpo e que alteram as condições de conformação. O atrito e as condições de lubrificação constituem-se em fatores de influência complexos para serem analisados. Outro fator de influência mecânico é a velocidade de processamento, que evidentemente impõe uma velocidade de deformação ao corpo - o comportamento mecânico do material se altera com diferentes velocidades de deformação.

A natureza metalúrgica do material exerce, por sua vez, uma influência considerável como já foi objeto de análise nos itens anteriores que tratam da relação entre microestrutura e plasticidade. Cabe destacar, mais uma vez, a influência da temperatura que, em geral, com a sua elevação, conduz a uma melhor condição de plasticidade do material e, conseqüentemente, de conformabilidade plástica. A análise de casos particulares, porém, de notável importância na prática industrial, permitirá, nos itens subseqüentes, avaliar a importância da relação: natureza metalúrgica e conformabilidade plástica.

Convém ainda destacar o fato de que os fatores de influência, na conformabilidade plástica dos metais, são os mesmos que condicionam a obtenção de determinadas propriedades mecânicas no produto final trabalhado: ao estudo da conformabilidade se associa a análise das condições que melhor podem conduzir a obtenção de um produto trabalhado nas dimensões e propriedades mecânicas especificadas e isento de defeitos de fabricação. Diferentes processos de conformação podem produzir, num mesmo material, diferentes propriedades finais em termos de dimensão, tolerância dimensional, acabamento superficial, microestrutura, resistência mecânica, ductilidade e probabilidades de aparecimento de defeitos de fabricação.

7.3 ENSAIOS DE CONFORMABILIDADE

O método mais seguro para se verificar a conformabilidade plástica de um produto metálico é submetê-lo a um ensaio nas condições normais de fabricação, em que estão presentes todos os fatores de influência do corpo metálico (composição, microestrutura, forma e dimensão) e do processo (velocidade de deformação, estado de tensão e de deformação, atrito e lubrificação, e temperatura). A adoção desse método pode representar contudo custos muito elevados, além de

obrigar a utilização das máquinas de fabricação para os ensaios, desviando-as de suas funções de produção. Em decorrência disso, foram desenvolvidos ensaios de laboratório, que podem ser divididos em dois grupos: mecânicos convencionais (ensaios de tração, de compressão e de torção) e ensaios mecânicos de fabricação (ensaios de estampabilidade e de forjabilidade) (ver Dieter, 1984).

7.3.1 Ensaios de conformação a frio de chapas metálicas

A avaliação do comportamento da chapa metálica, no processo de estampagem profunda, pode ser realizada por meio de parâmetros determinados no ensaio de tração de corpos-de-prova, à temperatura ambiente, na forma de tiras de dimensões normalizadas, extraídas da chapa. No ensaio de tração, utiliza-se a curva de tensão e deformação convencional; determina-se o limite de escoamento (\mathbb{Z}_0) e o de resistência (\mathbb{Z}_r) e as propriedades de ductilidade (alongamento \mathbb{Z} e estricção \mathbb{Z}). O cálculo, das tensões verdadeiras e deformações logarítmicas permite, entretanto, a obtenção da curva tensão-deformação verdadeira, que assume a forma aproximada de uma exponencial do tipo:

$$\sigma_{\nu} = K \cdot E_{\nu}^{\ n} \tag{7.1}$$

onde

 σ_v = tensão verdadeira (relação da carga P sobre a área S do corpo de prova no momento de aplicação dessa carga)

 E_v = deformação logarítmica (logaritmo natural da relação entre o comprimento *l* do corpo de prova no momento de aplicação da carga e o comprimento inicial calibrado l_0)

- *K* = coeficiente de resistência
- n = expoente de encruamento

Com os parâmetros obtidos nos ensaios de tração, são estabelecidas algumas correlações significativas entre os seus valores e o comportamento na estampagem. A estampabilidade se eleva para uma ductilidade maior associada a um limite de resistência maior e um limite de escoamento menor: a relação (r) entre limite de resistência e limite de escoamento, denominada razão elástica, apresenta uma correlação significativa com a estampabilidade.

Esses parâmetros são, além disso, muito úteis para um estudo dos diversos mecanismos microestruturais que ocorrem durante o processamento. O expoente de encruamento e os coeficientes de anisotropia (ver item 5.4) são particularmente sensíveis às mudanças estruturais no material. O expoente de encruamento (n) é uma medida da capacidade de encruamento do material e, portanto, da capacidade de resistir a fraturas em regiões de deformação intensa na peça sob conformação e de distribuir mais uniformemente as deformações por toda a peça. O coeficiente de anisotropia médio (k) se associa à capacidade de resistir no afinamento e deve ser determinado por meio de métodos de ensaio específicos como o "método de deformação por tração" (ver Haddad, E., *Métodos macroscópicos para avaliação da anisotropia plástica de chapas metálicas*, Dissertação de Mestrado , EPUSP, 1978).

Diversos ensaios de fabricação foram desenvolvidos para avaliação de estampabilidade da chapa, para serem realizados de forma mais simplificada do que o ensaio de tração - sem, contudo determinar os parâmetros mencionados - e melhor representarem as condições de estampagem. Esses ensaios são conhecidos como ensaio Erichsen, Olsen, Swift e Fukui. O ensaio Erichsen, que consiste na deformação de um corpo-de-prova, constituído de uma tira metálica presa numa matriz com um punção na forma de esfera, representa melhor as condições de estiramento de uma chapa (Figura 7.1). O ensaio Olsen se assemelha ao Erichsen e o ensaio de Swift emprega o punção na forma de um cilindro e o corpo de prova na forma de disco, que é embutido numa matriz para formar um copo. Enquanto nos ensaios Erichsen e Olsen os índices de estampabilidade são dados pela profundidade em que o punção deforma a chapa sem produzir a sua ruptura, no ensaio Swift o índice, que se denomina relação limite de estampagem, é obtido com a relação entre o diâmetro máximo do disco e o diâmetro do punção que não provoca ruptura; o ensaio Swift, portanto, exige a utilização de diversos corpos-de-prova na forma de disco, mas ele se aproxima realisticamente das condições típicas de estampagem profunda. O ensaio Fukui procura conciliar as condições de estiramento e de estampagem típicas conformando um corpo-de-prova circular, numa peça de formato cônico com o vértice esférico esse ensaio apresenta maior dificuldade de execução que o anterior e exige, também, diversos corpos-de-prova.

A necessidade de verificar o comportamento da chapa no processo de estampagem, para as diversas formas de peça e condições de operação, conduziu ao desenvolvimento de métodos de análise de visualização da movimentação, ou melhor, do escoamento do material no decorrer do processo de conformação. Esses métodos se iniciam com a análise da deformação de uma malha, ou rede de linhas ortogonais entre si, desenhadas na superfície da chapa. Posteriormente essa rede de figuras quadradas foi substituída por figuras circulares, que permitiram a determinação da denominada curva limite de conformação, desenvolvida por Keeler-Goodwin e Lacombe (ver Bruno, L.F.C., *Análise do uso de grelhas de círculos impressos e do conceito de curvas de conformação na avaliação da conformabilidade de chapas metálicas finas,* Dissertação de Mestrado, EPUSP, 1977). Em resumo, podem-se fazer as seguintes observações (**Figura 7.2**):





 Em qualquer estágio do processo de deformação, medem-se as deformações principais na superfície da chapa, acompanhando as deformações que ocorrem num retículo constituído de pequenos círculos impressos previamente nessa superfície. A direção das deformações principais coincide com a direção dos eixos, maior e menor, das elipses formadas pela deformação dos círculos impressos.

- 2) Se num diagrama for representada na ordenada a deformação principal, corresponde ao eixo maior da elipse, e na abscissa a deformação correspondente ao eixo menor, a movimentação de um ponto nesse diagrama representa as várias condições de deformação de um ponto na superfície da chapa durante o processo de conformação. O caminho percorrido pelo ponto no diagrama denomina-se trajetória de conformação e a linha correspondente passa pela origem: os pontos próximos a esse ponto têm trajetória própria e, se a cada etapa do processo de conformação, ou seja, se a cada nível de profundidade de conformação da peça, for feita uma união desses pontos no diagrama, obtém-se a denominada frente de deformação.
- 3) A formação de picos, na frente de deformação, corresponde a regiões na peça em que ocorre um afinamento e nas quais poderá surgir a ruptura. Indica ainda a existência de um lugar geométrico extremo, além do qual não se pode ultrapassar sem ruptura. As linhas que definem esse lugar geométrico denominam-se "curvas-limite de conformação".
- 4) A determinação dos pontos das curvas-limite de conformação pode-se basear em diversos critérios de fixação das condições extremas: deformação no início da fratura e deformação localizada interna visível. A curva pode apresentar uma zona hachurada delimitando uma zona superior e inferior, e as deformações utilizadas podem ser logarítmicas ou convencionais.
- 5) O coeficiente de anisotropia normal R pode ser representado no mesmo diagrama da curva de conformação, construída com deformações logarítmicas.
- 6) A gravação de círculos na chapa a ser conformada pode ser feita por diversos métodos utilizando processos fotográficos ou eletroquímicos, e também com simples o uso de carimbos. Os círculos impressos por esse último são facilmente removidos pela ação de atrito da chapa com a ferramenta o primeiro apresenta maior precisão que o segundo, mas é mais custoso e exige maior tempo de execução; o segundo, ou seja, o processo eletroquímico parece ser o preferido nas aplicações em condições de operação industrial.
- 7) Na determinação experimental das condições extremas, duas devem ser atendidas: a fratura, ou deformação localizada, deve passar pelo centro do círculo a ser deformado e a elipse formada deve se localizar próximo à região de fratura ou de deformação localizada. A orientação da fratura, ou deformação localizada, deve corresponder a uma direção determinada, para a qual a curva limite está referida, em relação a direção de laminação.
- 8) Existem vários métodos de obtenção das curvas-limite da conformação, podendo ser destacados dois: o primeiro se baseia em medições feitas nos ensaios convencionais de estampabilidade dos tipos Swift, Fukui e Jovignot (Bulge Test)- e o segundo, que parece ser o preferido na prática industrial, utiliza uma máquina de ensaio com punção esférico e corpo-de-prova de diferente largura e com diversas condições de lubrificação, para permitir obter pontos de curvas nas regiões de deformações positivas e negativas do eixo menor da elipse. Os corpos-de-prova são tiras de 166 mm de comprimento e larguras de 66 77 88 99 104 e 112 mm. O punção esférico tem um diâmetro de 75 mm, a cavidade da matriz é de 85 mm e usa se um sujeitador (prensa chapas).



Figura 7.2 - Ensaio das curvas limite de conformação (adaptado de Bruno, 1977, op.cit) -

- (a) $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ são deformações lineares iguais a, respectivamente, (l_1/l_0) -1 e (l_2/l_0) -1 onde l_0 é igual ao diâmetro do círculo e l_1 e l_2 são iguais aos eixos maior e menor da elipse; as deformações logarítmicas, iguais respectivamente a $\ln(l_1/l_0)$ e $\ln(l_2/l_0)$, podem ser usadas no lugar de l_1 e l_2 .
- (b) A região correspondente às deformações do eixo menor (ε₂) positivas se refere às condições de expansão; e a correspondente às deformações negativas, a expansão ou retração, de acordo com a direção considerada
- (c) A região 1 é atingida empregando-se corpos-de-prova na forma de tiras de larguras decrescentes, e submetidos à conformação de corpos de fundo esférico; a região 2 é atingida aumentando-se a qualidade de lubrificação das tiras.
- 9) Diversas variáveis de influência podem ser estudadas observando a forma e a posição das curvas limites de conformação: a natureza do material define uma curva. As dimensões dos círculos devem ser as menores possíveis para aumentar a precisão de determinação nas regiões críticas (2 a 3 mm para maior precisão e 5 mm para estudos rotineiros); uma maior espessura

da chapa tende a deslocar a curva para cima, ampliando a região de não-ocorrência da fratura ou deformação localizada; o envelhecimento parece apresentar pequena influência; inclusões de impurezas e segundas fases exercem influência na forma e posição, e, finalmente, diferentes valores de expoentes de encruamento e coeficientes de anisotropia planar correspondem a posições e formas diversas de curvas limites de conformação.

- 10) As condições de atrito verificadas por meio do uso de diversos tipos de lubrificantes parecem pouco influenciar a forma e posição das curvas-limite de conformação. Emprega-se, contudo o artifício de alterar as condições de lubrificação para obter pontos de curva do lado direito correspondentes às deformações positivas do eixo menor da elipse.
- 11) A trajetória da conformação pode alterar sensivelmente a forma e posição da curva limite, confirmando o fato conhecido de que a seqüência de fabricação tem muita influência no processo de obtenção de uma peça; os diversos tipos de ensaio de estampabilidade podem simular vários estágios do processo de conformação e de trajetória de conformação.

7.3.2 Ensaios de conformação a quente de corpos metálicos

Os ensaios de corpos metálicos, visando verificar a sua trabalhabilidade a quente (forjabilidade), se baseiam nos ensaios tradicionais de tração, compressão e torção, onde se procura estabelecer as relações entre as tensões e deformações para determinados níveis de temperatura e de velocidade de deformação (ver Sellars,C.M. &Tegart,W.J.McG., Hot-workability, *International metallurgical reviews*, v.17, 1972, p.1-24).

O ensaio tração é conduzido a velocidades de até 10³ s⁻¹ e apresenta facilidade de cálculo da tensão aplicada. Entretanto, para obter as tensões de escoamento, para elevadas deformações, há necessidade de controlar a velocidade de deformação verdadeira (logarítmica) na faixa próxima ao empescoçamento (instabilidade plástica).

O *ensaio de compressão* não sofre a mesma limitação de deformação, podendo utilizar máquinas de ensaio de velocidade da mesa constante, ou de velocidade de deformação constante ou ainda prensas hidráulicas simples.

As velocidades verdadeiras de deformação podem atingir valores de 0,1 a 300 s⁻¹, na compressão de corpos cilíndricos. Com prensas, ou martelos forjadores, pode-se, contudo obter, respectivamente, níveis bem mais baixos ($5x10^{-3} s^{-1}$) ou mais elevados ($2300 s^{-1}$).

O problema desse ensaio é o abaulamento do corpo, devido à dificuldade de deslizamento na interface com as superfícies da ferramenta de compressão (constituída de duas placas planas) devido à ação de atrito. Dependendo das condições de ensaio, o coeficiente de atrito pode variar entre 0,02 a 0,4. Os lubrificantes devem ser resistentes às temperaturas de ensaio e são constituídos de óleos, grafita e vidros. As tensões de escoamento são calculadas a partir de considerações da mecânica da deformação plástica nessas condições.

O ensaio de torção é comumente realizado com corpos cilíndricos para simplificar a natureza do escoamento e os cálculos de determinação das tensões de escoamento. Os ensaios são conduzidos com ou sem restrição ao movimento axial do corpo-de-prova, quando há restrição, surgem forças de tração nessa direção e o cálculo dos esforços deve considerar esse fato. Esse ensaio tende a ser o mais utilizado, pois podem ser obtidos elevados níveis de deformação com velocidades constantes de deformação superficial.

Para estabelecer uma relação quantitativa entre a tensão de escoamento e a velocidade de deformação, à temperatura constante, pode-se utilizar uma expressão exponencial ou

semilogarítmica (fórmula de Ludwik):

$$\sigma_x = \sigma_o \dot{\mathcal{E}}^N$$
 ou $\sigma_x = B.\ln \mathcal{E} + \sigma_o$ (7.2)

Onde:

 $\sigma_x = \sigma_{\varepsilon}$ ou σ_m ou σ_s

 σ_{ε} = tensão verdadeira do ensaio de compressão ou tração, para um determinado nível de deformação.

 σ_m = tensão máxima de ensaio de tração.

 σ_s = tensão de estado permanente, para baixas velocidades de deformação (onde as condições são aproximadamente isotérmicas)

 $\dot{\mathcal{E}}$ = velocidade de deformação verdadeira

 σ_o , N, B = constantes

Essas expressões foram sugeridas a partir da análise de curvas de tensão-deformação obtidas experimentalmente nos referidos ensaios.

7.3.3 Considerações sobre a tensão de escoamento

No estudo da mecânica da deformação, para aplicação nos processos de conformação, admitese comumente que o material do sólido comporta-se de uma forma ideal. Calcula-se a força de conformação a partir da definição de uma velocidade de deformação média, e da determinação de tensão de escoamento médio, a um dado nível de temperatura. O cálculo se realiza pela integração da curva tensão-deformação até um determinado nível de deformação. Esse procedimento ignora, contudo, as diferenças de velocidade de deformação nos diferentes pontos geométricos e físicos do corpo sob processamento.

No trabalho a frio, a tensão de escoamento, para cada nível de deformação, se eleva em função do já descrito fenômeno de encruamento. No trabalho a quente sofre a influência da velocidade de deformação e do nível de temperatura. Além disso, são introduzidas incertezas de comportamento devido às diferenças de microestrutura do material nas condições de ensaio e nas condições de processamento. Os ensaios mecânicos são realizados em corpos-de-prova retirados dos produtos trabalhados e, dependendo da região de onde são usinados, podem apresentar naturezas metalúrgicas diferentes. Nos ensaios mecânicos a quente, os corpos são recozidos a uma temperatura constante, antes ou no momento da aplicação dos esforços, e essa situação pode não reproduzir as condições de operação, no que se refere ao aquecimento para a conformação. Assim sendo, surgem notáveis diferenças entre os tamanhos de grão e as distribuições de segunda fase.

7.4 EXEMPLOS DE ANÁLISE DE FATORES DE INFLUÊNCIA NA CONFORMABILIDADE

Nesse item pretende-se exemplificar a aplicação de alguns conceitos básicos anteriormente desenvolvidos, por meio da análise de casos particulares de materiais metálicos importantes para a produção de semimanufaturados e manufaturados por conformação plástica.

7.4.1 Chapas de aço para estampagem

As chapas de aço são comumente produzidas em três tipos básicos: laminadas a quente, laminadas a frio e revestidas (galvanizadas, aluminizadas, pré-pintadas). Os tipos de qualidade para cada produto são classificados como: qualidade comercial, qualidade para estampagem, qualidade para estampagem especial com aço acalmado, qualidade "física ou estrutural" e qualidades diversas para aços de alta resistência e baixa liga. A conformabilidade plástica se eleva da qualidade comercial à especial, mas é diferente para uma chapa laminada a quente em relação a uma laminada a frio. As chapas feitas de aço acalmado são resistentes ao envelhecimento por deformação plástica. Em geral, o objetivo da fabricação de chapas com a qualidade física ou estrutural, e com aços de alta resistência e baixa liga, é a garantia de uma resistência mecânica mínima que, em geral, implica numa redução de ductilidade. Para os aços de alta resistência e baixa liga, já se atingem índices de conformabilidade equivalentes à qualidade comercial.

Os fatores de influência na conformabilidade das chapas de aço, para todos os tipos de qualidade, são: composição química, textura, macro e microestrutura, acabamento superficial, encruamento e envelhecimento, e dimensões da chapa (ver explicação em Metais Handbook, vol. 1 - Properties and Selection: Irons and Steels, ASM, M. Park, 1978, p. 153-162).

A composição química é, talvez, o fator de influência mais importante. O teor de carbono é baixo atingindo valores máximos de 0,15%. O aconselhável, no entanto, é mantê-lo na faixa de 0,04-0,10%, para não elevar exageradamente a guantidade de carbonetos de ferro (na forma de perlita ou cementita) e para não provocar excessivo refino de grão final, o que reduziria a ductilidade. O manganês é mantido na faixa de 0,25-0,50%, pois, acima de 0,50%, começa a elevar a resistência mecânica. O manganês confere boa trabalhabilidade a quente na fabricação da chapa, promove a obtenção do tamanho de grão adequado à conformação (na etapa de recozimento em caixa) e neutraliza o efeito maléfico do enxofre (que provoca a fragilidade a quente). A relação manganês/enxofre deve ser controlada para garantir boa qualidade do acabamento superficial. O fósforo e o enxofre são considerados impurezas indesejáveis, que devem ser mantidas as mais baixas possíveis o fósforo eleva a resistência por entrar em solução sólida, e provoca um efeito de fragilização a frio, e o enxofre se apresenta na forma de inclusões de sulfeto de manganês, que retardam o crescimento do grão no recozimento e produzem áreas de grãos refinados. Os elementos residuais como cobre, cromo, níquel, molibdênio, estanho e outros devem ser mantidos nos níveis os mais baixos possíveis devido aos efeitos de endurecimento de aço. O teor de oxigênio também deve ser controlado, e a quantidade de oxigênio no metal líquido determina o tipo de aço e as características de solidificação no lingote. O emprego de desoxidantes, como alumínio, silício e titânio, conduz à formação de compostos complexos como aluminatos, silicatos e oxissulfetos, que podem ficar retidos no interior do lingote, com possibilidade de provocar dois efeitos maléficos: evitar o crescimento uniforme dos grãos e

conduzir ao início da fratura na conformação. O nitrogênio, do mesmo modo que o carbono, é um elemento de dissolução intersticial e provoca o efeito de envelhecimento. Nos aços acalmados ele se combina com o alumínio adicionado, formando inclusões de nitreto de alumínio, e não provoca mais o indesejável efeito de envelhecimento por deformação plástica.

A macroestrutura decorre da relação entre os elementos carbono e oxigênio e os desoxidantes adicionados: a quantidade desses elementos no aço, no estado líquido, determina o tipo de aço e a macroestrutura resultante. Os tipos de aço, em função disso, são então: os aços: efervescente, capeado mecanicamente, semi-acalmado e o acalmado. Esse último apresenta a mais elevada conformabilidade, e é particularmente indicado para chapas de estampagem profunda; os aços efervescentes, por sua vez, apresentam melhor qualidade da superfície e os aços semi-acalmados e capeados são mais indicados para a fabricação de peças não-expostas e com moderada exigência de conformabilidade.

A microestrutura é analisada do ponto de vista da forma e do tamanho do grão, da morfologia do carboneto e das inclusões contidas. Os grãos ferríticos de tamanho uniforme, e completamente recristalizados, são requisitos para boa conformabilidade; as chapas com tamanhos de grão entre 7 e 9 (ASTM), no caso de laminados a frio, apresentam a condição ótima. As chapas laminadas a quente e galvanizadas tendem a apresentar uma granulação ligeiramente menor. Tamanhos de grãos menores podem conduzir a uma excessiva perda de ductilidade e grãos maiores conduzem à formação de superfícies rugosas (aparência de "casca de laranja"), após a conformação, que prejudica a aparência da peça exposta. Os aços efervescentes e capeados apresentam grãos equiaxiais, e o mesmo ocorre para chapas laminadas a quente e galvanizadas. Os aços acalmados laminados a frio, adequadamente processados, apresentam grãos na forma alongada e que, associados a determinadas texturas, conferem elevada conformabilidade às chapas. Quanto aos carbonetos de ferro a melhor condição para conformação é uma distribuição aleatória na forma de pequenas partículas: a quantidade de carboneto é proporcional ao teor de carbono e ele se apresenta na forma de cementita ou perlita. Na maioria dos aços laminados a quente e galvanizados os carbonetos apresentam-se na perlita. As inclusões afetam o fenômeno de crescimento da superfície, podem provocar o início da fratura na conformação.

O *acabamento da superfície* é particularmente controlado no caso de chapas laminadas a frio. Superfícies muito lisas ou muito rugosas prejudicam a conformabilidade, pois, no primeiro caso, não permitem a retenção de lubrificantes e, no segundo, a rugosidade elevada provoca excessivo efeito de atrito.

O envelhecimento no aço provoca o seu endurecimento. Pode-se distinguir dois tipos de envelhecimento: por deformação e por resfriamento brusco. O envelhecimento por resfriamento brusco corresponde à precipitação de carbonetos na matriz, após um processamento com rápida redução da temperatura. Está em geral associado aos tratamentos térmicos contínuos dos processos de galvanização ou de normalização e pode ser controlado reduzindo-se a velocidade de resfriamento ou efetivando-se um recozimento após o resfriamento. O envelhecimento por deformação é mais comum e mais crítico para a conformação. Sua origem está relacionada à interação do movimento de discordância com os átomos de carbono e nitrogênio dissolvidos intersticialmente no ferro, sendo que este fenômeno se manifesta na conformação por uma elevação de dureza e retomo do patamar de escoamento após o material ter sido previamente deformado. Uma pequena deformação é aplicada às chapas para eliminar o patamar de escoamento que provoca a formação de linhas de distensão na peça conformada. Com o

envelhecimento, o patamar retorna, e isso pode provocar novamente o defeito na peça conformada. Os aços acalmados laminados a frio e recozidos são resistentes ao envelhecimento: o alumínio adicionado retira o nitrogênio da condição de elemento dissolvido no ferro. As chapas laminadas a quente e galvanizadas apresentam esse segundo tipo de envelhecimento em diversos graus e o nível da temperatura de galvanização acelera o desenvolvimento do fenômeno.

As variáveis de processamento da chapa nas etapas de fabricação do aço, laminação de desbaste, laminação a quente, decapagem, laminação a frio, tratamento térmico e revestimento superficial devem ser analisadas e controladas para a obtenção da condição ótima de estampabilidade.

(O texto deste item a se baseou no seguinte trabalho: O'Neil, R. - Balakrishnan, M.V., Metallurgical factors wich influence the formability of sheet steels, ASM Technical Report 000175, em *Source book on forming of steels sheet*, ASM, M. Park, p. 100-121; para análise da influência do revestimento de zinco ver: Bresciani, F.E., *Conformação plástica de chapas de aço galvanizadas*, Tese de Livre-Docência, EPUSP, 1980.)

7.4.2 Tarugos de latão para forjamento

A liga de cobre, considerada de mais elevada forjabilidade, e de uso comum na produção industrial, é um latão com *a* seguinte composição: 58,0 a 62,0% Cu, 1,5 a 2,5% Pb, 0,3% Max. Fe, 0,5% max. total de outros elementos e o restante zinco. A microestrutura apresenta duas fases (alfa e beta) e partículas de chumbo não-dissolvidas. A temperatura de forjamento permanece na faixa de 650-825°C (ver especificação, da liga C 37700, em *Metais Handbook*, vol. 2 - Properties and selection: nonferrous alloys and pure metals, ASM, M. Park, 1979, p. 340-341).

Os latões de uso na produção industrial podem ser derivados em duas categorias básicas: os latões monofásicos (alfa), com menos de 37% de zinco e com estrutura cristalina uniforme e semelhante à do cobre; e os latões bifásicos (alfa e beta), com teores de zinco entre 37 e 53% e com estrutura cristalina mista em proporções dependentes do teor de zinco. A *fase alfa é uma* solução sólida substitucional de zinco em cobre, e os latões monofásicos apresentam propriedades próximas às do cobre. São particularmente indicados para os trabalhos a frio de conformação plástica, sendo que a resistência aumenta com a elevação do tear de zinco. A *fase beta* é, também, uma solução sólida substitucional que sofre uma modificação estrutural acima de 450°C, com ordenamento dos átomos no reticulado cristalino. Acima de 450°C a trabalhabilidade é bastante elevada, e abaixo dessa temperatura a dureza é elevada, e, a conformabilidade, portanto, pequena. Além disso, com a elevação da temperatura, a proporção da fase beta aumenta provocando melhoria na conformabilidade plástica.

O chumbo não é solúvel no latão e se precipita, na forma de partículas globulares, nos contornos dos grãos da matriz alfa e beta. Durante a usinagem da peça já forjada, o chumbo atua no sentido de elevar a usinabilidade, pois provoca a fratura do cavaco formado, reduzindo o atrito deste com a aresta cortante da ferramenta de usinagem. Sem a presença do chumbo, os cavacos seriam longos e contínuos. Teores menores do que 1% provocam, contudo efeito notável na usinabilidade e teores maiores do que 2% podem ocasionar o aparecimento de fissuras na peça durante o forjamento. Cuidados especiais são requeridos dos latões com mais de 2% de chumbo,

no sentido de redução das velocidades de resfriamento (após forjamento) e das velocidades de forjamento, o que implica em considerá-los como de menor forjabilidade.

O estanho tem um efeito maléfico, pois provoca um aumento excessivo de fase beta se ultrapassar o teor de 0,6%. Comumente o seu teor se mantém na faixa de 0,4-0,6%. Por outro lado, a presença de estanho eleva consideravelmente a resistência à corrosão da liga (ver Paparoni, F., L'Ottone da Stampaggio, *Revista II Rame*, n° 21, CISAR, Milão, 1968, p. 32-49).

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base em referências tradicionais, além das citações específicas no texto, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (BACKOFEN,1972; CALLISTER Jr., 2002; DIETER, 1961;1984; GUY, 1976; REED-HILL, 1968; SMALLMAN,1976; WULFF et al., 1964-1965).

Parte 3

Mecânica da conformação plástica

Teoria das tensões em corpos sólidos

1.1 VETOR DA TENSÃO

Considerando um elemento de superfície (dS) ao redor do ponto (P) e a resultante de elemento da força $d\vec{F}$ atuante na superfície (dS), define-se o vetor de tensão atuante no ponto P como (**Figura 1.1**):

$$\vec{T} = \frac{d\vec{F}}{dS}$$

Sendo \vec{n} o vetor unitário normal a dS, define-se:

 $\sigma = \vec{T}.\vec{n}$ para a tensão normal e $\tau = \vec{T} - \sigma.\vec{n}$ para a tensão tangencial

e deduz-se a relação:

$$\tau^2 = \vec{T}^2 - \sigma^2$$

Convenciona-se que quando:

 $\sigma > 0$ a tensão é de tração e quando

 $\sigma < 0$ a tensão é de compressão.



Figura 1.1 - Representação do vetor de tensão de seus componentes normal e tangencial.

1.2 TENSOR DE TENSÃO

Demonstra-se que o estado triplo de tensão num ponto (P) fica determinado conhecendo-se os nove componentes de uma matriz 3 x 3 que representa o tensor de tensão no ponto considerado referido aos eixos coordenados (x,y,z).

As componentes do vetor \vec{T} , segundo os três eixos coordenados, são:

 $\vec{T}_{x} \{ (T_{xx}, T_{yx}, T_{zx}) \}$ $\vec{T}_{y} \{ (T_{xy}, T_{yy}, T_{zy}) \}$ $\vec{T}_{z} \{ (T_{xz}, T_{yz}, T_{zz}) \}$

onde o primeiro índice representa a direção referente aos eixos e o segundo índice o plano normal, ao eixo referido, onde atuam as tensões.

As tensões T_{xx} , T_{yy} , T_{zz} são normais e podem ser simplificadamente representadas por σ_x , σ_y e σ_z respectivamente. As tensões T_{yx} , T_{zx} T_{xy} , T_{xz} e T_{yz} , são tangenciais e podem ser representadas por τ_{yx} , τ_{zx} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} , τ_{xy} , τ_{zx} e τ_{yz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} .



Figura 1.2 - Representação dos componentes do vetor \vec{T} e do tetraedro representante do ponto P.

Considerando um tetraedro formado por um plano - que no limite passa pelo ponto (P) considerado e que corta os eixos coordenados em três distâncias iguais (dx, dy, dz) - e pelas faces limitadas pelo traço do plano e os eixos coordenados, e considerando as forças:

 $\vec{T}.dS$, atuando no elemento de superfície dS do plano considerado, e

 $\vec{T}_x \cdot dS_x$, $\vec{T}_y \cdot dS_y$ e $\vec{T}_z \cdot dS_z$ e, ainda, estabelecendo o equilíbrio dessas forças de contato nas superfícies referidas (desprezando as forças de volume e de inércia) chega-se a:

$$\vec{T} = \vec{T}_x . n_x + \vec{T}_y . n_y + \vec{T}_z . n_z$$

Onde: $n_x = dS_x/dS$, $n_y = dS_y/dS$ e $n_z = dS_z/dS$

sendo (n_x, n_y, n_z) as componentes do vetor unitário \vec{n} segundo os eixos (x, y, z), ou seja, os cossenos diretores do vetor unitário \vec{T} , então pode ser calculado na forma:

$$T_x = \sigma_x \cdot n_x + \tau_{xy} \cdot n_y + \tau_{xz} \cdot n_z$$
$$T_y = \tau_{yx} \cdot n_x + \cdot \sigma_y \cdot n_y + \tau_{yz} \cdot n_z$$
$$T_z = \tau_{zx} \cdot n_x + \cdot \tau_{zy} \cdot n_y + \sigma_z \cdot n_z$$
$$n_x = \cos(n, x), n_y = \cos(n, y) \cdot e \cdot n_z = \cos(n, z)$$

Representação Vetorial	$\vec{T} = \vec{T}_x . n_x + \vec{T}_y . n_y + \vec{T}_z . n_z$
Representação Matricial	$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}$
Representação Tensorial	$\left(\vec{T} ight) = T .(\vec{n})$ sendo $ T $ o tensor de tensão
Notação Tensorial	$T_{j} = \sum_{i=1}^{3} \sigma_{ij} n_{i} \text{ para j -1, 2, 3}$ ou $T_{j} = \sigma_{ij} n_{i}$

QUADRO	1.1 - Rep	oresentação do	o vetor de tensão
--------	-----------	----------------	-------------------

1.3 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

As equações de equilíbrio são obtidas estabelecendo-se o equilíbrio de forças e de momentos em um cubo de arestas elementares (*dx, dy, dz*), representante do ponto considerado (**Figura 1.3**).

Na fase do cubo coincidente com o plano (y,z), tem-se $-\vec{T}_x dx dz$ e, na face paralela localizada

dx à frente, tem-se
$$\left(\vec{T}_x + \frac{\partial \vec{T}_x}{\partial x} dx\right) dy dz$$

E analogamente para os planos (x,z) e (x,y):



Figura 1.3 - Representação das condições de equilíbrio de forças do cubo com vértice no ponto P.

Somando-se as forças, nas condições de equilíbrio:

$$\frac{\partial \vec{T}_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{T}_z}{\partial z} + \rho.\vec{F} = 0$$

onde ρ é a densidade e \vec{F} é o vetor da força por unidade de massa.

Estabelecendo o equilíbrio de momento ao redor do eixo y, e colocando o centro do cubo no ponto *P*, ao invés do vértice, obtêm-se as expressões:

$$\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2}\right) dx dy \frac{dz}{2}$$
 na face CC'BB'

$$\begin{pmatrix} \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \end{pmatrix} dx dy \frac{dz}{2} \quad \text{na face PP'AA'}$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \end{pmatrix} dy dz \frac{dx}{2} \quad \text{na face P'C'A'B'}$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \end{pmatrix} dy dz \frac{dx}{2} \quad \text{na face PCAB}$$

Somando-se as quatro expressões e igualando-se a zero, obtém-se que $T_{zx} = T_{xz}$ e' ainda, analogamente para o equilíbrio dos momentos ao redor dos eixos x e z:

 $\tau_{zy} = \tau_{yz} e \quad \tau_{yz} = \tau_{xy}$

O tensor de tensão passa a ser representado por uma matriz simétrica, com o tensor simétrico

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

1.4 TENSÕES PRINCIPAIS

Em cada parte do corpo sólido existem três planos, mutuamente perpendiculares, onde as tensões de cisalhamento são nulas e somente atuam tensões normais. As tensões normais são as denominadas tensões principais; os planos onde atuam são os planos principais e as suas direções principais.

As tensões principais são designadas por σ_1 , $\sigma_2 e \sigma_3$.para as direções *1*, *2 e 3*, respectivamente, e convenciona-se que $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$.

Em termos de tensor de tensão enuncia-se que se pode encontrar um sistema de eixos ortogonais de referência no qual a matriz simétrica das tensões tem a forma de matriz diagonal, isto é, os valores dos componentes, exceto a diagonal, são nulos. Esse tensor pode ser representado por:

Com as expressões:

$$\vec{T}.\vec{n} = T_x.n_x^{2} + T_y.n_y^{2} + T_z.n_z^{2}$$

$$T^{2} = T_x^{2}.n_x^{2} + T_y^{2}.n_y^{2} + T_z^{2}.n_z^{2}$$

$$\sigma^{2} = T^{2} - \sigma^{2}$$

$$n_x^{2} + n_y^{2} + n_z^{2} = 1$$

para se ter tensão de cisalhamento nula, dois dos cossenos diretores devem ser nulos e o terceiro deve ser obrigatoriamente igual a unidade. Nos planos principais, só atuam ai, σ_1 , σ_2 *e* σ_3 com

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{n}_1^2 + \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{n}_2^2 + \boldsymbol{\sigma}_3 \cdot \boldsymbol{n}_3^2$$

sendo n_{ν} , n_2 e n_3 os cossenos diretores da normal ao plano onde atuam σ e τ em relação as direções principais. Então, conhecendo-se ai, σ_2 e σ_3 e suas direções, pode-se calcular:

$$\tau^{2} = \sigma_{1}^{2} \cdot n_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} \cdot n_{2}^{2} + \sigma_{3}^{3} \cdot n_{3}^{2} - (\sigma_{1} \cdot n_{1}^{2} + \sigma_{2} \cdot n_{2}^{2} + \sigma_{3} \cdot n_{3}^{2})$$

 $com n_1 = cos(n,1), n_2 = cos(n,2) e n_3 = cos(n,3), para qualquer plano passando pelo ponto P.$

Com as expressões:

 $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$ e $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$

tem-se

$$\sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)n_2^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)n_3^2 \quad e$$
$$\sigma = \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)n_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)n_2^2$$

e observando-se que

$$\sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)n_2^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)n_3^2 \quad e$$
$$\sigma = \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)n_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)n_2^2$$

chega-se aos valores extremos que a tensão a pode assumir, e que são, respectivamente, σ_l , e σ_3 , sendo σ_2 a tensão intermediária :

Representação vetorial	$\frac{\partial \vec{T}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{T}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{T}_z}{\partial z} + \rho \cdot \vec{F} = 0$
Representação desenvolvida em coordenadas cartesianas (x, y, z)	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho \cdot F_x = 0$ $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho \cdot F_y = 0$ $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho \cdot F_z = 0$ (sendo F_x , F_y , F_z as componentes do vetor \vec{F} segundo os eixos x, y, z)
Representação com notação tensorial	$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + F_j = 0$
Representação em coordenadas cilíndricas (r, γ , z)	$\frac{\partial \sigma_{r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\gamma}}{\partial \gamma} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{r} - \sigma_{\gamma}}{r} + \rho.\vec{F}_{r} = 0$ $\frac{\partial \tau_{r\gamma}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\gamma}}{\partial \gamma} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{r\gamma}}{r} + \rho.\vec{F}_{\rho} = 0$ $\frac{\partial \tau_{r\gamma}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\chi}}{\partial \gamma} + \frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \rho.\vec{F}_{z} = 0$

QUADRO 1.2 Representação das equações de equilíbrio

1.5 TENSÃO DE CISALHAMENTO MÁXIMA

Com a expressão:

$$\tau^{2} = \sigma_{1}^{2} \cdot n_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} \cdot n_{2}^{2} + \sigma_{3}^{3} \cdot n_{3}^{2} - \tau^{2}$$

prova-se, derivando em relação aos cossenos diretores n_v , $n_z e n_3$, quer assume os valores de mínimo igual a zero e os valores de máximo, designados como tensões de cisalhamento principais, iguais a:

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3)$$
, $\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1)$ e $\tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$

Dessas expressões, verifica-se que:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0 \qquad \qquad \text{e}$$

$$\tau_{\max} = -\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

onde τ_{max} é a máxima tensão de cisalhamento e pode ser considerada em valor absoluto.

Como para
$$-\tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$
, tem-se
 $n_1^2 = 0.5 \quad n_2^2$ e n_3^2

e essa tensão age no plano bissetor dos planos principais de direções normais 1 e 3, o mesmo ocorre para τ_1 e τ_2 (Figura 1.4).



Figura 1.4 - Representação do plano de atuação da tensão máxima de cisalhamento

As tensões normais nos planos onde agem as tensões de cisalhamento principais podem ser deduzidas da expressão:

$$\sigma = \sigma_1 . n_1^2 + \sigma_2 . n_2^2 + \sigma_3 . n_3^2$$

que, no plano onde atua τ_2 , vale

$$\sigma_{n,2} = \sigma_1.(0,5) + \sigma_2.(0) + \sigma_3.(0,5)$$

$$\sigma_{n,2} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$$

e, analogamente, obtém-se:

$$\sigma_{n,1} = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{2}$$
 e $\sigma_{n,3} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2}$

1.6 CÍRCULOS DE MOHR

Com as expressões:

$$\sigma = \sigma_1 . n_1^2 + \sigma_2 . n_2^2 + \sigma_3 . n_3^2$$

$$\sigma^{2} + \tau^{2} = \sigma_{1}^{2} . n_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} . n_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} . n_{3}^{2}$$

pode-se chegar às equações

$$n_{1}^{2} = \frac{\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{2})(\sigma - \sigma_{3})}{(\sigma_{1} - \sigma_{2})(\sigma_{1} - \sigma_{3})}$$
$$n_{2}^{2} = \frac{\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{1})(\sigma - \sigma_{3})}{(\sigma_{2} - \sigma_{1})(\sigma_{2} - \sigma_{3})}$$
$$n_{3}^{2} = \frac{\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{1})(\sigma - \sigma_{2})}{(\sigma_{3} - \sigma_{1})(\sigma_{3} - \sigma_{2})}$$

essas equações conduzem às desigualdades:

 $\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{2})(\sigma - \sigma_{3}) \ge 0$ $\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{1})(\sigma - \sigma_{3}) \ge 0$ $\tau^{2} + (\sigma - \sigma_{1})(\sigma - \sigma_{2}) \ge 0$

que representam pontos contidos dentro de um círculo maior, denominado Círculo de Mohr (Figura 1.5), e representado pela expressão:

$$\tau^2 + (\sigma - \sigma_1)(\sigma - \sigma_3) = 0$$

Fora dos dois círculos menores, será representado pelas expressões:

$$\tau^2 + (\sigma - \sigma_2)(\sigma - \sigma_3) = 0 \quad \text{e} \quad \tau^2 + (\sigma - \sigma_1)(\sigma - \sigma_2) = 0$$

Esses pontos representam os níveis de tensão normal e de cisalhamento - portanto, do vetor \vec{T} , que podem atingir um plano passando pelo ponto (P) com as diferentes inclinações. Nos casos particulares de pontos pertencentes à circunferência de centro O₁, esses pontos correspondem aos níveis de tensão existentes nos planos perpendiculares à direção 1, passando pelo ponto P, sendo que uma mudança de inclinação, em relação às direções 2 e 3 de um ângulo θ , corresponderá a uma mudança de posição do ponto na circunferência de 2. θ . Analogamente, pode-se descrever a mesma propriedade geométrica para as circunferências de centros em O₂ e O₃.





1.7 TENSÕES OCTAÉDRICAS

Construindo-se um octaedro regular com as direções das diagonais coincidentes com as direções principais (1,2,3), obtém-se, para os três cossenos diretores (**Figura 1.6**):

$$n_1^2 = n_2^2 = n_3^2 = \frac{1}{3}$$

Substituindo em

$$\sigma = \sigma_1 . n_1^2 + \sigma_2 . n_2^2 + \sigma_3 . n_3^2$$

obtém-se a denominada tensão octaédrica normal:

$$\sigma_{oc} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

e substituindo em

$$\tau^{2} = \sigma_{1}^{2} . n_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} . n_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} . n_{3}^{2} - \sigma^{2}$$

obtém-se a tensão octaédrica tangencial:

$$\tau_{oc} = \sqrt{\frac{1}{3}} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \sigma_{oc}^2$$

ou ainda na forma

$$\tau_{oc} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$
$$\tau_{oc} = \frac{1}{3}\sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2}$$

Deve-se notar que essas tensões só dependem das direções dos eixos principais 1, 2, 3 e não dos eixos coordenados (x,y,z).



Figura 1.6 - Representação do octaedro de tensões

1.8 ESTADOS TRIPLOS DE TENSÃO PARTICULARES

Os seguintes estados particulares de tensão podem ser destacados com indicação dos valores das tensões principais, e tensão de cisalhamento máxima (Figura 1.7).

• estado uniaxial de tensão de tração:

$$\sigma_1 > 0, \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \ \tau_{max} = \sigma_1/2$$

• estado uniaxial de tensão de compressão:

$$\sigma_1 < 0, \ \sigma_1 = \sigma_2 = 0, \ \tau_{max} = |\sigma_3|/2$$

• estado de cisalhamento simples:

$$\sigma_1 = -\sigma_3$$
, $\sigma_2 = 0$, $\tau_{max} = \sigma_1$

• estado de tração biaxial:

$$\sigma_1 = 2\sigma_2$$
 , $\sigma_3 = 0$, $\tau_{max} = \sigma_1/2$

• estado de tensão cilíndrico ou estado semi-hidrostático de tensão:

$$\sigma_1 > 0, \ \sigma_2 = \sigma_3 > 0, \ \tau'_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$$
$$> 0, \ \sigma_2 = \sigma_3 < 0, \ \tau''_{max} = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 \quad \text{com} \quad \tau'_{max} < \tau'$$

max

• estado hidrostático de tensão:

 σ_l

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \tau_{max} = 0 e (\tau_{min} = 0)$$

• estado tangencial de tensão ou estado de cisalhamento puro:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$
, $\sigma_3 > 0$, $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$

e quando $\sigma_l = -\sigma_3$ se transforma em estado de cisalhamento simples.



Figura 1.7 - Representação dos diversos estados de tensão particulares com o Círculo de Mohr.

1.9 TENSÕES REDUZIDAS

No estado hidrostático de tensão, não há tensão de cisalhamento em qualquer plano e a tensão normal pode ser representada pela tensão octaédrica:

$$\sigma_{oc} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

ou pela pressão hidrostática

$$p = -\sigma_{oc}$$

ou pela tensão média

$$\sigma_m = -p$$

O tensor de tensão para os eixos principais é representado por:

$$|T_{P}| = \begin{vmatrix} \sigma_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3} \end{vmatrix}$$

e esse tensor simétrico pode ser decomposto em um tensor esférico $/T_e/e$ outro antiesférico $/T_{ae}/da$ forma

$$|T_{e}| = |T_{pe}| + |T_{pae}|$$

com

$$\begin{aligned} \left|T_{pe}\right| &= \begin{vmatrix} \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} \end{vmatrix} \\ \\ \left|T_{pae}\right| &= \begin{vmatrix} \sigma_{1} - \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{2} - \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} & 0\\ 0 & \sigma_{3} - \frac{\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)}{3} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Porém, como

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} = \sigma_{oc} = -p$$

pode-se representar o tensor Π_p l assim:

$$|T_p| = \begin{vmatrix} \sigma_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oc} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_1 - \sigma_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_{oc} \end{vmatrix}$$

Ou

$$\left|T_{p}\right| = \begin{vmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{1} + p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2} + p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3} + p \end{vmatrix}$$

As tensões σ'_{1} , $\sigma'_{2} e \sigma'_{3}$, que são denominadas tensões reduzidas, são iguais a

$$\sigma'_1 = \sigma_1 + p$$
, $\sigma'_2 = \sigma_2 + p$ e $\sigma'_3 = \sigma_3 + p$

e o tensor correspondente denomina-se tensor de tensão principal reduzida $/T'_p/$.

Lembrando as definições de tensores simétrico-esféricos e antiesféricos, pode-se enunciar que:

- tensor simétrico é aquele no qual as coordenadas que são colocadas em posições simétricas em relação à diagonal são iguais;
- tensor esférico é aquele que tem as coordenadas da diagonal iguais entre si e as demais iguais a zero;
- tensor antiesférico é um tensor simétrico que tem a soma das coordenadas de diagonal igual a zero;
- um tensor simétrico pode ser dividido em dois outros tensores, um esférico e outro antiesférico.

Pode-se generalizar a decomposição para o tensor de tensão /T/, referido os eixos (x,y,z), que se apresenta da seguinte forma:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma'_{x} & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_{y} & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_{z} \end{vmatrix}$$

onde a matriz

$$\begin{vmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{vmatrix}$$

que representa um tensor esférico não tem as suas coordenadas alteradas pela mudança do eixo de referência.

A decomposição dos componentes do tensor /*T*/fica assim:

$$\sigma'_x = \sigma_x + p$$
, $\sigma'_y = \sigma_y + p$ e $\sigma'_z = \sigma_z + p$
 $\tau_{xy} = \tau'_{xy}$, $\tau_{xz} = \tau'_{xz}$, $\tau_{yz} = \tau'_{yz}$

e a propriedade da soma das coordenadas da diagonal da matriz antiesférica do tensor de tensão reduzida ////ser igual a zero, conduz a:

$$\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z = 0$$

da mesma forma que para o tensor das tensões principais reduzidas:

$$(\sigma_1 + p) + (\sigma_2 + p) + (\sigma_3 + p) = 0$$

Pode-se provar então que $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -3.p$ e ter-se-á que:

 $-3p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \qquad 0 = \sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z$

ou seja, a soma não depende dos eixos de referência e é sempre igual a *-3p* para os tensores de tensão referidos às coordenadas *x*, *y*, *z* e *1*, *2*, *3*, e igual a zero para o tensor de tensão reduzida.

Já se mencionou que a tensão octaédrica também não depende dos eixos de referência e sabese que $-3p = + 3 \sigma_{oc}$.

Em resumo: um tensor de tensão /T/ (que é simétrico) pode ser decomposto num tensor esférico (que não depende dos eixos de referência), denominado tensor de pressão hidrostática |-p|, e num tensor antiesférico (onde a soma das coordenadas da diagonal é nula), denominado tensor de tensão reduzida /T' e que representa a parte de tensões de cisalhamento do tensor de tensão /T; e assim se tem:

$$|T| = |-p| + |T'|$$

Com notação tensorial, tem-se $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ sendo δ_{ij} o símbolo de Kronecker, que assume os valores:

$$\delta_{ij} = 1$$
 para $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

A tensão média σ_m pode ser escrita como:

$$\sigma_m = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}$$

1.10 INVARIANTES DO TENSOR DE TENSÃO

Prova-se que existem três relações de coordenadas independentes dos eixos de referência numa matriz simétrica; essas relações são denominadas invariantes da matriz, e quando a matriz representa um tensor de tensão são denominados invariantes do tensor de tensão.

Esses invariantes, designados com I_1 , $I_2 e I_3$ para o tensor de tensão principal $/I_p$ / e com I'_1 , I'_2 e I'_3 para o tensor de tensão principal reduzida, são as seguintes:

 $I_{1} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3} = -3p \qquad (ja \text{ mencionado})$ $I_{2} = -(\sigma_{1}, \sigma_{2} + \sigma_{2}, \sigma_{3} + \sigma_{3}, \sigma_{1})$ $I_{3} = \sigma_{1} \cdot \sigma_{2} \cdot \sigma_{3}$
e

$$I'_{1} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3} = -3p \qquad (ja \text{ mencionado})$$

$$I'_{2} = -(\sigma'_{1}. \sigma'_{2} + \sigma'_{2}. \sigma'_{3} + \sigma'_{3}. \sigma'_{1})$$

$$= \frac{1}{6} [(\sigma'_{1} - \sigma'_{2})^{2} + (\sigma'_{1} - \sigma'_{3})^{2} + (\sigma'_{3} - \sigma'_{1})^{2}]$$

$$= \frac{1}{6} [(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}]$$

$$I'_{3} = \sigma'_{1}. \sigma'_{2}. \sigma'_{3}$$

1.11 ELIPSÓIDE DE TENSÕES

As equações:

$$T_x = \sigma_x \cdot n_x + \tau_{xy} \cdot n_y + \tau_{xz} \cdot n_z$$
$$T_y = \tau_{yx} \cdot n_x + \cdot \sigma_y \cdot n_y + \tau_{yz} \cdot n_z$$
$$T_z = \tau_{zx} \cdot n_x + \cdot \tau_{zy} \cdot n_y + \sigma_z \cdot n_z$$
$$n_x = \cos(n, x), n_y = \cos(n, y) \in n_z = \cos(n, z)$$

representam também as equações paramétricas de um elipsóide com centro no ponto P e parâmetros iguais aos cossenos diretores n_x , $n_y e n_z \operatorname{com} n_z^2 = i - n_x^2 - n_y^2$. O elipsóide representa os pontos do percurso da extremidade vetor de tensão nos diversos planos passando pelo ponto considerado, constituindo-se, portanto, no hodógrafo do vetor de tensão.

Os comprimentos dos semi-eixos do elipsóide, que são os valores das tensões principais, $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ são as raízes da equação cúbica:

$$\lambda^{3} - (\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}).\lambda^{2} + (\sigma_{x} \cdot \sigma_{y} + \sigma_{y} \cdot \sigma_{z} + \sigma_{z} \cdot \sigma_{x} - \tau_{xy}^{2} - \tau_{yz}^{2} - \tau_{xz}^{2}).\lambda - (\sigma_{x} \cdot \sigma_{y} \cdot \sigma_{z} + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{xz} - \sigma_{x} \cdot \tau_{xy}^{2} - \sigma_{y} \cdot \tau_{yz} \cdot \sigma_{z} \cdot \tau_{xy}) = 0$$

Os coeficientes dessa equação permanecem invariáveis com a mudança dos eixos coordenados, pois as raízes são as mesmas e o estado de tensão não se altera. Esses coeficientes se identificam com os invariantes definidos para um tensor de tensão referido aos eixos (x,y,z), e a expressão se modifica para:

$$\lambda^3 - I_1 \cdot \lambda^2 + I_2 \cdot \lambda - I_3 = 0$$

e, para os invariantes referidos dos eixos 1,2,3, pode assumir a forma:

$$\lambda^3 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \cdot \lambda^2 + (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1) \cdot \lambda - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 = 0$$

No caso de se considerar o tensor de tensão reduzida, a equação cúbica se reduz a:

$$\lambda^{3} + I'_{1} \lambda^{2} - I'_{2} \lambda' - I'_{3} = 0 \quad \text{e como}$$

 $I'_1 = 0$, tem-se:

$$\lambda^3 - I'_2 \cdot \lambda' - I'_3 = 0$$

1.12 INTENSIDADE DE TENSÃO DE CISALHAMENTO

Define-se a intensidade de tensão de cisalhamento, e se designa a expressão:

$$\tau_{I} = \sqrt{I'_{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + (\sigma_{y} - \sigma_{z})^{2} + (\sigma_{z} - \sigma_{x})^{2} + 6(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{xz}^{2}) \right]^{1/2}.$$

referida aos eixos x, y, z ou, então,

$$\tau_{I} = \sqrt{I_{2}'} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

referida aos eixos 1, 2, 3 principais.

As tensões octaédricas referidas aos eixos (x,y,z) ou (1,2,3) têm as formas:

$$\sigma_{oc} = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} I_1$$

$$\tau_{oc} = \frac{1}{3} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]^{\frac{1}{2}} =$$

$$\tau_{oc} = \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Pode-se, então, estabelecer a relação entre a intensidade de tensão de cisalhamento e a tensão de cisalhamento octaédrica:

$$\tau_{I} = \frac{\sqrt{6}}{2} \tau_{oc}$$

Os seguintes casos particulares podem ser destacados:

estado hidrostático de tensão

 $\operatorname{com} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, então : $\tau_1 = 0$

• estado de cisalhamento puro

 $\operatorname{com} \sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$ e $\sigma_3 = -\tau$ então: $\tau_1 = -\tau_{max}$, sendo - τ_{max} a tensão de estado de tensão de tração ou compressão uniaxial

com
$$\sigma_1 = \tau$$
, $\sigma_2 = 0$ e $\sigma_3 = -\tau$ então : $\tau_1 = \frac{|\sigma_1|}{\sqrt{3}}$

Com notação tensorial, tem-se:

$$\tau_{I} = \left(\frac{1}{2}\sigma_{ij}'\sigma_{ij}'\right)^{\frac{1}{2}}$$

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional e acadêmica dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (AVENAS, 1996; ALTAN, 1983; ALTAN & GEGEL,1999 ; AVITZUR, 1977,1979; BAQUE et al.,1973; BANABIC et al., 2000; DIXIT & DIXIT, 2008; GRUNING, 1973; HILL,1950; HOSFORD & CADDEL, 2007; JOHNSOM & MELLOR, 1975; LUBLINER, 2008; NORRIE & VRIES, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROWE, 1977; SLATER, 1977; WAGONER & CHENOT, 2005).

Teoria das deformações em corpos sólidos

2.1 DESLOCAMENTO E DEFORMAÇÃO

Consideram-se inicialmente dois pontos próximos de um corpo sólido P e Q com as coordenadas (**Figura 2.1**):

$$P(x,y,z) \ e \ Q(x+dx, y+dy, z+dz)$$

que são deslocadas para os pontos $P' \in Q'$ de tal modo que as coordenadas tornam-se:

$$P'(x+u, y+v, z+w) e$$

$$Q'(x + dx + u + du, y + dy + v + dv, z + dz + w + dw)$$

O vetor deslocamento $\overline{P}\vec{Q}$ de *P* e de *Q* tem as coordenadas:

(u,v,w) e (u+du,v+dv,w+dw)



Figura 2.1 – Representação dos deslocamentos e deformações em um plano (x,y).

Considerando que as componentes u, v, w são funções de (x,y,z), pode-se colocar:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz$$
$$dv = \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz$$

$$dw = \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz$$

considerando também pequenos deslocamentos dos pontos, de tal modo que os produtos de distâncias infinitesimais possam ser desprezados.

Para simplicidade de análise visual, pode-se considerar um plano (x,y), ao invés do espaço tridimensional (x,y,z), e nesse plano verifica-se o movimento do ponto Q:

- a posição de Q em relação à P é dada pelo vetor $d\overline{P}\overline{Q}(dx, dy)$;
- o deslocamento de P para P' é dado pelo vetor $\overline{P}\vec{P}(u,v)$;
- o deslocamento de Q para Q" é dado pelo vetor $\overline{Q}\overline{Q}''(u,v)$ onde o ponto Q" tem coordenadas (x+dx+u,y+dy+v) e corresponde ao movimento de translação;
- o deslocamento de Q" para Q"' é dado pelo vetor Q "Q " e corresponde à deformação linear de segmento P Q " que passa a P Q ";
- o deslocamento de Q'''para Q' é dado pelo vetor $\overline{Q}^{'''}\overline{Q}'$, onde o ponto Q' tem coordenadas Q'(x + dx + u + du, y + dy + v + dv), correspondendo ao movimento de rotação mais uma deformação angular.

2.2 TENSOR DE DEFORMAÇÃO

O estado de deformação num ponto é caracterizado pelo tensor de deformação simétrico seguinte:

$$\left| \boldsymbol{D} \right| = \begin{vmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} & \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{yx} & \boldsymbol{\varepsilon}_{y} & \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{zx} & \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_{zy} & \boldsymbol{\varepsilon}_{z} \end{vmatrix}$$

onde ε_x , ε_y e ε_z são as deformações nas direções *x*, *y e z* e γ_{xy} , γ_{xz} *e* γ_{yz} são as distorções nos planos *xy*, *xz e yz*.

Com a notação tensorial, o tensor de deformação pode ser representado por:

$$\mathcal{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

com *u* representando o deslocamento.

2.3 EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

As componentes do tensor de deformação devem satisfazer as relações estabelecidas pelas denominadas equações de compatibilidade das deformações que são as seguintes:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}$$
$$\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}$$
$$\frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2}$$

e ainda,

$$2\frac{\partial^{2}\varepsilon_{x}}{\partial y\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$
$$2\frac{\partial^{2}\varepsilon_{y}}{\partial x\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(+\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$
$$2\frac{\partial^{2}\varepsilon_{z}}{\partial x\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(+\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$

2.4 DEFORMAÇÕES PRINCIPAIS

Demonstra-se que se pode encontrar três eixos coordenados, denominados eixos principais (1,2,3), nos quais o tensor de deformação referido torna-se um tensor com a matriz diagonal e assume a forma:

$$D_{P} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3} \end{vmatrix}$$

Os eixos principais definem as direções principais, respectivamente *1*, *2 e 3*, e um cubo elementar representante do ponto considerado após a deformação torna-se um paralelepípedo sem apresentar distorção (isto é, γ_{xy} , γ_{yz} , e γ_{xz} são nulas). As deformações ε_1 , ε_2 , e ε_3 são as deformações principais e vale a relação $\varepsilon_1 \ge \varepsilon_2 \ge \varepsilon_3$.

As distorções principais γ_1 , γ_2 , e γ_3 podem ser determinadas das expressões deduzidas seguintes:

$$\gamma_1 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2$$
 $\gamma_2 = \varepsilon_3 - \varepsilon_1$ $\gamma_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

e essas distorções ocorrem em planos bissetores dos diedros formados pelos planos denominados principais (isto é, aqueles normais às direções principais).

Como $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 0$ e $\varepsilon_1 \ge \varepsilon_2 \ge \varepsilon_3$ têm-se que a distorção máxima é dada por:

 $\gamma_{max} = -\gamma_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$

2.5 DEFORMAÇÃO VOLUMÉTRICA

Considera-se um elemento de volume inicial

dV = (dx) (dy) (dz) que se deforma e se torna

dV' = (dx') (dy') (dz'), e como:

$$(dx') = (1 + \varepsilon_x) dx$$
$$(dy') = (1 + \varepsilon_y) dy$$
$$(dz') = (1 + \varepsilon_z) dz$$

pode-se ter a relação de variação de volume ΔV deduzida como:

$$\Delta V = \frac{dV' - dV}{dV} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y + \mathcal{E}_z = \mathcal{E}_V$$

desprezando os produtos de deformações (pequenas).

A soma das deformações não se altera com a mudança dos eixos de referência, então:

$$\mathcal{E}_V = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y + \mathcal{E}_z$$

Com notação tensorial fica:

$$\varepsilon_{V} = \varepsilon_{ij} \delta_{ij}$$

2.6 CÍRCULOS DE MOHR

Com as expressões deduzidas para a deformação e distorção, que surgem em qualquer plano, em função dos cossenos diretores do plano e dos componentes das tensões e deformações segundo os três eixos coordenados (*x*,*y*,*z*), pode-se construir os círculos de Mohr para o estado triplo de deformação, analogamente aos estabelecidos para o estado triplo de tensão. As deformações e as distorções podem ser calculadas com as expressões:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 . n_1^2 + \varepsilon_2 . n_2^2 + \varepsilon_3 . n_3^2$$

$$\gamma^2 = 4 \left(\varepsilon_1^2 . n_1^2 + \varepsilon_2^2 . n_2^2 + \varepsilon_3^2 . n_3^2 - \varepsilon^2 \right)$$

que são dadas em função de deformações principais.

2.7 DEFORMAÇÃO OCTAÉDRICA

Pode-se definir (analogamente ao realizado no estudo da teoria das tensões) a deformação octaédrica e a distorção octaédrica e estabelecer as relações:

$$\varepsilon_{oc} = \frac{1}{3} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \frac{1}{3} \varepsilon_v$$

$$\tau_{oc} = 2\sqrt{\frac{1}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - \varepsilon_{oc}^2}$$

$$\gamma_{oc} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

$$\gamma_{oc} = \frac{2}{3} \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2}$$

$$\gamma_{oc} = 2\sqrt{2\varepsilon_{oc}} - \frac{2}{3} (\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_1)$$

2.8 ESTADOS TRIPLOS DE DEFORMAÇÃO PARTICULARES

Com indicação dos valores das deformações principais, podem-se destacar os seguintes casos particulares de estados triplos de deformação:

• estado de deformação axissimétrico

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3$ ou $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 \neq \varepsilon_1$ ou $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 \neq \varepsilon_2$

• estado de deformação (alongamento ou encurtamento)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0 \ e \ \varepsilon_3 \neq 0 \ ou$$

 $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0 \ e \ \varepsilon_1 \neq 0 \ ou$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0 \ e \ \varepsilon_2 \neq 0$$

• estado de dilatação uniforme

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ou $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$

se $\varepsilon_1 > 0$ há expansão e se $\varepsilon_1 < 0$ há contração.

• estado de distorção pura

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_v = 0$$

• estado de distorção simples

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_v = 0$$
 e $\varepsilon_2 = 0$
 $\gamma_{max} = 2\varepsilon_1 = -2\varepsilon_3$, $\gamma_1 = \gamma_3 = \varepsilon_1$

2.9 DEFORMAÇÕES REDUZIDAS

O tensor representativo do estado de deformação de dilatação uniforme é um tensor esférico, representado para os eixos principais, com:

$$\begin{aligned} \left| D_{pe} \right| &= \frac{1}{3} \begin{vmatrix} \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \right) \end{vmatrix} \\ & \left| D_{pe} \right| &= \begin{vmatrix} \varepsilon_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{oc} \end{vmatrix}, \text{ onde} \\ & \varepsilon_{oc} &= \frac{\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \right)}{3} = \frac{\varepsilon_v}{3} \end{aligned}$$

O tensor $|D_{Pae}|$ representativo do estado de distorção pura é um tensor antiesférico representado para os eixos na forma:

$$|D_{Pae}| = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 - \varepsilon_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 - \varepsilon_{oc} \end{vmatrix}$$

E a soma dos dois tensores representa o tensor de deformação, representado para os eixos principais:

$$\left|D_{p}\right| = \left|D_{Pe}\right| + \left|D_{Pae}\right|$$

ou seja

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{3} - \boldsymbol{\varepsilon}_{oc} \end{vmatrix}$$

Qualquer deformação pode então ser decomposta em dilatação e distorção.

Colocando a relação de tensores referida nos eixos (x,y,z) tem-se:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{x} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{y} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_{z} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} \varepsilon_{v} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{v} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{v} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{x} - \frac{1}{3}\varepsilon_{v} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{y} - \frac{1}{3}\varepsilon_{v} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_{z} - \frac{1}{3}\varepsilon_{v} \end{vmatrix}$$

As deformações reduzidas ε'_x , ε'_y , ε'_z , γ'_{xy} , $\gamma'_{xz} e \gamma'_{yz}$ se estabelecem com as expressões: $\varepsilon'_x = \varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_v$, $\varepsilon'_y = \varepsilon_y - \frac{1}{3}\varepsilon_v$, $\varepsilon'_z = \varepsilon_z - \frac{1}{3}\varepsilon_v$ $\gamma'_{xy} = \gamma_{xy}$, $\gamma'_{xz} = \gamma_{xz} e \gamma'_{yz} = \gamma_{yz}$

e são representadas com o tensor |D|.

Com notação tensorial tem-se:

$$\varepsilon'_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} + \varepsilon'_{ij}$$

2.10 INVARIANTES DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO

Pode-se estabelecer os invariantes do tensor de deformação (analogamente ao realizado no estudo da teoria da tensão) que assumem para os eixos principais, a forma:

$$J_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$J_2 = -(\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_1)$$

$$J_3 = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3$$

O tensor de deformações principal reduzida tem os invariantes:

$$J'_{1} = 0$$

$$J'_{2} = \frac{1}{6} \Big[(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})^{2} + (\varepsilon_{2} - \varepsilon_{3})^{2} + (\varepsilon_{3} - \varepsilon_{1})^{2} \Big]$$

$$J'_{3} = (\varepsilon_{1} - \frac{1}{3}\varepsilon_{\nu})(\varepsilon_{2} - \frac{1}{3}\varepsilon_{\nu})(\varepsilon_{3} - \frac{1}{3}\varepsilon_{\nu})$$

2.11 ELIPSÓIDE DE DEFORMAÇÃO

Admite-se a existência de uma esfera que tem o ponto considerado como centro, de forma que essa esfera possa representar uma região com o mesmo estado triplo de deformação do ponto. Quando ocorre a deformação, essa esfera assume a forma de um elipsóide que pode ter as suas equações paramétricas estabelecidas. Os comprimentos dos semi-eixos do elipsóide são as deformações principais ε_1 , ε_2 e ε_3 , obtidos das raízes da equação do seguinte elipsóide:

$$\begin{split} K^{3} - (\epsilon_{x} + \epsilon_{y} + \epsilon_{z}).K^{2} + (1/4).(4\epsilon_{x} \cdot \epsilon_{y} + 4\epsilon_{y} \cdot \epsilon_{z} + 4\epsilon_{z} \cdot \epsilon_{x} - \gamma_{xy}^{2} - \gamma_{yz}^{2} - \tau_{xz}^{2}).K - \\ (1/4).(4.\epsilon_{x}.\epsilon_{y}\cdot\epsilon_{z} + \gamma_{xy}.\gamma_{yz}\cdot\gamma_{xz} - \epsilon_{x}.\gamma_{xy}^{2} - \epsilon_{y}.\gamma_{yz}^{2} - \epsilon_{z}.\gamma_{xy}^{2}) = 0 \end{split}$$

ou, ainda,

$$K^{3} - J_{1} K^{2} + J_{2} K - J_{3} = 0$$

e também

$$K^{3} - (\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} + \varepsilon_{3}).K^{2} + (\varepsilon_{1} \cdot \varepsilon_{2} + \varepsilon_{2} \cdot \varepsilon_{3} + \sigma_{3} \cdot \varepsilon_{1}).K - \varepsilon_{1} \cdot \varepsilon_{2} \cdot \varepsilon_{3} = 0$$

O primeiro invariante se iguala à variação volumétrica, isto é, $J_1 = \varepsilon_v$, ou então $J_1 = (1/3)\varepsilon_{oc}$

2.12 INTENSIDADE DE DISTORÇÃO

A intensidade de distorção é uma grandeza dada pela expressão:

$$\gamma_{I} = +2\sqrt{J_{2}'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\left(\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y} \right)^{2} + \left(\varepsilon_{y} - \varepsilon_{z} \right)^{2} + \left(\varepsilon_{x} - \varepsilon_{z} \right)^{2} + \frac{3}{2} \left(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{xz}^{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

No caso de distorção pura (ou cisalhamento puro), tem-se:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$
, $\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ e
 $\gamma_{xy} = \gamma_{max}$

e conseqüentemente

$$\gamma_I = |\gamma_{max}|$$

A intensidade de distorção pode ser dada com a notação tensorial:

$$\gamma_I = (2\varepsilon'_{ij}\varepsilon'_{ij})^{1/2}$$

Em termos de deformações principais fica:

$$\gamma_{I} = +2\sqrt{J_{2}'} = \frac{\sqrt{6}}{3} \left[(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})^{2} + (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{3})^{2} + (\varepsilon_{2} - \varepsilon_{3})^{2} + \frac{3}{2} (\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{xz}^{2}) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

e ainda

$$\gamma_I = +2\sqrt{J_2'} = \frac{\sqrt{6}}{3}\gamma_{\rm oc}$$

2.13 DEFORMAÇÃO DE UM CÍRCULO

Considera-se no estudo da deformação de um círculo o estado duplo de deformação. A deformação de um corpo ao redor do ponto considerado é definida pelas deformações nas direções dos dois eixos coordenados (x, y) e pela distorção entre ambos os eixos. As relações entre as deformações segundo os eixos (x, y) e as deformações principais podem ser assim estabelecidas:

$$\varepsilon_{1} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} + \sqrt{(\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y})^{2} + \gamma_{xy}^{2}} \right)$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} + \sqrt{(\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y})^{2} + \gamma_{xy}^{2}} \right)$$

Com $\varepsilon_1 \ge \varepsilon_2$ e ainda $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$

As distorções máximas são dadas por

$$\gamma_{\text{max}} = -\gamma_{\text{min}} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

e surgem nas direções perpendiculares entre si e bissetores das direções principais; nessa direção a deformação (linear) é dada por:

$$\varepsilon_{\pi/4} = \varepsilon_{-\pi/4} = (1/2)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = (1/2)(\varepsilon_x - \varepsilon_y)$$

Pode-se então estabelecer:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{\pi/4} + (1/2)\gamma_{\text{max}}$$
, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{\pi/4} - (1/2)\gamma_{\text{max}}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + \gamma_{\text{max}}$

E conhecendo-se o ângulo de uma direção (α) em relação a uma direção principal (escolhida como a 2), tem-se:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \operatorname{sen}^2 \alpha + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha \qquad \gamma = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \operatorname{sen}^2 \alpha$$

ou seja, as deformações e as distorções segundo essa direção (de ângulo α).

Deve-se considerar ainda que um corpo possua no seu interior um estado triplo de deformação e na sua superfície um estado duplo de deformação.

Ao redor do ponto (P) considerado traça-se um círculo de raio unitário que tem em seus pontos o mesmo estado de deformação do ponto considerado. Observando-se a deformação do círculo, que no caso geral se transforma numa elipse, pode-se distinguir os seguintes casos particulares:

estado de deformação simples:

se $\varepsilon_1 = 0$ (ou $\varepsilon_2 = 0$) e

se $\varepsilon_1 > 0$ (*ou* $\varepsilon_2 > 0$) tem-se alongamento simples e

se $\varepsilon_1 < 0$ (*ou* $\varepsilon_2 < 0$) tem-se contração simples;

se
$$\varepsilon_1 > 0$$
 (ou $\varepsilon_2 = 0$) então $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 . sen^2 \alpha$
 $\gamma = \varepsilon_1 . sen^2 \alpha e \gamma_{max} = \varepsilon_1.$

• estado de dilatação uniforme:

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, então $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 e \gamma = 0$

• estado de distorção simples:

se $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 e |\varepsilon_1| = |\varepsilon_2|$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 . \cos 2\alpha$$
, $\gamma = 4 . \varepsilon_1 . \sin \alpha . \cos \alpha$ e $\gamma_{max} = 2 . \varepsilon_1 = -2 . \varepsilon_2$

e um estado de deformação qualquer pode ser considerado como a superposição de um estado de dilatação uniforme com outro de distorção simples.

Considerando agora a área do círculo inicial $S_o = 1.\pi$ e a área do círculo deformado, isto é, da elipse, tem-se:

 $S_e = (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)$. π ou, desprezando o produto $\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$,

 $S_e = (1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2). \pi$

Define-se deformação de superfície do círculo como

$$\varepsilon_s = \frac{S_e - S_o}{S_o}$$
 que vale, então, $\varepsilon_s = \varepsilon_l = \varepsilon_2$

Os valores particulares de ε_s são:

$\varepsilon_s = \varepsilon_l \ ou \ \varepsilon_2$	no estado de deformação simples;
$\varepsilon_s = 2\varepsilon_1 = 2 \varepsilon_2$	no estado de dilatação uniforme;
$\varepsilon_s = 0$	no estado de distorção simples.

2.14 VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO

Considerando que o ponto (P) desloca-se com certa velocidade V, têm-se as coordenadas do vetor velocidade segundo as direções x, y, z: (V_x , V_y , V_z) onde

$$V_x = \frac{\partial u}{\partial t}, V_y = \frac{\partial v}{\partial t}, V_z = \frac{\partial w}{\partial t}$$

Com as expressões:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad e$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

chega-se a:

$$\dot{\varepsilon}_{x} = \frac{\partial \varepsilon_{x}}{\partial t} \qquad \dot{\varepsilon}_{y} = \frac{\partial \varepsilon_{y}}{\partial t} \qquad \dot{\varepsilon}_{z} = \frac{\partial \varepsilon_{z}}{\partial z} \quad \mathbf{e}$$
$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \qquad \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} \qquad \dot{\gamma}_{yz} = \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t}$$

e a velocidade de deformação num ponto pode ser definida pelo tensor simétrico na forma:

$$\left| \dot{D} \right| = \begin{vmatrix} \dot{\varepsilon}_{x} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\varepsilon}_{y} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xz} & \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{yz} & \dot{\varepsilon}_{z} \end{vmatrix}$$

Com notação tensorial tem-se:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dV_i}{\partial x_j} + \frac{dV_j}{\partial x_i} \right) \text{, com}$$
$$V_i = \frac{\partial U_i}{\partial t} \text{ e } \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}$$

para pequenas deformações, com V representando a velocidade.

Pode-se definir os invariantes do tensor de velocidade de deformação e também a grandeza intensidade de velocidade V_I como:

$$V_{I} = +2\sqrt{K_{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\dot{\varepsilon}_{x} - \dot{\varepsilon}_{y})^{2} + (\dot{\varepsilon}_{x} - \dot{\varepsilon}_{y})^{2} + (\dot{\varepsilon}_{x} - \dot{\varepsilon}_{z})^{2} + \frac{3}{2} (\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz} + \dot{\gamma}_{yz}) \right]^{1/2}.$$

com K_2 igual ao segundo invariante do tensor de velocidade de deformação. Com notação tensorial, tem-se:

$$V_I = \left(2\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}\right)^{1/2}$$

2.15 TRABALHO DE DEFORMAÇÃO

Considerando um paralelepípedo de dimensões infinitesimais (dx, dy, dz), em condições de equilíbrio com as forças exteriores que atuam e que sofre um deslocamento δu , δv , δw), tem-se, para cada face paralela, o trabalho efetuado:

$$-\sigma_{x}dydz\delta u + \sigma_{x}dydz\left(\delta u + \frac{\partial(\delta u)dx}{\partial x}\right) = \sigma_{x}\frac{\partial(\delta u)}{\partial x}dV$$

para as componentes segundo o eixo x,

$$-\tau_{xy}dydz\delta v + \tau_{xy}dydz\left(\delta v + \frac{\partial(\delta v)dx}{\partial x}\right) = \tau_{xy}\frac{\partial(\delta v)}{\partial x}dV$$

para as componentes segundo o eixo y, e

$$-\tau_{xz}dydz\delta w + \tau_{xz}dydz\left(\delta w + \frac{\partial(\delta w)dx}{\partial x}\right) = \tau_{xz}\frac{\partial(\delta w)}{\partial x}dV$$

 $\operatorname{com} dV = dx.dy.dz$

Para os três pares de faces paralelas, tem-se a soma dos trabalhos que corresponde ao trabalho total das forças exteriores (δW_e):

$$\delta W_e = \left[\sigma_x \frac{\partial(\delta u)}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial(\delta v)}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial(\delta w)}{\partial z} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial(\delta v)}{\partial x} + \frac{\partial(\delta u)}{\partial y}\right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial(\delta w)}{\partial x} + \frac{\partial(\delta u)}{\partial z}\right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial(\delta v)}{\partial z} + \frac{\partial(\delta w)}{\partial y}\right)\right] dV$$

e então:

$$\partial W_e = \sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_z \delta \varepsilon_z + 2\tau_{xy} \gamma_{xy} + 2\tau_{xz} \gamma_{xz} + 2\tau_{yz} \gamma_{yz}$$

que com notação tensorial fica:

$$\delta W_e = \sigma_{ii} \delta \varepsilon_{ii} dV$$

ou ainda:

$$\delta W_e = |T||D|dV$$

A potência se estabelece a partir das expressões do trabalho e da velocidade de deformação na forma:

$$\delta \dot{W}_e = \sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV$$
 ou $\delta W_e = |T| |\dot{D}| dV$

Para as direções principais, deduz se as relações:

$$\delta W_e = (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) dV$$
$$\delta \dot{W}_e = (\sigma_1 \dot{\varepsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\varepsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\varepsilon}_3) dV$$

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional e acadêmica dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (AVENAS, 1996; ALTAN, 1983; ALTAN & GEGEL,1999 ; AVITZUR, 1977,1979; BAQUE et al.,1973; BANABIC et al., 2000; DIXIT & DIXIT, 2008; GRUNING, 1973; HILL,1950; HOSFORD & CADDEL, 2007; JOHNSOM & MELLOR, 1975; LUBLINER, 2008; NORRIE & VRIES, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROWE, 1977; SLATER, 1977; WAGONER & CHENOT, 2005).

3.1 LEI DO COMPORTAMENTO ELÁSTICO

A relação entre tensão e deformação é denominada "equação constitutiva" e, pela lei de Hooke, no caso de estado triplo de tensão e de deformação, é estabelecida a relação:

 $/T/-\lambda V/I/+2\mu/D/$

Onde:

/*I* /é um tensor unitário de matriz:
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

V é a variação de volume, $V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$, e

 $\lambda e \mu$ são os coeficientes de Lamé.

Essa expressão estabelece a relação entre tensões e deformações no regime elástico, segundo a lei de Hooke, de acordo com um comportamento elástico linear; além disso, nessa equação verifica-se que os tensores de tensão e de deformação possuem as mesmas direções principais e isso decorre do comportamento isotrópico do material.

A expressão, com notação tensorial, fica:

$$\sigma_{ij} - \lambda V \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

 $\operatorname{com} \delta_{ij} = 1$ para $i=j \in \delta_{ij} = 0$ para $i\neq j$

Decompondo os tensores de tensão e de deformação em tensores esféricos e reduzidos, obtémse:

 $|T'| = 2\mu/\varepsilon' | e -3p = (3\lambda + 2\mu)V$

Definido K como módulo de compressibilidade tem-se que com $K = \lambda + (2/3)\mu$,

$$\left|\varepsilon\right| = \frac{1+\nu}{E} \left|\sigma\right| + 3p\frac{\nu}{E} \left|I\right|$$

onde se define também o "módulo de Young" (ou módulo de elasticidade) *E*, o "coeficiente do Poisson" *v* e o "módulo de elasticidade transversal" *G*, que são:

$$E = \frac{\mu(2\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad , \quad V = \frac{\lambda}{2(\lambda + 2\mu)} \quad , \quad G = \frac{E}{2(\lambda + 2\mu)}$$

Admite-se, na relação entre tensão e deformação, que as direções principais dos tensores de tensão e de deformação coincidem, o que é conseqüência da hipótese de isotropia.

O tensor $|\varepsilon|$ no regime elástico é representado também com \mathcal{E}_{ij}^{e} .

As relações entre as tensões e deformações também podem ser assim expressas, para facilidade de aplicação:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} [\sigma_{x} - \upsilon (\sigma_{y} - \sigma_{z})]$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{1}{E} [\sigma_{y} - \upsilon (\sigma_{x} - \sigma_{z})]$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E} [\sigma_{z} - \upsilon (\sigma_{x} - \sigma_{y})]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} , \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} , \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

3.2 COMPORTAMENTO PLÁSTICO

Inicialmente, para compreender o comportamento plástico do corpo sólido, pode-se admitir a situação e um estado uniaxial de tração. Observa-se que até o denominado limite de escoamento vale a relação:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$

e, após esse limite, a deformação, que é unicamente elástica, passa a ser plástica:

 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^e + \mathcal{E}_1^{p}$

O limite de elasticidade usualmente é substituído pelo limite final do regime elástico e inicial do regime plástico, e representado por σ_o .

A curva tensão deformação verdadeira, muitas vezes denominada curva de escoamento, é construída tendo nas ordenadas as tensões verdadeiras (isto é, a carga sobre a área do corpo no momento de aplicação da carga) e na abscissa as deformações logarítmicas, com a formulação seguinte:

P = carga uniaxial de tração

 σ_c , ε_c = tensões e deformações convencionais

 σ_{ν} , ε_{ν} = tensões e deformações verdadeiras

 S_o , S = áreas de secção transversal do corpo de prova, respectivamente, inicial e quando da aplicação da carga

 $l_{\rm o}, l$ = comprimentos do corpo de prova, respectivamente, inicial e quando da aplicação da carga

então, tem-se:

$$\sigma_c = \left(\frac{P}{S_o}\right), \ \sigma_v = \left(\frac{P}{S}\right)$$

e como S_o . l_o = S. l (hipótese da constância do volume no regime plástico),

$$\sigma_{v} = \sigma_{c} \left(\frac{S_{o}}{S} \right) = \sigma_{c} \left(\frac{l_{o}}{l} \right) = \sigma_{c} \left(1 + \varepsilon_{c} \right)$$

e ainda

$$\varepsilon_{v} = \int_{l_{O}}^{l} dl_{\bar{l}} = \ln\left(\frac{l}{l_{o}}\right) = \ln\left|\left(\frac{l}{l_{o}}\right) + \left(\frac{l-l_{o}}{l_{o}}\right)\right| = \ln\left(1 + \varepsilon_{c}\right)$$

A curva de escoamento pode ser representada por uma curva exponencial do tipo (Figura 3.1)

$$\sigma_{v} = K \cdot \varepsilon_{e}^{n}$$

onde se define os parâmetros:

K = coeficiente de resistência e n = expoente de encruamento

A curva de escoamento, na teoria da plasticidade, tem necessidade de ser idealizada e assim se distinguem os corpos de comportamento mais geral, ou seja, elástico-plásticos com encruamento, e os corpos elástico-perfeitamente plástico, rígido-plástico com encruamento e rígido-perfeitamente plástico.

Pode-se afirmar que, no ensaio de tração, onde existe o estado triplo uniaxial, o material escoa, ou seja, entra no regime plástico quando a tensão aplicada atinge a tensão de escoamento, e essa tensão de escoamento se eleva com a tensão aplicada quando o corpo é plástico com encruamento. Esse é o critério de escoamento para um caso particular de estado de tensão.

A teoria da plasticidade comumente se baseia no estudo de corpos idealmente plásticos e não considera os fenômenos estruturais de encruamento e da recristalização que dão origem a uma modificação das propriedades mecânicas dos sólidos metálicos durante a sua deformação e aquecimento; também não considera o denominado fenômeno da fluência (isto é, deformação em função do tempo com carga ou tensão constante) e o aparecimento da curva de histerese para tensão e deformação quando da inversão da direção de aplicação da carga após um carregamento inicial (devido ao encruamento anisotrópico).

Na solução de alguns problemas, contudo, a teoria da plasticidade considera os fenômenos de encruamento (isto é, o endurecimento pela deformação plástica) e de anisotropia das

propriedades mecânicas (provocada pela anisotropia cristalográfica e pela fibração mecânica) e, nesses casos, essas considerações devem ser explicadas.



Figura 3.1 - Curvas de escoamento representando o comportamento idealizado no ensaio de tração (abandona-se o índice v da tensão e da deformação).

3.3 CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO

A lei que define o limite de escoamento num ponto em qualquer estado de tensão, complexo ou não, é o chamado critério de escoamento.

Para corpos plasticamente isotrópicos, o critério pode ser estabelecido como função (simétrica) das tensões principais:

 $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = K$, onde

K = constante do material do corpo associada ao escoamento

Como as funções simétricas dos componentes de tensão são os invariantes do tensor de tensão, pode-se representar também o critério com:

$$f(\sigma_m, I_2, I_3) = K$$

Mas como se admite que a tensão média, ou a pressão hidrostática, não altera o comportamento do corpo no escoamento, tem-se que:

$$f(I'_2, I'_3) = K$$

ou seja, o critério de escoamento se reduz a uma função do segundo e do terceiro invariante do tensor de tensão reduzida.

O critério de escoamento de Tresca (1865), também denominado "critério de escoamento da máxima tensão de cisalhamento", estabelece que o início do escoamento se dá quando a tensão máxima de cisalhamento atinge um determinado valor, ou seja, quando a semidiferença da maior e da menor tensão principal atinge esse valor. Nota-se que o critério independe da tensão intermediária do invariante do tensor de tensão reduzida; então, tem-se que:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \tau_{\max} = K \quad \text{com } \sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$$

A tensão máxima de cisalhamento τ_{max} , no ensaio de torção, representado por k, onde atua um estado de cisalhamento puro, vale a metade do limite de escoamento obtido no ensaio de tração, isto é:

• na torção:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}(k+k) = k$$

- pois $\sigma_1 = + k$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -k$
- na tração:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2} \sigma_o$$

pois $\sigma_1 = \sigma_o, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

daí, se tem que para o critério de escoamento de Tresca: $2k = \sigma_o$

O critério de escoamento de von Mises (1913), ou "critério de escoamento de energia de distorção" (ver **quadro 3.1**), se ajusta melhor a muitos problemas de plasticidade, contudo o de Tresca facilita o cálculo das tensões.

QUADRO 3.1 Representação da equação do critério de escoamento de von Mises



Esse critério estabelece que o início de escoamento ocorre quando o segundo invariante do tensor reduzido atinge um valor crítico, ou seja, em termos de tensões principais:

$$\frac{1}{6} \left[(\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_2)^2 + (\boldsymbol{\sigma}_2 - \boldsymbol{\sigma}_3)^2 + (\boldsymbol{\sigma}_3 - \boldsymbol{\sigma}_1)^2 \right] = \mathbf{K}^2$$

A relação entre a tensão de cisalhamento máximo na torção (k) e a tensão de escoamento na tração (σ_o) se estabelece assim:

• na torção: $\sigma_1 = +k$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -k$

então
$$\frac{1}{6} \left[(k)^2 + (k)^2 + (-2k)^2 \right] = k^2$$
, logo:

 $6.k^2 = 6k^2$

• na tração: pois $\sigma_1 = \sigma_o, \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

então:
$$\frac{1}{6} \left[(\sigma_o)^2 + (0)^2 + (-\sigma_o)^2 \right] = k^2$$
,

e daí tem-se que: 2 $\sigma_o^2 = 6k^2$ ou $3k^2 = \sigma_o^2$ ou $\sqrt{3}k = \sigma_o$

Os lugares geométricos das relações entre as tensões principais no estado plano de tensão, para esses critérios, estão representados na **Figura 3.2**.



Figura 3.2 - Lugar geométrico para os critérios de TRESCA e de von MISES em estado de tensão plana.

Nos estados complexos de tensão pode-se definir uma superfície denominada superfície de escoamento que separa uma região interna de domínio do regime elástico da outra externa correspondente ao regime plástico (Figura 3.3). Partindo de uma origem, na região interna, o percurso do ponto, até atingir a linha limite da superfície, corresponde aos diversos estados de tensão no regime elástico. A superfície se amplia com o avanço de percurso para além do domínio elástico devido ao encruamento e, quando da retirada da carga, o percurso de retorno se dá sempre no regime elástico. Um percurso coincidente com a linha limite corresponde aos diversos estados de tensão apenas com deformações elásticas, caracterizando uma mudança neutra.

Nas condições de isotropia plástica, a superfície de escoamento pode ser representada por uma função na forma:

 $f(I'_{2}, I'_{3}) = F(q)$, onde

F(q) = função de encruamento de um parâmetro (q) característico da deformação plástica precedente

e assim se verifica que a superfície de escoamento depende da evolução do encruamento e do estado de tensão em cada momento.



Figura 3.3 - Ilustração da superfície de escoamento

3.4 TENSÃO E DEFORMAÇÃO EFETIVAS

A tensão efetiva σ é função das tensões atuantes num corpo e a sua magnitude atinge um valor máximo quando o estado de tensão provoca o escoamento; então, para o critério de Tresca:

$$\overline{\sigma} = \sigma_1 - \sigma_3$$

e para o critério de von Mises:

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Neste último caso, pode-se relacionar a tensão efetiva à tensão octaédrica tangencial e à intensidade de tensão de cisalhamento, com:

$$\tau_{I} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau_{oc} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

tem-se:

$$\overline{\sigma} = \sqrt{3}.\tau_{I}$$
 e $\overline{\sigma} = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{oc}$

A deformação efetiva $\overline{\varepsilon}$ é definida por meio do incremento do trabalho (por unidade de volume):

 $dW = \sigma . d\overline{\varepsilon} = \sigma_1 . d\varepsilon_1 + \sigma_2 . d\varepsilon_2 + \sigma_3 . d\varepsilon_3$ para o critério de von Mises fica

$$d\overline{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

e para a deformação total

$$\overline{\varepsilon} = \left[\frac{2}{3}\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

3.5 TEORIA DO ESCOAMENTO

As seguintes considerações iniciais podem ser feitas para apresentar a teoria do escoamento, ou seja, estabelecer as relações entre tensões e deformações no regime plástico:

1) No regime plástico, ao contrário do regime elástico, onde as tensões estão diretamente relacionadas às deformações pelas equações da elasticidade, não existe uma única correspondência entre tensão e deformação, e as relações diferenciais de tensão e deformação, que são estabelecidas, têm que ser integradas seguindo a evolução da deformação desde o início do processo de deformação plástica, em um determinado ponto do corpo sólido considerado.

2)Um processo de deformação plástica tem que ser considerado, então, como uma sucessão de pequenos incrementos de deformação; quando as deformações são grandes, elas devem ter a sua evolução acompanhada, em cada momento, considerando as mudanças de formas do corpo.

3) Em muitos problemas de grande interesse prático, devido à complexidade de distribuição de tensões e deformações na fronteira elástico-plástica, e a necessidade de atender as condições de continuidade das tensões e deformações, tem-se a necessidade de desprezar o componente elástico da deformação.

4) Uma solução completa de um problema de plasticidade restringe-se a relativamente poucos casos e é obtida comumente quando o problema apresenta condições de simetria ou outras condições simplificadoras.

A teoria do escoamento adota como hipótese os seguintes itens:

a) o corpo é isotropicamente plástico;

b) a mudança de volume é pequena e representa uma deformação elástica proporcional a tensão média; ou seja:

$$\varepsilon_v = 3.K.\sigma_m$$

onde *K* = constante

c) o incremento infinitesimal da deformação total é igual a soma dos incrementos da deformação elástica e da plástica; ou seja:

 $d\mathcal{E}_{ij} = d\mathcal{E}_{ij}^e + d\mathcal{E}_{ij}^p$, onde

 $d\mathcal{E}_{ii}^{e}$ = componentes de incremento de deformação elástica

 $d\varepsilon_{ii}^{p}$ = componentes de incremento de deformação plástica

(d) o tensor de incremento deformação plástica reduzida é proporcional ao tensor de tensão reduzida, e então

 $d\mathcal{E}_{ij}^{p} = d\lambda . d\sigma'_{ij}$, onde

 $\lambda = \text{constante escalar.}$

Calculando o incremento do trabalho de deformação plástica, tem-se que:

$$dW^{p} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \cdot \sigma_{ij} \sigma_{ij}' = d\lambda \cdot \tau_{I}^{2}$$

pois demonstra-se que $\sigma_{ij}\sigma'_{ij} = 2.\tau_I^2$ e desde que $dW^p \ge 0$, então $d\lambda \ge 0$ e conclui-se que a constante λ está ligada ao trabalho de deformação plástica.

As equações de Prandt (1924) - Reuss (1930) são as seguintes:

$$d\varepsilon_{ii} = d\varepsilon_{ii}^e + d\lambda . \sigma_{ii}'$$

para o critério de escoamento de von Mises onde:

$$au_I = k \quad e \quad d\lambda = \frac{dW^p}{2.k^2}$$

 $d\lambda$ é proporcional ao incremento do trabalho de deformação; e como:

$$dW^{p} = \boldsymbol{\sigma}_{ii} d\boldsymbol{\varepsilon}_{ii}^{p}$$

não há uma relação unívoca entre o incremento de deformação plástica e o incremento de tensão.

As equações de Lévy (1871) - von Mises (1913) podem ser deduzidas das equações de Prandt-Reuss onde se desprezam as deformações elásticas. Nesse caso, tem-se que:

$$d\varepsilon_{ii} = d\lambda . \sigma'_{ii}$$

onde $d\varepsilon_{ij}$ passa a representar somente a parte plástica, ou seja, $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{p}$.

Essa expressão também é colocada em termos de velocidade de deformação, e pode-se ter:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda}.\sigma'_{ij} \quad \text{onde} \quad \dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt}$$
$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2.k^2}.\frac{dW^p}{dt} = \frac{1}{2.k^2}.\sigma_{ij}.\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2.k^2}.\sigma'_{ij}.\dot{\varepsilon}_{ij}$$

onde se verifica que é proporcional à potência, e ainda:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2.k^2} \cdot \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\lambda}} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}$$

$$(\dot{\lambda})^2 = \frac{1}{2.k^2} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}$$
 e $\dot{\lambda} = \frac{V_I}{2.k}$, pois

$$V_I = \left(2.\dot{\varepsilon}_{ij}.\dot{\varepsilon}_{ij}\right)^{1/2}$$
 e, finalmente,

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{V_{I}} = \frac{\sigma'_{ij}}{2.k}$$

,

Pode-se verificar que as velocidades de deformação não podem ser determinadas univocamente se são dadas as tensões; se as velocidades forem dadas, porém, pode-se determinar

os componentes do tensor de tensão reduzida . Esse tensor de tensão também satisfaz as condições de escoamento do von Mises.

Deve-se notar que o "tempo" intervém nessas relações como uma variável de evolução (não correspondendo ao tempo físico), pois o fenômeno da plasticidade é independente do tempo; no estudo das grandes deformações, elas são consideradas como uma soma de um grande número de pequenas deformações que ocorrem em intervalos elementares do parâmetro de evolução que pode ser o tempo.

Quando se considera o encruamento, a deformação total pode assim ser colocada:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + F(\tau_I)d\tau_I.\sigma_{ij}'$$

e nesse caso as relações entre tensões e deformações são unívocas, e também as de seus incrementos, pois o parâmetro λ fica determinado.

A chamada lei do escoamento é expressa pelas equações importantes de Lévy-von Mises na forma:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda.\sigma'_{ij}$$

podendo se apresentar também como:

$$d\lambda = \frac{d\varepsilon_x}{\sigma'_x} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma'_y} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma'_z} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{xz}}{\tau_{xz}} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}}$$

e para as direções principais

$$d\lambda = \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1}{\sigma_3 - \sigma_1}$$

Assim se pode obter ainda as expressões:

$$d\varepsilon_{x} = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_{x} - \frac{1}{2} (\sigma_{y} + \sigma_{z})]$$

$$d\varepsilon_{y} = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_{y} - \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{z})]$$

$$d\varepsilon_{z} = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_{x} - \frac{1}{2} (\sigma_{x} + \sigma_{y})]$$

$$d\gamma_{xy} = d\lambda \tau_{xy}, \ d\gamma_{xz} = d\lambda \tau_{xz}, \ d\gamma_{yz} = d\lambda \tau_{yz}$$

que, para as direções principais, ficam

$$d\varepsilon_1 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$d\varepsilon_2 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_2 - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3)]$$
$$d\varepsilon_3 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_3 - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2)]$$
$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{xz} = d\gamma_{yz} = 0$$

A partir da expressão:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{\partial f}{d\sigma_{ij}} d\lambda$$

que está associada ao conceito de "potencial plástico", onde a função *f* é a função do critério de escoamento, e com critério de escoamento de von Mises, pode-se obter as expressões que relacionam as tensões e as deformações contendo o parâmetro $d\overline{\epsilon}/\overline{\sigma}$ que varia durante a deformação (mantendo-se positivo):

$$d\varepsilon_{1} = \frac{d\overline{\varepsilon}}{\sigma} [\sigma_{1} - \frac{1}{2}(\sigma_{2} + \sigma_{3})]$$
$$d\varepsilon_{2} = \frac{d\overline{\varepsilon}}{\sigma} [\sigma_{2} - \frac{1}{2}(\sigma_{1} + \sigma_{3})]$$
$$d\varepsilon_{3} = \frac{d\overline{\varepsilon}}{\sigma} [\sigma_{3} - \frac{1}{2}(\sigma_{1} + \sigma_{2})]$$

3.6 ESTADO DE DEFORMAÇÃO PLANA

Um estado de deformação plana é caracterizado pelas seguintes condições:

- a) o escoamento no corpo ocorre em qualquer plano paralelo a um plano determinado, que pode ser o plano dos eixos coordenados (x,y) de um sistema bidimensional;
- b) o movimento dos pontos do corpo é independente da terceira dimensão, segundo o eixo *z*, ou seja:

$$u = u(x, y)$$
, $v = v(x, y)$ e $w = 0$

- c) as tensões de cisalhamento na direção da terceira dimensão (*z*) são nulas e, portanto, a tensão normal (σ_z) ao plano considerado (*x*, *y*) é uma tensão principal;
- d) o corpo é isotrópico.

Para a solução de um problema de um corpo no regime elástico, essas condições são suficientes; para o regime plástico, porém, é necessário ainda introduzir o conceito de corpo rígido-perfeitamente plástico que é muito importante nos processos de grandes deformações.

As equações para um sistema estaticamente determinado são estabelecidas do seguinte modo:

- a) com a condição w = 0, tem-se $\varepsilon_z = 0$, e da expressão de Levy-von Mises $d\varepsilon_{ij} = d\lambda . \sigma'_{ij}$, na forma de $d\varepsilon_z = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_x \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y)]$, tem-se então $\sigma_z \sigma_m = 0$ com $\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y)$
- b) σ_z é uma tensão principal e as outras tensões principais são as raízes χ_a e χ_b da equação

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \chi & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \chi \end{vmatrix} = 0$$

$$\chi_a = \sigma_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\chi_b = \sigma_{\min} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

E como $\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y)$ fica $\sigma_{\max} > \sigma_z > \sigma_{\min}$
E ainda $\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$

E com $\tau_{\text{max}} = \tau_I$

c) os valores das tensões principais podem assim ser colocados:

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \sigma_m + k = -p + k$$

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \sigma_m + k = -p - k$$

$$\sigma_2 = \sigma_m = -p$$

ou seja, o estado de tensão em cada ponto se caracteriza pela superposição da pressão hidrostática ($-p = \sigma_m$) com a tensão de cisalhamento puro ($k = \tau_{max}$); as direções dos elementos que atuam nas tensões tangenciais máximas formam um ângulo de $\pm n/4$ com as direções principais.

Pode-se, a partir dos conceitos apresentados, se definir a linha de deslizamento como a linha que nos diversos pontos é tangente à tensão máxima de cisalhamento (**Figura 3.4**).



As linhas de deslizamento constituem duas famílias de linhas ou curvas ortogonais que podem ser representadas pelas equações:

$$x = x(\alpha, \beta)$$
 e $y = y(\alpha, \beta)$

com os parâmetros $\alpha \in \beta$, e onde a chamada família de linhas a tem os valores do parâmetro β constantes, e a família de linhas β tem os valores do parâmetro α constantes. As equações diferenciais das linhas $\alpha \in \beta$ são:

$$\alpha \left| \frac{dy}{dx} = tg \theta \quad e \quad \beta \left| \frac{dy}{dx} = \cot \theta \right|$$

Nas condições de corpo idealmente plástico, tem-se que: $\tau_I = k = cte$ e $\sigma_{max} - \sigma_{min} = 2k$ que, substituindo por σ_x , $\sigma_y e \tau_{xy}$, dá a equação:

$$(\boldsymbol{\sigma}_{x}-\boldsymbol{\sigma}_{y})^{2}+4\tau_{xy}^{2}=4k^{2}$$

Com essa equação, e mais as equações de equilíbrio:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + = 0$$

completa-se um sistema de três equações para obter a definição do estado de tensão independentemente da deformação, desde que sejam dadas as condições nos limites do corpo (condições de contorno). E esse é o caso de problemas "estaticamente determinados".

A essas três equações, pode-se reunir as equações provenientes da teoria de escoamento $d\varepsilon_{ii} = d\lambda . \sigma'_{ii}$ e $d\dot{\varepsilon}_{ii} = d\dot{\lambda} . \sigma'_{ii}$ resultando nas condições de deformação plana:

$$\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2\tau_{xy}} = \frac{\frac{\partial V_{x}}{\partial x} - \frac{\partial V_{y}}{\partial y}}{\frac{\partial V_{x}}{\partial y} - \frac{\partial V_{y}}{\partial x}}$$

onde a direção do plano de tensão de cisalhamento máximo coincide, no elemento do corpo representativo do ponto considerado, com a direção do plano que ocorre à máxima velocidade de distorção.

E, finalmente com a equação da condição de incompressibilidade

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

Obtém-se um sistema de cinco equações de cinco incógnitas: σ_x , σ_y , V_x e V_y .

No sistema *estaticamente determinado*, os problemas são resolvidos com as três primeiras equações e completa-se com as 4ª e 5ª equações para as velocidades.

No sistema estaticamente indeterminado, devido às dificuldades de solução matemática, adota-se o que se denomina "método inverso", onde primeiro procura-se encontrar um "campo de linhas de deslizamento", de forma que a distribuição de velocidades fique de acordo com as condições nos limites, e depois se completa, para os contornos da zona plástica, com as condições limites para as tensões.

Para se chegar às equações de Hencky (1923), parte-se dos seguintes grupos de equações:

1°) Relações entre σ_x , σ_y , τ_{xy}

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2(1, x)$$
$$\sigma_y = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2(1, x)$$
$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \operatorname{sen} 2(1, x)$$

como $\theta = (1, x) - \pi/4$, $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ e $k = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ tem-se que:

$$\sigma_x = \sigma_m - k \operatorname{sen} 2\theta = -p - k \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\sigma_y = \sigma_m + k \operatorname{sen} 2\theta = -p + k \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\tau_{xy} = k \cos 2\theta$$

2º) Equações de equilíbrio

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad e \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + = 0$$

e obtém-se equações diferenciais:

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial x} - 2k \left(\cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0$$
$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial y} - 2k \left(\sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0$$

pois $\sigma_m e \theta$ são funções de *x* e y.

Essas são equações diferenciais não-lineares com derivadas parciais; o método de sua elaboração e as propriedades da solução são determinados pelo tipo de sistema, que no caso se demonstra como sendo um "sistema hiperbólico".

A solução do sistema conduz às relações de Hencky, que são as seguintes:

1) ao longo de uma linha α vale a expressão

$$-p = 2k\theta$$
 + constante ou $\frac{p}{2k} + \theta = \xi$ = constante;

2) ao longo de uma linha β vale a expressão

$$-p = -2k\theta + \text{constante ou } \frac{p}{2k} + \theta = \eta = \text{constante}$$

e da solução resultam as seguintes propriedades das linhas de deslizamento (α,β):

- 1) Ao longo da linha, a pressão (p) varia proporcionalmente ao ângulo (θ) formado pela tangente à linha, em cada ponto, com o eixo dos x;
- 2) O ângulo (θ) e a pressão (p) se alteram de um mesmo valor ao se mudar de uma linha da família β a outra linha da mesma família ao longo de uma linha a qualquer essa propriedade é demonstrada no chamado "1° Teorema de Hencky";
- 3) Se o valor da pressão (*p*) é conhecido em um ponto da rede de linhas, pode-se calcular os seus valores em todos os outros pontos;
- 4) Se uma linha qualquer é uma linha reta, os valores de *p*, θ , σ_x , σ_y , τ_{xy} , $\xi \in \eta$ são constantes ao longo dessa linha;
- 5) Se um segmento qualquer de uma linha de uma família é uma reta, todos os segmentos correspondentes dessa linha, cortados pelas linhas da outra família, são segmentos retos;

- 6) Os segmentos de reta correspondentes de urna família cortados pelas linhas de outra família têm o mesmo comprimento;
- 7) Movendo-se ao longo de uma linha qualquer, os raios de curvatura das linhas de outra família variam nos pontos de intersecção com a distância percorrida - essa propriedade é demonstrada no "2º Teorema de Hencky";
- 8) O raio de curvatura de uma linha diminui movendo-se ao longo de sua parte côncava;
- 9) Se as derivadas das tensões ao longo de urna linha são descontínuas, então a curvatura das linhas da outra família é descontínua através da primeira.

Para se obter as equações de velocidade ao longo das linhas de deslizamento, que são as equações de Geiringer (1930), parte-se das expressões (4ª e 5ª equações):

$$\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2\tau_{xy}} = \frac{\frac{\partial V_{x}}{\partial x} - \frac{\partial V_{y}}{\partial y}}{\frac{\partial V_{x}}{\partial y} - \frac{\partial V_{y}}{\partial x}} \qquad \qquad \frac{\partial V_{x}}{\partial x} - \frac{\partial V_{y}}{\partial y} = 0$$

E das expressões

 $\sigma_x = -p - k.sen \ 2\theta$ $\sigma_y = -p + k.sen \ 2\theta$ $\tau_{xy} = k \ cos \ 2\theta$

obtendo-se um sistema hiperbólico de equações diferenciais com derivadas parciais, cujas características coincidem com as das linhas de deslizamento:

$$\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) tg \, 2\theta + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y}\right) = 0$$

Nesse sistema encontram-se as soluções seguintes:

1) ao longo de uma linha de deslizamento α , vale a relação

$$dV_{\alpha} - V_{\beta} d\theta = 0$$

2) ao longo de uma linha de deslizamento β , se estabelece a relação

$$dV_{\alpha}$$
 - $V_{\beta} d\theta = 0$

sendo V_{α} e V_{β} as componentes do vetor velocidade nas direções tangenciais, respectivamente, no ponto considerado, à linha α e à linha β ; essas são as equações de Geiringer.

Na construção do campo de velocidades, deve ser atendida a condição de que a dissipação de potência nas zonas plásticas deve ser positiva, e assim verificar a consistência das tensões e do campo de velocidades estabelecidos de acordo com as condições limites. Essa condição, com notação tensorial, pode ser representada assim:

 $\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} > 0$

O procedimento para a solução de um problema com o método das linhas de deslizamento está indicado na **Figura 3.5**.



Figura 3.5 – Sequência de decisão na aplicação do método das linhas de deslizamento (Baque, p. 265).

3.7 TRABALHO DE DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

O trabalho de deformação para um elemento material, e por unidade de volume, pode ser expresso assim:

$$dW_V = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$
 onde $dW_V = \frac{\partial W}{\partial v}$

e corresponde ao trabalho das forças internas que conduzem à deformação plástica - (desprezando as deformações elásticas); o trabalho de deformação — ou energia dissipada - ocorre sem mudança de volume e sem influência da componente hidrostática de tensão, e então:

$$dW_V = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

Considerando a lei de escoamento

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \sigma'_{ij}^2$$

e o critério de escoamento de von Mises

$$\sigma_{ij}^{\prime 2} = \frac{2}{3}\sigma_o^2$$

e, ainda, a expressão para incremento de deformação efetiva

$$d\overline{\varepsilon} = \left(\frac{2}{3}d\varepsilon_{ij}^{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

chega-se à expressão para o trabalho

$$dW_V = \sigma_o d\overline{\varepsilon}$$

Para todo o volume:

$$dW_{V} = \int_{Vol} \sigma_{o}.d\overline{\varepsilon}dV$$

No caso da potência dissipada

$$\frac{dW_{v}}{dt} = \sigma'_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} \quad \text{ou} \quad d\dot{W}_{v} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$$

Então:

$$W_V = \sigma_o.\overline{\varepsilon} \qquad dW_V = \int_{vol} (\sigma_o.\overline{\varepsilon}) dV$$

que no caso particular de σ_a , $d\overline{\varepsilon}$ e $.\overline{\varepsilon}$ não variam de um ponto a outro.

$$W = \sigma_o . \overline{\varepsilon} . V$$

3.8 TEOREMA DO TRABALHO MÁXIMO E TENSÕES LIMITES

O teorema do trabalho máximo pode ser assim enunciado:

- para um estado real de tensões (σ_{ij}) aplicado a um elemento do corpo tem-se a deformação dε_{ij}.
- para um outro estado de tensão (σ_{ij}^*) fictício e admissível pode-se, então, afirmar que:

$$\int_{vol} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dvol \ge \int_{vol} \sigma_{ij}^* d\varepsilon_{ij} dvol \quad \text{ou}$$
$$\int_{vol} (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) d\varepsilon_{ij} dvol \ge 0$$

isto é, para uma deformação ($d\varepsilon_{ij}$), o trabalho das tensões admissíveis (σ_{ij}^*) é máximo para o estado real de tensões. Ou seja, ainda: o sistema real tende a atingir um estado de energia mínimo de acordo com as condições de equilíbrio das tensões e de deformação plástica; e qualquer outro sistema de tensões estaticamente admissível produz um trabalho que no máximo é igual ao do sistema real. Conseqüentemente qualquer sistema tem tensões no máximo suficientes, e nunca superiores, para provocar uma operação de deformação, o que caracteriza a condição de limite inferior das tensões.

A partir desse teorema demonstram-se os "teoremas dos extremos":

1º - Teorema - extremo das tensões

2° - Teorema - extremo das velocidades

e com isso determina-se as tensões-limites.

Na determinação de uma tensão, como limite inferior, para provocar uma deformação procede-se da forma seguinte:

- a) estabelecer um campo de tensões admissíveis e em equilíbrio com as condições limites do vetor de tensão (\vec{T}) ;
- b) determinar a potência das forças exteriores (\dot{w}_{e}) ;
- c) determinar na interface do corpo com o exterior a potência das forças externas (\dot{w}_e^*) com auxílio da expressão

$$\vec{T}^* = (\sigma_{ij}^*) \cdot \vec{n}$$

e por ser na interface é uma integral na superfície (s); então:

$$\dot{w}_e^* = \int_s \vec{T}^* \cdot \vec{V} \cdot ds$$
 , sendo

ds = elemento de superfície

 \vec{V} = vetor de velocidades imposta ao corpo

- d) estabelecer a desigualdade $\dot{w}_e^* < \dot{w}_e$ nesse caso a potência do sistema de tensões admissíveis é no máxima igual, porém não superior, à potência real (\dot{w}_e) para provocar a deformação;
- e) da desigualdade, extrair o limite inferior da tensão real para a deformação, pois a potência calculada fornece uma aproximação com valor inferior (caracterizando o limite inferior).

Na determinação de uma tensão, com o *limite superior*, para provocar uma deformação, utilizase também o teorema do trabalho máximo, sem aplicar, contudo, a condição de equilíbrio de tensões. Utiliza-se a condição de que um elemento se deforma oferecendo a resistência máxima, o que conduz a obtenção de um sistema de tensões — a partir de uma deformação que atende às condições cinéticas — onde o trabalho é maior ou igual ao trabalho real. O procedimento para obtenção do limite superior da tensão, isto é, a tensão que no mínimo é suficiente para provocar a deformação, pode assim ser apresentado:

- a) estabelecer um campo de velocidades (\vec{V}^*) , para o corpo incompressível, que atende às condições cinéticas nos limites e se aproxima do escoamento real;
- b) determinar a potência (para a deformação plástica) interior (\dot{W}_i^*) correspondente ao campo de velocidades (\vec{V}^*) , que se compõe de duas parcelas, uma para os pontos do corpo onde a velocidade é contínua - $\dot{W}_u^* = \sigma_o \dot{\varepsilon}_m$, onde $\dot{\varepsilon}_m$ é uma velocidade média de deformação e uma para os pontos das superfícies de descontinuidades - $\dot{W}_s^* = k \cdot |\Delta \vec{V}^*|$, onde $|\Delta \vec{V}^*|$ é o módulo do vetor da velocidade relativa entre duas superfícies em contato e k é igual à tensão de cisalhamento máximo que, para a condição de von Mises vale $k = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}}$; então

$$\dot{W}_i^* = \int_v \dot{W}_i^* . dv + \int_s \dot{W}_s^* . ds \quad \text{, sendo}$$

- dv = elemento de volume do corpo
- *ds* = elemento de superfície de descontinuidade no corpo.
- c) determinar a potência das forças exteriores (\dot{W}_{e}^{*});
- d) estabelecer a desigualdade $\dot{W}_e^* \leq \dot{W}_i^*$, onde a potência interior (\dot{W}_i^*) é determinada a partir de um campo de velocidades admissível, e da potência exterior se retira a tensão admissível como limite superior; a potência interior determina um valor aproximado por excesso.

A potência dissipada pelo atrito (\dot{W}_a^*) , na interface peça-ferramenta, é calculada pela expressão:

$$\dot{W}_{S}^{*} = \int_{S} \dot{W}_{S}^{*} . dS$$

considerando \dot{W}_{s}^{*} ; a potência dissipada por unidade de superfície; essa potência se determina com:

 $\dot{W}_{S}^{*} = \overline{m}.k \left| \Delta V_{\text{sup}} \right|^{*}$, sendo

 $k = \sigma_o / \sqrt{3}$ (para o critério de von Mises)

 $|\Delta V_{sup} *| = módulo de componente tangencial da velocidade relativa entre peça e ferramenta no movimento fictício$

 \overline{m} = coeficiente de atrito médio de camada limite, variando de O a 1.

Então, o equilíbrio de potência fica mais completo na forma:

$$\dot{W_e} \le \dot{W_i^*} + \dot{W_a^*}$$

Em resumo:

- no método do limite inferior, o campo de tensões reais maximiza a resistência do corpo ao deslocamento imposto;
- 2. no método do limite superior, o campo de velocidades reais minimiza a potência dissipada pela deformação e pelo atrito.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional e acadêmica dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (AVENAS, 1996; ALTAN, 1983; ALTAN & GEGEL,1999 ; AVITZUR, 1977,1979; BAQUE et al.,1973; BANABIC et al., 2000; DIXIT & DIXIT, 2008; GRUNING, 1973; HILL,1950; HOSFORD & CADDEL, 2007; JOHNSOM & MELLOR, 1975; LUBLINER, 2008; NORRIE & VRIES, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROWE, 1977; SLATER, 1977; WAGONER & CHENOT, 2005).
Métodos de análise dos processos de conformação

4.1 CLASSIFICAÇÃO DOS PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO

Quanto à natureza dos esforços mecânicos predominantes, os processos de conformação podem ser divididos em cinco categorias: processos de compressão direta e indireta, de tração, de flexão (ou dobramento) e de cisalhamento. Nos processos de compressão direta, o esforço é aplicado em duas superfícies do corpo e o material escoa numa direção aproximadamente perpendicular à direção do esforço, como nos casos típicos de laminação e forjamento. Nos processos de compressão indireta, o esforço originalmente aplicado é de compressão ou tração e o esforço resultante que provoca o escoamento é de compressão e em outra direção. Exemplos típicos são os processos de trefilação, extrusão e parcialmente o de estampagem profunda (no flange da peça). No processo de estiramento de chapas sobre uma matriz, ocorre tipicamente o caso de aplicação de esforço de tração, e no processo de dobramento de chapas em prensas viradeiras tem-se o caso de flexão. Nos processos de estampagem profunda, comumente, além do esforço de compressão indireta, atuam os esforços de tração e de flexão. O esforço de cisalhamento é típico dos processos de corte de chapas em guilhotinas e, também, dos processos de usinagem dos metais com arrancamento de cavaco.

O tipo de produto obtido também permite classificar os processos de conformação. Quando os produtos são contínuos, como os produtos planos (chapas, placas) e os produtos não-planos (barras, tubos, perfis, arames), o processo é contínuo ou quasi-estacionário (ou de movimento constante); e os produtos são designados como: semi-produto, semia-cabado ou semimanufaturado, pois, para a obtenção de uma peça final, ainda há necessidade de aplicação de outro processo de fabricação (conformação, usinagem ou soldagem). Nesses casos, os processos são os de laminação, trefilação e extrusão tipicamente. Quando o produto final já é a própria peça desejada, obtida a partir de um semi-produto, o processo é comumente descontínuo ou não-estacionário, e exemplos típicos são os processos de forjamento e de estampagem profunda.

Essas classificações não são rigorosas e sempre podem ser encontrados casos particulares onde não se aplica exatamente como o exposto.

4.2 INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS DE ANÁLISE

Os métodos de análise das tensões e das deformações nos processos de conformação plástica baseiam-se, de maneira geral, na mecânica da deformação plástica, que estuda a matéria como meio contínuo que, quando solicitada mecanicamente, se deforma. Mais particularmente, baseiam-se na teoria da plasticidade.

O estudo da mecânica de deformação plástica é apenas um dos tratamentos científicos do problema de conformação plástica. Os outros tratamentos são os seguintes:

- a) metalurgia da deformação plástica, que se ocupa essencialmente da relação entre a capacidade do metal ser deformado (ou deformabilidade do metal), e sua
- b) microestrutura, e a influência dos tratamentos mecânicos, associados ou não aos tratamentos térmicos, na microestrutura do metal;
- c) termodinâmica das transferências térmicas e da conversão de energia mecânica em térmica;
- d) tribologia, como o estudo da interação entre superfícies em contato para análise do atrito, da lubrificação e do desgaste;
- e) mecânica das máquinas e das ferramentas, como o estudo das condições de projeto, construção e operação frente às solicitações mecânicas e térmicas.

No estudo da mecânica das deformações plásticas, em face da complexidade matemática do tratamento do modelo físico-matemático estabelecido para a solução de problemas de conformação, há necessidade de se aplicar métodos analíticos e experimentais para o cálculo das relações entre as tensões e as deformações envolvidas, bem como das velocidades de deformação, dos trabalhos e das potências exigidas para a deformação plástica.

Para cada processo de conformação, podem-se aplicar alguns dos diferentes métodos com resultados mais ou menos precisos em função das hipóteses simplificadoras que cada método adota. Quanto mais simplificado for o método de análise, mais rapidamente se obtém um resultado, que, no entanto, se apresentará, neste caso, com um grau maior de imprecisão. De qualquer forma, não são considerados nesses métodos os fenômenos que ocorrem, ou podem ocorrer, nos materiais metálicos, decorrentes da não-uniformidade da estrutura metálica em escala microscópica; apenas na solução de alguns problemas de conformação são considerados os problemas de encruamento e anisotropia das propriedades mecânicas. Portanto, estão sempre implícitas as hipóteses da teoria da plasticidade referentes à natureza do material do corpo sólido, ou seja, as hipóteses de continuidade, uniformidade e isotropia da matéria; e apenas as duas últimas hipóteses, como já se afirmou, podem ser alteradas para a solução de problemas particulares devendo, então, ser explicitamente mencionada essa condição.

Alguns processos de conformação permitem o tratamento nas condições de deformação plana quando uma das dimensões do corpo é suficientemente grande em relação às duas outras para ser considerado como não-deformada, como ocorre na laminação de chapas e no forjamento de paralelepípedos largos.

E ainda, alguns processos de conformação são tratados como processos quasi-estacionários ou de movimento constante. Nessa condição, a tensão e a velocidade de deformação não variam em um ponto qualquer considerado e referido a um sistema de coordenadas, o qual pode estar parado ou em movimento. Aos processos contínuos de conformação (laminação, trefilação e extrusão de semi-produtos de longo comprimento) pode ser aplicada a condição de quasi-estacionário, que facilita substancialmente a aplicação de métodos de análise das tensões e das deformações.

Os processos não-estacionários e descontínuos, como o forjamento e a estampagem profunda, são aqueles que apresentam maior dificuldade de análise precisa, pelo fato de que a cada instante tem-se uma nova forma do corpo, com nova distribuição de tensões e deformações para cada parte considerada.

Os métodos de análise podem ser classificados em:

- método da energia uniforme,
- método da divisão em elementos,
- método do limite superior e inferior,
- método das linhas de deslizamento,
- método da visualização ou da visioplasticidade,
- método da simulação e
- método dos elementos finitos.

4.3 MÉTODO DA ENERGIA UNIFORME

O método de energia uniforme fornece rapidamente uma ordem de grandeza da potência e dos esforços envolvidos nos processos de conformação plástica. Esse método apóia-se no cálculo do trabalho ou potência das forças internas (W_i ou \dot{W}_i), que são o trabalho ou a potência de deformação.

O trabalho por unidade de tempo (ou potência) é igual ao produto da tensão limite de escoamento (σ_o) pela velocidade média de deformação ($\dot{\mathcal{E}}_m$), que são admitidos constantes durante o processo e uniformes para todos os pontos do corpo; ou seja:

 $\dot{W}_i = \sigma_o \dot{\varepsilon}_m V$, sendo V = volume do corpo

Conhecendo-se a velocidade de aplicação do esforço externo, determina-se esse esforço igualando a potência externa (\dot{W}_e) com a interna (\dot{W}_i), então $\dot{W}_e = \dot{W}_i$:

O trabalho total de conformação (W_T) pode ser dividido em três parcelas (**Figura 4.1**):

- trabalho de deformação uniforme (W_u) ,
- trabalho de atrito (W_a) e
- trabalho de deformação redundante (W_R) .





O trabalho de deformação uniforme corresponde ao trabalho necessário à mudança de forma de maneira uniforme; e o trabalho de deformação redundante não contribui para a mudança de forma do corpo, a partir de uma forma inicial até a final, correspondendo à perda de energia de deformação, devido às deformações que se anulam no decorrer do processo em face da movimentação ou escoamento não-uniforme (**Figura 4.2**). O trabalho de atrito corresponde à energia gasta para vencer a resistência ao atrito proveniente do contato entre o corpo a ser trabalhado e a ferramenta de trabalho.



Figura 4.2 - Condições de conformação (a) deformação uniforme e (b) deformação redundante

O método da energia uniforme não considera o trabalho de deformação redundante e o trabalho de atrito o que significa que não considera a forma da ferramenta e a natureza do contato corpo-ferramenta. O valor da força de conformação obtido será, desse modo, inferior ao real.

O encruamento pode ser considerado conhecendo-se a função $\sigma_o = f(\varepsilon_m)$, que pode ser obtida de curvas de escoamento determinadas em ensaios mecânicos de tração, compressão ou torção.

4.4 MÉTODO DA DIVISÃO EM ELEMENTOS

O método da divisão em elementos considera o trabalho de deformação uniforme e o trabalho de atrito, mas não leva em conta o trabalho de deformação redundante.

Apresenta também a inconveniência de não considerar a influência da tensão de cisalhamento, originada no atrito corpo-ferramenta, no critério de escoamento; essa tensão é considerada somente no nível global dos esforços aplicados no elemento em equilíbrio. Para os processos nos quais a superfície livre do corpo é pequena em relação à superfície atritada, o método da divisão em elementos melhor se aplica.

- O método adota as seguintes hipóteses:
- a) o corpo e dividido em elementos (fatias) respeitando a simetria de forma (paralelepípedo, discos, anéis e outras formas), de dimensões infinitesimais segundo uma determinada direção coincidente com o eixo de simetria do corpo;

- b) as direções principais, para todo o volume do corpo deformado, são as direções dos eixos perpendiculares ao de simetria;
- c) as tensões principais são constantes dentro de um elemento e somente dependem da posição no eixo de simetria;
- d) as forças aplicadas no elemento resultam em parte dessas tensões principais e em parte da tensão de cisalhamento criada pelo atrito entre o corpo e a ferramenta (com a condição de não alterar a hipótese anterior).

Os esforços atuantes são obtidos a partir da seguinte seqüência de cálculo:

- a) estabelecer as equações de equilíbrio para o conjunto de forças atuantes no elemento;
- b) calcular a força de cisalhamento na superfície do elemento em função da força normal à superfície;
- c) estabelecer as relações entre tensões principais pelo critério de escoamento;
- d) aplicar a lei do escoamento, que estabelece as relações entre tensões e deformações no regime plástico.

A equação de equilíbrio é uma equação diferencial em função da variável que localiza o elemento em consideração num ponto no eixo de simetria; uma condição de contorno, como uma superfície livre, por exemplo, permite obter os esforços externos, isto é, os esforços motores responsáveis pelo processo de conformação, integrando a equação diferencial e obtendo as tensões nas superfícies de contato.

4.5 MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR E INFERIOR

O método do limite superior e inferior consistem em estabelecer duas aproximações dos esforços de conformação: uma por excesso, no limite superior, e outra por falta, no limite inferior. Nesse método, pode se fazer interferir o encruamento e a anisotropia plástica, e ainda, no caso do método do limite superior, pode se prever o tipo de escoamento obtido, ou seja, como ocorre a movimentação do material, e as possíveis fontes de defeito originadas na forma de escoamento.

O método do limite superior consiste das seguintes etapas de cálculo:

- a) determinar a potência dos esforços motrizes exteriores (produto de força por velocidade);
- b) calcular (aproximadamente) a potência interna dissipada pela deformação plástica;
- c) calcular (aproximadamente) a potência dissipada pelo atrito na interface ferramenta-corpo;
- d) estabelecer a relação: potência motriz exterior (desconhecida) é menor ou igual a soma da potência interior de deformação plástica com a de atrito.

Para o cálculo da potência interna dissipada por deformação plástica deve-se estabelecer:

- a) um campo de velocidades de deformação de elementos ou blocos incompressíveis que atende às condições de velocidade nos limites e que se aproxima de um escoamento real;
- b) o cálculo da potência dissipada por unidade de volume nos pontos onde a velocidade é contínua, multiplicando o limite de escoamento pela velocidade de deformação;
- c) o cálculo da potência dissipada por unidade de superfície, nos pontos localizados na superfície de descontinuidade, multiplicando a tensão de cisalhamento máximo pela velocidade de deslocamento relativo; as velocidades são obtidas pelo traçado do hodógrafo de velocidade, baseado no escoamento dos elementos rígidos segundo o modelo físico imaginado, e que deve se aproximar do escoamento real;
- d) a integração das potências internas por unidade de volume e por unidade de superfície, respectivamente, para todo o volume e toda a superfície do corpo.
- O método do limite inferior apresenta, por outro lado, a seguinte seqüência de trabalho:
- a) calcular a potência dos esforços motrizes exteriores;
- b) construir um campo de tensões admissível, e em equilíbrio nos limites do vetor de tensão;
- c) calcular na interface ferramenta-corpo um valor aproximado da potência dos esforços exteriores que corresponde a um valor menor ou igual à potência real.

O cálculo do valor aproximado da potência das forças exteriores na interface realiza-se com as seguintes considerações:

- a) num elemento da interface ferramenta-corpo a velocidade da ferramenta é imposta e nesse elemento aplica-se o vetor de tensão;
- b) a potência aproximada é a integral das potências elementares em toda a superfície da interface; a potência elementar, ou seja, em cada elemento, é igual ao produto do vetor de tensão pelo vetor de velocidade e pelo elemento de área.
- O método do limite inferior é menos usado do que o do limite superior por dois motivos:
- 1º) é mais difícil imaginar um campo virtual de tensões, do que um campo virtual de velocidades, que se aproxima das condições reais;
- 2º) é mais interessante se ter uma superestimativa das grandezas (potência e força de conformação), pois isto garante a realização do processo e não exige o uso de coeficiente de segurança.

4.6 MÉTODO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO

O método das linhas de deslizamento não é de fácil aplicação, contudo é muito valioso, e emprega-se em muitos casos de conformação permitindo tratar corpos com deformação nãouniforme. Entretanto, tem a sua validade limitada a corpos de comportamento rígidoperfeitamente plástico e nas condições de deformação plana. Nesse método, determinam-se as tensões e as deformações provenientes da integração de funções de derivadas parciais, por meio de um sistema de cálculo gráfico em que se traça o campo de linhas de deslizamento e o hodógrafo do vetor de velocidade.

O método exige a reunião dos seguintes elementos de análise:

- a) tensor de velocidade para um corpo rígido-perfeitamente plástico, homogêneo, isotrópico e em deformação plana;
- b) corpo com escoamento livre onde muda de geometria;
- c) critério de escoamento de von Mises;
- d) relações entre tensões e deformações para lei do escoamento;
- e) relações entre componentes da tensão segundo três eixos de referência;
- f) equações de equilíbrio;
- g) condições de contorno para tensão e deformações; e
- h) círculo de Mohr,

para se chegar às duas equações de Hencky que permitem construir a rede de linhas de deslizamento. A análise se completa para os processos quasi-estacionários (ou seja, com movimento constante) com a verificação do campo de velocidades, utilizando as duas equações de Geiringer.

A seqüência de análise pelo método das linhas de deslizamento é a seguinte (Figura 3.5):

- a) verificar as condições limites das tensões, e construir o campo de linhas ortogonais, aplicando as propriedades das linhas de deslizamento;
- b) calcular as tensões em cada intersecção das linhas aplicando as equações de Hencky;
- c) verificar as condições limites das velocidades de deformação determinando os valores das velocidades para toda a malha de linhas com auxilio do hodógrafo de velocidades baseandose nas propriedades das equações de Geiringer; se o campo de velocidades não satisfizer as condições nos limites, o campo de linhas deve ser modificado para nova verificação;

 d) calcular a potência dissipada; se a potência não for maior ou igual a zero, o campo de linhas deve ser novamente modificado para atender essa condição e as anteriores, referentes às tensões e às velocidades de deformação.

4.7 MÉTODO DE VISUALIZAÇÃO

O método de visualização, ou mais propriamente denominado método da visioplasticidade, baseia-se nas interpretações de experiências que permitem a obtenção de valores de grandezas locais - como tensões, deformações ou velocidades de deformação - ligadas ao processo de conformação. Não é, portanto, método preditivo do comportamento do corpo e globalizante quanto à base teórica, como pretendem ser os métodos anteriormente mencionados.

A visualização do escoamento de um corpo em todo seu volume apóia-se na construção de um campo de velocidades por meio da observação da forma de um reticulado traçado dentro do corpo no decorrer do escoamento.

Num corpo com simetria axial, por exemplo, o reticulado é traçado no plano meridiano e, num processo não-estacionário, a cada instante observa-se o incremento de deformação; nos processos quasi-estacionários basta algumas observações. Estão implícitas nessa explicação as dificuldades, de natureza experimental, decorrentes da necessidade de traçar e acompanhar o movimento das linhas do reticulado. Num processo quasi-estacionário, as linhas inicialmente traçadas paralelamente à direção de escoamento têm sua deformação coincidente com as trajetórias dos pontos do corpo. As linhas deformadas definem as denominadas linhas de escoamento.

A visualização da deformação na superfície de um corpo pode se dar marcando pequenos círculos que representam, para cada ponto, um estado plano de tensão. O círculo quando se deforma pode se transformar em elipse e o acompanhamento das cotas dos eixos das elipses e dos raios dos círculos permitem seguir a evolução do estado de tensão na superfície do corpo e verificar o aparecimento de fissuras; nesse caso a anisotropia plástica pode ser verificada e, portanto, considerada na análise do processo de conformação.

A determinação de um campo de velocidades, então, pode ser feita pela observação da deformação de reticulados ou das linhas de escoamento. O tratamento analítico do método das linhas de escoamento baseia-se nas expressões da velocidade de deformação, das condições de equilíbrio, do critério de escoamento e da lei do escoamento, onde se obtém expressões finais que permitem conhecer os gradientes de pressão em função das derivadas parciais das tensões reduzidas.

O desenvolvimento quantitativo e completo do método da visioplasticidade é complexo. Por meio da visualização do escoamento, porém, utilizando ou não materiais de simulação do material real, pode-se ter uma solução qualitativa, ou quantitativa parcial, que auxilia na aplicação de outros métodos, e permite até mesmo a resolução de problemas que de outra forma teriam solução complexa e trabalhosa.

4.8 MÉTODO DA SIMULAÇÃO

O método da simulação aplica-se aos sistemas físicos complexos, em que se conhecem as equações matemáticas que regem o sistema, mas que são de solução complexa ou mesmo impossível. Nesse caso, os resultados de experiências com materiais simulados, que representam o material real de difícil aquisição ou manipulação, e em condições de laboratório e escalas reduzidas, permitem construir um sistema simulado em condições de encontrar a solução do problema.

O sistema original corresponde à operação real em um dado instante e para determinada máquina com condições de comportamento anteriores bem determinadas. Registra-se, durante o processo de conformação, a evolução da forma do material e da mudança de suas características na conformação. O sistema similar corresponde à outra operação de conformação desenvolvendo-se em outro instante e em outra máquina, em condições, porém, de atender a similaridade e com os mesmos tipos de registros do sistema original.

As condições de similaridade apresentam-se em três níveis:

- a) comparação dos registros de esforços em função do tempo dos dois sistemas;
- b) comparação da evolução das formas em função do tempo dos dois sistemas;
- c) comparação do escoamento e da distribuição de tensões.

No tratamento matemático o sistema original é expresso em função das variáveis, equações e condições limites. No sistema similar, as equações são tratadas aplicando os fatores de escala de tempo e de espaço com a definição de ponto e tempo homólogos e com a introdução dos coeficientes de similaridade para as variáveis: tensão, velocidade de deformação, constante escalar da lei de escoamento, limite de escoamento e deformação média.

4.9 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é um tratamento numérico poderoso para a resolução de problemas referentes a modelagem físico-matemática dos processos de conformação plástica dos metais. Apresentando-se como o mais próximo das condições reais de trabalho, o método pode ser aplicado às configurações geométricas complexas, como também pode considerar as condições reais de atrito e das variações de propriedades mecânicas dos materiais sob conformação plástica.

De um modo geral, a aplicação desse método se dá nas seguintes etapas:

a) divisão do volume do corpo em diversos elementos idealizados, satisfazendo diversas condições particularmente de natureza geométrica;

- b) seleção de uma função de configuração para cada elemento que satisfaça as condições de continuidade dos deslocamentos e as relações de compatibilidade das deformações;
- c) determinação da matriz rigidez de cada elemento do volume do corpo aplicando as relações constitutivas do material, com auxílio de computador digital;
- d) montagem da matriz rigidez global, isto é, para todo o volume do corpo discretizado;
- e) aplicação das condições iniciais e de contorno para a solução do problema algébrico formado;

f) resolução das equações algébricas e determinação das tensões, dos deslocamentos e das deformações no corpo sólido estudado.

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional e acadêmica dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (AVENAS, 1996; ALTAN, 1983; ALTAN & GEGEL,1999 ; AVITZUR, 1977,1979; BAQUE et al.,1973; BANABIC et al., 2000; DIXIT & DIXIT, 2008; GRUNING, 1973; HILL,1950; HOSFORD & CADDEL, 2007; JOHNSOM & MELLOR, 1975; LUBLINER, 2008; NORRIE & VRIES, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROWE, 1977; SLATER, 1977; WAGONER & CHENOT, 2005).

Aplicações para forjamento

5.1 MÉTODO PARA ESTIMATIVA SIMPLIFICADA

Pode-se estimar a força total de forjamento pela expressão (ver Grüning (1973), p.45-51; Dieter (1981), p.497-517):

 $P = \overline{\sigma}_{a} A_{d} C$, onde

 $\overline{\sigma}_{a}$ = tensão média de escoamento

 A_d = área da secção transversal da peça e da rebarba na linha de divisão entre as duas metades da matriz.

C = constante empírica que depende da complexidade da matriz.

Os valores típicos de C são

- C = 1,2 a 2,5 para achatamento de cilindro entre duas superfícies planas de ferramenta.
- C = 3 a 8 para matriz fechada de forma simples e com rebarba.
- C = 8 a 12 para matriz fechada de forma complexa

5.2 MÉTODO PARA ESTIMATIVA SIMPLIFICADA APRIMORADA

Duas características dos materiais, a serem conformados, são consideradas neste método (ver Billigmann & Feldmann (1979), p.73-161):

- 1. k_f = resistência à deformação deduzida a partir do critério de Tresca $(k_f = \sigma_1 \sigma_3)$ e aplicada para solicitação uniaxial (tração ou compressão); a resistência à deformação depende também da temperatura, velocidade de deformação e da intensidade de deformação;
- 2. k_w = resistência à deformação corrigida a partir de um coeficiente de rendimento de conformação η_f para levar em conta a influência de um estado de tensão multiaxial.

No trabalho a frio:

- por meio de curvas k_f vs. φ, onde φ corresponde à deformação logarítmica, corrige-se o valor de k_f.
- nesse caso, a temperatura não exerce influência (temperatura ambiente ou próxima da ambiente) e a velocidade de deformação provoca pouco efeito.

No trabalho a quente:

• corrige-se k_f utilizando curvas k_f vs. $T \in k_f$ vs. $\dot{\phi}$ para compensar o efeito da temperatura (T) e da velocidade de deformação ($\dot{\phi}$).

As expressões para o cálculo da força e do trabalho são as seguintes:

a) força para a resistência ideal (sem perdas e sem limitações na direção transversal):

$$F_{id} = A.k_f$$

e o trabalho correspondente

$$W_{id} = V.k_{fm}.\varphi_h \quad \text{com} \quad \varphi_h = \ln\left(\frac{h_o}{h_f}\right)$$

onde

A = área projetada da peça conformada

V = volume da peça

- φ_h = intensidade de deformação (recalque)
- $k_{\rm fm}\,$ = resistência à deformação média
- b) força e trabalho real (com perdas internas trabalho redundante e perdas de atrito no contato da peça com a ferramenta); substitui-se:

$$k_f$$
 por $k_w = k_f / \eta_F$ e

 k_{fm} por $k_{wm} = k_{fm} / \eta_F$

A resistência à deformação, corrigida pela curva de escoamento $k_f = f(\varphi)$ - obtida de experiência - deve ser considerada no trabalho a frio de acordo com a **Figura 5.1**. Além disso, essa curva permite determinar a resistência à deformação média:



Figura 5.1 - Curva de resistência à deformação e trabalho específico de deformação em função da deformação de recalque (adaptado de Grüning, fig..1/8, p.21).

$$w = \int_{0}^{\varphi_{h}} k_{f} . d\varphi \cong k_{fm} . \varphi_{h} \quad \text{para } \varphi = 0,2 \quad \text{onde}$$

w = trabalho específico (por unidade de volume) de deformação; mas para φ = 0,2 pode ser simplificada para média aritmética de dois pontos de curva inicial e final.

$$k_{fm} \cong \frac{1}{2} \left(k_{fi} + k_{ff} \right)$$

O rendimento de deformação η_F para compensar o trabalho redundante e as perdas de atrito tem diversas formulações, contudo indica-se como mais próximo do real a expressão (Billigmann & Feldmann (1979), p. 513-528):

$$\frac{k_w}{k_f} = \frac{1}{\eta_F} = \left[1 + c \left(\frac{b}{h}\right)^n\right] , \text{ onde}$$

 $c = 1/3.\mu$ para seção circular

 $c = 1/2.\mu$ para seção retangular

b = largura ou raio da peça

n = 1 ou outro valor empírico

O coeficiente de atrito pode variar muito, por exemplo:

• 0,03 a 0,15 - para conformação a frio

- 0,1 para conformação a frio de peça fosfatizada e ensaboada
- 0,05 para conformação a frio de peça tratada com sabões metálicos e bissulfeto de molibdênio
- 0,07 a 0,4 para conformação a quente
- 0,07 a 0,1 para conformação a quente de peça engraxada com grafita coloidal e água
- 0,4 para conformação a quente de peça envolvida em película lubrificante descontínua

5.3 MÉTODO DA ENERGIA UNIFORME

Inicialmente considera-se um paralelepípedo de altura h e área S, sob a força da compressão P; nesse paralelepípedo atuam as tensões principais (**Figura 5.2**) (conforme Rossi (1971), p. 16-22):

$$\sigma_1 = \frac{P}{S} , \ \sigma_2 = 0 , \ \sigma_3 = 0$$

pois a matriz é aberta.

Como critério de escoamento, tem-se:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_o$$

_

com ao indicado como resistência ideal de conformação.

Como $\sigma_3 = 0$, tem-se $P = \sigma_a$.

O trabalho ou energia de deformação para o elemento é igual:

$$\sigma_1 = P.dh = S.\sigma_o.dh = a.b.\sigma_o.dh = a.b.\sigma_o.dh$$
 ou

$$dW = a.b.h.\sigma_o.\frac{dh}{h} = V.\sigma_o.\frac{dh}{h}$$

sendo V o volume que permanece constante.



Corte transversal do paralelepípedo sob deformação



Dimensões iniciais do paralelepípedo e tensões principais atuantes

Figura 5.2 - Tensões e deformações numa peça na forma de um paralelepípedo

.

O trabalho total de deformação uniforme vale então:

$$W = dW \int_{h_i}^{h_f} V.\sigma_o.\frac{dh}{h} = V.\sigma_o.\ln\frac{h_i}{h_f}$$

.

Considerando que não há encruamento e que, portanto, ao permanece constante durante a deformação.

Como o volume V é constante, têm-se

$$S_i \cdot h_i = S_f \cdot h_f = V$$
 $\frac{h_i}{h_f} = \frac{S_f}{S_i}$ $\ln\left(\frac{h_i}{h_f}\right) = \ln\left(\frac{S_f}{S_i}\right)$

e então:

$$W = V.\sigma_o.\ln\frac{S_f}{S_i}$$
 com $\varphi_h = \ln\left(\frac{S_f}{S_i}\right)$

sendo φ_h a deformação logarítmica.

O trabalho pode ser expresso também como

$$W = P(h_i - h_f)$$

e igualando a expressão

$$W = V.\sigma_o.\ln\frac{h_i}{h_f}, \text{ tem-se}$$
$$P = \frac{V.\sigma_o.\ln\frac{h_i}{h_f}}{h_i - h_f}$$

O valor de σ_0 é obtido no ensaio sob velocidade baixa e a temperatura ambiente: a temperaturas mais elevadas e a altas velocidades de deformação, varia com a deformação e, então, pode-se introduzir um coeficiente de rendimento η onde $\sigma_o = \sigma_i \eta$, sendo σ_i a tensão de escoamento ideal, ou corrigir o valor de σ_o segundo valores empíricos.

No caso de operação em matriz fechada, aplica-se ao valor σ_o um coeficiente multiplicativo empírico de 1,3 a 1,6 dependendo da complexidade da forma da peça e do tipo de material.

Para operar com martelo de forjamento, o mais importante é a energia, para calcular a altura da queda em função da massa do martelo.

Considerando a energia cinética W_c

$$W_c = \frac{m V^2}{2} \eta_M \quad \text{com}$$

m = massa do martelo

V = velocidade do martelo no contato com a peça

 η_M = rendimento (devido às perdas) do martelo e, ainda:

H = altura de queda até o contato com a peça

q =peso do martelo

g = aceleração da gravidade

tem-se:

$$W_c = q.H.\eta_M$$
, pois $V^2 = 2.g.H$ e $q = m.g$

e como

$$W_c = q.H.\eta_M = P.dh$$

chega-se a

$$H = \frac{V.\sigma_o.\ln\left(\frac{h_f}{h_i}\right)}{\eta_M.q}$$

O rendimento do martelo (η) depende da relação de pesos entre a bigorna (base) (q_b) e o mecanismo cadente do martelo (q_m), e se

 $q_b/q_m = 1, \ \eta = 0$ $q_b/q_m = 10, \ \eta = 45\%$ $q_b/q_m = 30, \ \eta = 87\%$ $q_b/q_m = \infty, \ \eta = 100\%$

e ainda, esse rendimento considera as perdas de atrito na queda do martelo.

TABELA 1 Valores empíricos de σ_0 corrigidos para aços com limite de resistência de 400 a 600 MPa aquecidos de 1.000 a 1.200°C (adaptado de Rossi, p. 20)

Deformação com martelo de forjamento (alta velocidade)						
φ	%	0-10	10-20	20-40	40-60	mais de 60
σ_o	MPa	100-150	150-200	200-300	300-360	360-500
Deformação com prensa hidráulica (baixa velocidade)						
φ	%	0-10	10-20	20-40	40-60	mais de 60
σ_o	MPa	40-60	60-120	120-220	220-280	280-380

5.4 MÉTODO DA DIVISÃO EM ELEMENTOS

Nesse método considera-se inicialmente a deformação de uma placa comprida e pouco espessa em relação a esse comprimento, para se obter as condições de deformação plana (**Figura 5.3**) (de acordo com Dieter (1981), p. 497-517; Rossi (1971), p. 16-22; Rowe (1977), p. 251-282).

Num elemento (ou fatia) da placa atuam as tensões σ_x , $\sigma_x + d\sigma$ e as tensões de atrito μp (para o atrito de Coulomb), sendo μ o coeficiente de atrito considerado constante ao longo do processo de conformação.

Cinco casos típicos de análise podem ser considerados:

- a) condições de atrito pequeno e placa plana fina;
- b) condições de atrito grande e placa plana fina;
- c) condições de atrito pequeno e perfil fino losangular;
- d) condições de atrito pequeno e de aderência e disco plano;
- e) conformação em matriz fechada.



Figura 5.3 - Representação do elemento sob ação de forças de equilíbrio

5.4.1 Condições de atrito pequeno e placa plana fina

À direita da linha de centro da figura 5.3, as condições de equilíbrio impõem ao longo do eixo *x*:

 $(\sigma_x + d\sigma_x)h - \sigma_x h - 2.\mu.p.dx = 0$ e, à esquerda da linha de centro,

 $(\sigma_x + d\sigma_x)h - \sigma_x h + 2\mu p \, dx = 0$

ou então:

$$(\sigma_x + d\sigma_x)h - \sigma_x h 2.\mu p.dx = 0$$

Deduzindo as condições de escoamento para deformação plana, tem-se:

1. Expressão de Levy-von Mises para a deformação ε_z na direção perpendicular à figura, e plano do papel, igual a zero devido a condição de deformação plana:

$$d\varepsilon_{z} = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_{z} - \frac{1}{2} \left(\sigma_{x} + \sigma_{y} \right) \right]$$

como $d\varepsilon_z = 0$, então $\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$) e, em termos de tensões principais, $\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$

2. No critério de escoamento de Tresca, tem-se

 $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_o = 2k$, onde

 σ_{o} = limite de escoamento na tração e

k = máxima tensão de cisalhamento (ou tensão de escoamento no ensaio de torção).

Como (σ_2 é intermediária entre σ_1 e σ_3 , não interferirá, por hipótese, no escoamento.

3. No critério de escoamento de von Mises tem-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_o^2 = 6k^2$$

Se $\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ for introduzido nessa expressão, ter-se-á:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_o = 2k$$
, sendo $\sigma'_o = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_o = 2k$

denominada tensão de escoamento na deformação plana.

Voltando ao elemento, verifica-se que σ_x e -*p* são tensões principais, admitindo que os esforços de atrito influam apenas na condição de equilíbrio e não nas condições de escoamento; e então como:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_o$$
 têm se: $\sigma_x + p = \sigma'_o$

Considerando do constante ao longo do processo:

$$d\sigma_x + dp = d\sigma'_o = 0$$
 e $d\sigma = -dp$

Na equação de equilíbrio, então, fica:

$$h.dp \pm 2.\mu.p.dx = 0$$
 ou $\frac{dp}{p} = \pm 2\frac{\mu}{h}dx$

Integrando a expressão obtém-se:

$$\ln p = \pm 2\frac{\mu}{h}x + cte \quad \text{ou}$$
$$p = C^{\pm} . e^{\pm 2\frac{\mu}{h}x}$$

A condição de contorno à direita da linha de centro é:

$$\sigma_x = 0$$
 para $x = + b/2$, então

$$p_{(x=+b_{2})} = C^{-}.e^{-2\frac{\mu b}{h^{2}}} = C^{-}.e^{-\frac{\mu b}{h}}$$

Como, pelo critério de escoamento, $\sigma_x + p = 2k$, tem-se:

$$p_{(x=+b/2)} = 2k - \sigma_{x(x=+b/2)} = 2k$$
 e
 $C^{-} = p_{(x=+b/2)} \cdot e^{+\frac{\mu \cdot b}{h}} = 2 \cdot k \cdot e^{+\frac{\mu \cdot b}{h}}$

A condição de contorno à esquerda da linha de centro é:

$$\sigma_x = 0$$
 para $x = -b/2$, então

$$p_{(x=-b_{2})} = C^{+}.e^{+2\frac{\mu}{h}(-b_{2})} = C^{+}.e^{+\frac{\mu}{h}}$$

portanto pode-se passar a $C^+ = C^-$. A expressão

$$p = C^{\pm} e^{\pm 2\frac{\mu}{h}x}, \text{ fica}$$
$$p = 2.k.e^{\pm 2\frac{\mu}{h}} e^{\pm 2\frac{\mu}{h}x}$$
$$e^{\pm 2\frac{\mu}{h}x}$$
$$e^{\frac{\mu}{2.k}} = e^{\frac{\mu}{h}(b\pm 2x)}$$

Esta distribuição de pressão está representada na Figura 5.4.



ATRITO PEQUENO

Figura 5.4 - Distribuição da pressão p para um dado instante.

$$\frac{p}{2.k} \text{ é máximo para } x = 0, \text{ então:}$$
$$\left(\frac{p}{2.k}\right)_{\max} = e^{\frac{\mu . b}{h}}$$
$$\frac{p}{2.k} \text{ é mínimo para } x = \pm \frac{b}{2}, \text{ então:}$$
$$\left(\frac{p}{2.k}\right)_{\min} = e^{\frac{\mu}{h}(b-b)} = 1$$

Usando a expressão: $e^n = 1 + n + \frac{n^2}{2!} + \frac{n^3}{3!} + ...$, considerando *n* pequeno (pois o atrito é reduzido) pode-se ter:

$$e^n = 1 + n$$
 ou $e^n = 1 + n + \frac{n^2}{2!}$

$$\frac{p}{2.k} = \left| 1 + \frac{\mu}{h} (b \pm 2.x) \right| , \text{ onde}$$
$$n = \frac{\mu}{h} (b \pm 2.x)$$

A pressão média vale:

$$\overline{p} = \int_{0}^{+\frac{b}{2}} \left(\frac{p.dx}{b/2}\right) = 2.k. \left(\frac{e^{\frac{\mu b}{h}} - 1}{\frac{\mu b}{h}}\right) \cong 2.k. \left(1 + \frac{1}{2}.\mu.\frac{b}{h}\right)$$

A força pode ser calculada para qualquer momento integrando a expressão de p/2k. O aumento progressivo da força, contudo, só pode ser calculado considerando a alteração das dimensões em cada momento e as condições de atrito.

A força de forjamento P é dada por

 $P = \overline{p}.b.a$

5.4.2 Condições de atrito grande e placa plana fina

À medida que o coeficiente de atrito cresce, aumenta o esforço constante na interface placaferramenta; esse esforço não pode, contudo, ultrapassar a resistência ao cisalhamento do metal (*k*). Quando esse valor é atingido, cria-se condição de aderência e, nessa situação, tem-se:

$$h.d\sigma_x \pm 2.k.dx = 0 , h.dp \pm 2.k.dx = 0$$

$$\frac{dp}{2k} = \pm \frac{dx}{h} , \text{ que integrando dá:}$$

$$\frac{p}{2k} = \pm \frac{x}{h} + C^{\pm}$$

$$\text{quando } x = \pm b/2, \sigma_x = 0, p = 2k \text{ e}$$

$$C^- = 1 \pm \frac{b}{2h} , \text{ pois}$$

$$\sigma_x \pm p = \sigma'_o = 2.k$$

$$\text{quando } x = \pm b/2, \sigma_x = 0, p = 2k \text{ e}$$

$$C^+ = 1 \pm \frac{b}{2h} , \text{ então}$$

$$\frac{p}{2k} = \pm \frac{x}{h} \pm 1 \pm \frac{b}{2h} \text{ ou}$$

$$\frac{p}{2k} = 1 \pm \frac{(b/2) \pm x}{h}$$

No centro, portanto, para x = o

$$\left(\frac{p}{2k}\right)_{\max} = 1 + \left(\frac{b}{2.h}\right)$$

Nas extremidades, portanto, para $x = \pm 2.b$

$$\left(\frac{p}{2k}\right)_{\min} = 1$$

E a pressão média:

$$p = 2.k.\left|1 + \frac{b}{4.h}\right|$$

Ainda na condição de atrito grande, pode haver deslizamento de uma parte mais externa com coeficiente de atrito constante e aderência numa parte mais interna. Pode-se, então, expressar a condição assim:

$$h.dp \pm 2.\tau.dx = 0 \quad \text{onde}$$

$$\tau = \mu.p \quad \text{se} \quad \mu.p < k \quad \text{e}$$

$$\tau = k \quad \text{se} \quad \mu.p \ge k$$

Portanto, existe um ponto x_t de transição para

$$\mu.p = k \quad \text{quando} \quad \left(\frac{p}{2k}\right)_{xt} = \frac{\binom{k}{\mu}}{2.k} = \frac{1}{2.\mu}$$
Na equação $\frac{p}{2.k} = e^{\frac{\mu}{h}(b\pm 2x)}$ tem-se
 $\frac{1}{2.\mu} = e^{\frac{\mu}{h}(b\pm 2xt)}$ que fica
 $\ln\left(\frac{1}{2.\mu}\right) = \frac{\mu}{h}(b\pm 2.x_t)$, dando
 $x_t = \pm \left[\frac{b}{2} - \frac{h}{2}\ln\left(\frac{1}{2.\mu}\right)\right]$

Na equação que expressa a posição de x_t até o centro para x = o a condição é de aderência e

$$h.d\sigma_x \pm 2.k.dx = 0$$
 , $\frac{p}{2k} = \pm \frac{x}{h} + C$

Com a nova condição de contorno, para x = x_t:

$\frac{dp}{2k} = \frac{1}{2.\mu} , C = \frac{1}{2.\mu} \pm \frac{x_i}{h} \text{então}$
$\frac{dp}{2k} = \frac{1}{2.\mu} \pm \frac{(x_t - x)}{h}$
Nas situações:
$\left(\frac{dp}{2k}\right)_{\max} = \frac{1}{2.\mu} \pm \frac{x_t}{h} = \frac{1}{2.\mu} \left[\ln\left(\frac{1}{2.\mu}\right) \right] + \frac{b}{2.h} = K$
$\left(\frac{dp}{2k}\right)_{\min} = 1$

A comparação gráfica das distribuições de pressão para as condições de atrito pequeno e de aderência pode ser feita na **Figura 5.5**.



Figura 5.5 - Distribuição de p para as condições de atrito de aderência total e parcial

5.4.3 Condições de atrito pequeno e perfil fino losangular

A equação de equilíbrio ao longo do eixo *x* é (**Figura 5.6**):

$$(h+dh)(\sigma_x + d\sigma_x) - \sigma_x \cdot h + p \cdot \frac{dx}{\cos\alpha_1} \sin\alpha_1 + p \cdot \frac{dx}{\cos\alpha_2} \sin\alpha_2 \cdots$$
$$\cdots \pm \mu \cdot p \cdot \frac{dx}{\cos\alpha_1} \cos\alpha_1 \pm \mu \cdot p \cdot \frac{dx}{\cos\alpha_2} \cos\alpha_2 = 0$$

que se reduz a:

 $h.d\sigma_x + \sigma_x.dh + (p.tg\alpha_1 + p.tg\alpha_2 \pm 2.\mu)dx = 0$ desprezando-se os produtos infinitesimais. Como: $dh = (tg\alpha_1 + tg\alpha_2)dx$, então

$$h.d\sigma_x + \sigma_x.dh + p.dh \pm \frac{2.\mu.p.dh}{tg\alpha_1 + tg\alpha_2} = 0$$





Figura 5.6 - Representação do elemento sob ação de forças

Introduzindo o parâmetro $B = \frac{2.\mu}{tg\alpha_1 + tg\alpha_2}$, então $h.d\sigma_x + \sigma_x.dh + p.(1+B).dh = 0$ Para pequenos ângulos α_1 e α_2 as tensões σ_x , e -p podem ser consideradas principais e assim:

$$\sigma_x + p = \sigma_o = 2k \quad \text{com} \quad d\sigma_x = -dp$$

A equação de equilíbrio assume a forma:

$$-h.dp + (2.k \pm B.p).dh = 0$$
$$\frac{dp}{2.k \pm B.p} = \frac{dh}{h}$$

Integrando essa expressão:

$$\frac{1}{B}\ln(2.k\pm B.p) = \ln h + K^{\pm} \quad \text{e}$$

$$2.k \pm B.p = h^B.C^{\pm}$$

As condições de contorno são:

$$h = h_a \text{ ou } h = h_b, \ \sigma_x = 0 \text{ e } p = 2k$$
$$C^+ = \frac{2.k.(1+B)}{h_a^B}$$
$$C^- = \frac{2.k.(1-B)}{h_b^B}$$

E então:

$$\left(\frac{p}{2.k}\right) = \left(\frac{1+B}{B}\right) \left(\frac{h}{h_a}\right)^B - \left(\frac{1}{B}\right) \text{ para um lado e}$$

$$\left(\frac{p}{2.k}\right) = \left(\frac{1}{B}\right) - \left(\frac{1-B}{B}\right) \left(\frac{h}{h_b}\right)^B \text{ para o outro}$$

$$e\left(\frac{p}{2.k}\right)_{\min} = 1 \text{ para } h = h_a \text{ ou } h = h_b,$$

$$\left(\frac{p}{2.k}\right)_{\max} = \left(\frac{1+B}{B}\right) \left(1+\frac{a}{h_a}A\right)^B - \left(\frac{1}{B}\right) = \left(\frac{1}{B}\right) - \left(\frac{1-B}{B}\right) \left(1-\frac{b}{h_b}A\right)^B$$

para x = o e $h = \overline{h} = h_b - bA = h_a + aA$ onde $A = tg\alpha_1 + tg\alpha_2$

5.4.4 Condições de atrito pequeno e de aderência e disco plano

Como σ_r e σ_o são constantes através da espessura do disco, a equação de equilíbrio segundo a direção radial fica (**Figura 5.7**):



Figura 5.7 - Representação do elemento sob ação de forças, em coordenadas polares.

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta h - \sigma_r r d\theta h - 2\sigma_\theta dr h sen\left(\frac{d\theta}{2}\right) - 2\tau_z r d\theta dr = 0$$

Abrindo os parênteses, desprezando os produtos infinitesimais e eliminando de, tem-se:

$$\sigma_r h.dr + r.hd\sigma_r - \sigma_{\theta} h.dr - 2.\tau_{r} r.dr = 0$$
, onde

$$sen\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cong \frac{d\theta}{2}$$

Admite-se que σ_r , σ_{θ} e σ_z são as tensões principais e que $\sigma_r = \sigma_z$, caracterizando um estado cilíndrico de tensões, pois $d\varepsilon_{\theta} = d\varepsilon_r$ devido à simetria axial do disco; ou seja, segundo as equações de Levy - von Mises tem-se:

$$d\varepsilon_x = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z)]$$
$$d\varepsilon_y = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_y - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_z)]$$

Como $d\varepsilon_{\theta} = d\varepsilon_r$ conseqüentemente, $\sigma_x = \sigma_y$.

As condições de escoamento indicam para o estado cilíndrico ($\sigma_1 = \sigma_2$) e o critério de von Mises:

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_o$$
 e como $\sigma_z = -p$, têm-se
 $\sigma_r - p = \sigma_o$ e $d\sigma_r = -dp$

Para atrito pequeno e de Coulomb tem-se

$$\tau_{zr}=\mu.p$$

Então a equação de equilíbrio fica:

$$-h.dp - 2.\mu.p.dr = 0$$
 e $\frac{dp}{p} = -\frac{2.\mu}{h}.dr$

Integrando essa expressão tem-se:

$$\ln p = -\frac{2.\mu}{h} + C$$

As condições de contorno são:

para r = a , sendo <u>a</u> o raio do disco, tem-se $\sigma_r = 0$; na expressão do critério de escoamento tira-se: $p = \sigma_o$ então:

$$\ln \sigma_o = -\frac{2.\mu.a}{h} + C \quad e \quad C = \ln \sigma_o = \frac{2.\mu.a}{h}$$

A expressão integrada fica:

$$\ln p = \frac{2.\mu}{h} + \ln \sigma_o + \frac{2.\mu.a}{h} \text{ ou}$$
$$\ln\left(\frac{p}{\sigma_o}\right) = \frac{2.\mu}{h}(a-r) \quad \text{ou}$$
$$p = \sigma_o.e^{\frac{2.\mu}{h}(a-r)}$$

As condições limites são:

 $p_{\max} = \sigma_o e^{\frac{2.\mu a}{h}}$, para r = 0, ou seja, no centro $p_{\min} = \sigma_o$, para r = a, ou seja, nas extremidades.

e a pressão média:

$$\overline{p} = \frac{\int_{0}^{a} 2.\pi . r. p. dr}{\pi . a^{2}} \quad \text{, como}$$

$$\int_{0}^{a} 2.\pi .r.p.dr = 2.\pi .r.\sigma_{o} \int_{0}^{a} e^{\frac{2.\mu}{h}(a-r)} .r.dr$$

e então

$$\overline{p} = \frac{2.\sigma_o}{a^2} \int_0^a e^{\frac{2.\mu}{h}(a-r)} .r.dr$$

que dá

$$\overline{p} = \frac{\sigma_o}{2} \left(\frac{h}{\mu.a}\right)^2 \left(e^{\frac{2.\mu.a}{h}} - \frac{2.\mu.a}{h} - 1\right)$$

Nas condições de *atrito de aderência*:

$$\tau_{zr} = k$$

e a equação de equilíbrio fica:

$$-h.dp - 2.k.dr = 0$$

que integrando dá:

$$p = -\frac{2k}{h}r + C \quad \text{, onde}$$

Para r = a, $\sigma_r = 0$ e $p = \sigma_o$ e então:

$$\sigma_o = -\frac{2.k}{h}a + C$$
 e $C = \sigma_o + \frac{2.k}{h}a$ e

$$P = \sigma_o + \frac{2k}{h}(a-r)$$
 mas como para o critério de escoamento de von Mises $k = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}}$.

então:

$$p = \sigma_o \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(a-r)}{h} \right]$$

As condições limites são:

$$p_{\text{max}} = \sigma_o \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{a}{h} \right] \text{ para } r = \mathbf{O}$$

$$p_{\min} = \sigma_o$$
 para $r = a$.

e a pressão média

$$\overline{p} = \frac{1}{\pi . a^2} \int_0^a 2 . \pi . \sigma_o \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(a-r)}{h} \right) . dr$$

e integrando

$$\overline{p} = \sigma_o \left(1 + \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{a}{h} \right)$$

A distribuição de pressão, para as condições de atrito pequeno e de aderência, está ilustrada na **Figura 5.8.**



Figura 5.8 - Distribuição de pressão num disco com atrito pequeno e atrito de aderência.

5.4.5 Forjamento em matriz fechada

Nessa condição, considera-se em primeiro lugar a conformação de uma seção axissimétrica (disco) (a) e aplica-se a expressão da pressão simplificada com a expansão em série ($e^n = 1 + n$), dividindo a peça em três regiões: cavidade da matriz (c), entrada da cavidade (e) e rebarba (f) (**Figura 5.9**) (ver Altan et alii(1983), p. 159-169).



Figura 5.9 - Ilustração da peça na matriz e diagrama de ilustração das tensões atuantes

Então, considerando a tensão de escoamento média na região de rebarba σ_{of} , a tensão da entrada da cavidade na região da rebarba é dada pela expressão:

$$\sigma_{ea} = \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}} . m . \frac{W}{t}\right) \sigma_{of}$$

que integrando para a região da rebarba dá a expressão, considerando R = r + w:

$$P_{fa} = 2.\pi .\sigma_{of} \left\{ \left[-\left(\frac{2.m.R}{\sqrt{3}.t}\right) \left(R^3 - r^3\right) \right] + \left[1 + \left(\frac{2.m.R}{\sqrt{3}.t}\right) \left(\frac{R^2 - r^2}{2}\right) \right] \right\}$$

E ainda, para a cavidade:

$$P_{fa} = 2.\pi r^2 \left[\left(\frac{2.m r}{\sqrt{3}.t} \right) \sigma_{0c} + \frac{1}{2} \sigma_e \right]$$

Nessas expressões considerou-se o fator de atrito de cisalhamento m ($0 \le m \le 1$) que relaciona a tensão de cisalhamento devida ao atrito (τ_a) à tensão de escoamento média do material ($\overline{\sigma}_o$) na

forma de von Mises: $\tau_a = \frac{m.\overline{\sigma}_o}{\sqrt{3}}$.

Devido a condições de processamento diferentes (velocidade de resfriamento e de deformação), adota-se duas tensões de escoamento: uma para a cavidade (α_{0c}) e outra para a rebarba (α_{0c}).

Finalmente, a força total de forjamento do corpo de seção axissimétrica fica:

 $P_{ta} = P_{fa} + P_{ca}$

No caso de seções transversais em condição de *deformação plana* (*p*), as expressões deduzidas são:

$$\sigma_{ep} = \left(\frac{2.m}{\sqrt{3}}.\sigma_{of}\right) \cdot \left(1 + m\frac{w}{t}\right)$$
$$P_{fp} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}.w.\sigma_{of}\right) \cdot \left(2 + m\frac{w}{t}\right)$$
$$P_{cp} = \left(\sigma_{e} + \frac{L.m}{2\sqrt{3}.H}\right) \cdot L$$

com L = 2r e sendo P_{fp} e P_{cp} cargas por unidade de comprimento na direção da deformação nula (perpendicular ao plano da figura 5.9).

5.5 MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR

O método do limite inferior está associado ao princípio do trabalho máximo onde o sistema tende a atingir o estado de energia mínima compatível com as condições de equilíbrio e deformação plástica. Analisa-se o sistema a partir do equilíbrio de tensões.

Contudo, o método do limite superior é mais importante que o anterior, pois permite obter uma carga que pelo menos é suficiente para permitir a deformação plástica. Baseia-se em estabelecer condições de incrementos de deformação no corpo totalmente plástico sem se preocupar com o equilíbrio de tensões (Johnson & Mellor (1975), p. 381-466).

Considera-se, no caso, um paralelepípedo suficientemente comprido para que não se tenha deformação na direção perpendicular ao plano da **Figura 5.10**.



REPRESENTAÇÃO DOS BLOCOS RÍGIDOS

Figura 5.10 - Ilustração do método do limite superior

Admite-se que a plataforma superior lisa e plana se move com velocidade unitária u = 1,0 corpo se divide em blocos rígidos ABC, ABD, DBF e assim por diante, e é constituído de um paralelepípedo de altura *h* e largura *b* (Figura 5.10).

A velocidade ao longo de AB vale:

$$u_{AB} = \frac{u}{sen\theta}$$
, $u_{AB} = \frac{1}{sen\theta}$

E as velocidades são iguais para as outras direções inclinadas do ângulo θ :

 $u_{AB} = u_{FB} = u_{BD} = u_{CB}$ e assim por diante

O trabalho de deformação na unidade de tempo é dado pela expressão:

$$\frac{dW_i}{dt} = \sum k.u.s$$

u = velocidades nas interfaces

s = área dividida por largura unitária

k = tensão máxima de cisalhamento no escoamento

A distância
$$s_{AB} = \frac{s_{AE}}{\cos\theta} e$$

 $s_{AB} = s_{FB} = s_{BD} = s_{CB}$ e assim por diante

Então:

$$\frac{dW_i}{dt} = k \left(\mathbf{s}_{AB} \cdot \mathbf{u}_{AB} + \mathbf{s}_{FB} \cdot \mathbf{u}_{FB} + \mathbf{s}_{BD} \cdot \mathbf{u}_{BD} + \mathbf{s}_{CB} \cdot \mathbf{u}_{CB} \cdots \right) = \frac{dW_i}{dt} = k \left(\frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} \cdots \right) = k \left(\frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\mathbf{s}_{AE}}{$$

$$\frac{dW_i}{dt} = \frac{k}{\cos\theta. \sin\theta} \cdot (s_{AE} \cdot x.b) = \frac{k.b}{\cos\theta. \sin\theta}, \text{ pois}$$

 $s_{AE} . x.b = b$

A potência externa vale:

$$\frac{dW_e}{dt} = P.b.u = P.b.l , \text{ onder}$$

P = pressão externa

Igualando a potência externa a interna tem-se:

$$\frac{dW_e}{dt} = \frac{dW_i}{dt} \quad e \quad P.b = \frac{k.b}{\cos\theta.\sin\theta} = \frac{2.k.b}{2.\cos\theta.\sin\theta}$$
$$\frac{P}{2.k} = \frac{1}{\sin 2\theta}$$

5.6 MÉTODO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO

O método será aplicado ao caso particular de forma geométrica de um paralelepípedo suficientemente comprido para não ter deformação na direção perpendicular ao plano da figura e relação de largura b sobre altura h de 3.6 (ver Rowe (1977), p. 251-252).



O método segue as seguintes etapas (Figuras 5.11 a 5.13):

Figura 5.11 - Ilustração das condições limites das linhas

5.6.1 Condições limites e determinação do ponto C

Admite-se também atrito de aderência e assim as linhas cortam a 0° ou a 90° as superfícies planas da ferramenta, de acordo com as condições limites, e o eixo central a 45° para não se ter nessa direção tensão de cisalhamento.

Essas condições impõem um arco cc₃ com centro em A e cc₃ com centro em B de raio igual a $h/(2sen(\pi/4))$.

5.6.2 Determinação dos outros pontos

Adotam-se arcos de 15° (com 5° obtém-se maior precisão) e constrói-se a rede de linhas ortogonais utilizando-se de cordas dos arcos. Para obter o ponto D, a tangente à linha de deslizamento ACD deve se deslocar 15°, ou a corda $C_1D_7 1/2^\circ$ a partir de C_1 .

Da mesma forma traça-se a cada $C_2D_1 \operatorname{com} 7 1/2^\circ \operatorname{de} AC_2$, e a corda $DD_1 \operatorname{com} 52 1/2^\circ \operatorname{da}$ linha de centro. A corda $C_3 D_2$ traça-se a partir de $C_3 \operatorname{com} 1/2^\circ \operatorname{de} AC_3 \operatorname{e} D_1 D_2 15^\circ \operatorname{de} DD_1$, pois DD_1 tem que girar duas vezes 7 $1/2^\circ$ para tornar-se $D_1 D_2$.



Figura 5.12 - Localização dos pontos D, D₁ e D₂.

De forma semelhante determinam-se os pontos E, E_1 e F; para b = 3,6 h F fica no ponto central do corpo. E por simetria constroem-se nas outras três partes do corpo as linhas de deslizamento.

As partes ABCA e C₃D₂E, FE"₁D"₂C"₃C₃ (limitadas por essas linhas) são rígidas.

5.6.3 Construção do hodógrafo de velocidades

Admite-se que a parte central move-se com a velocidade unitária e vertical, traça-se OA como valor unitário.

Quando um elemento cruza da zona central para a zona I cruza E_1F (próximo de F), desliza a 45° em relação à zona central, com a velocidade relativa *af* e velocidade absoluta *of*, e o triângulo de velocidades fica *oaf*.

Quando cruza D_2E_1 da zona central para a zona II a velocidade é ac_i , paralela a D_2E_1 e de intensidade igual a *af*, pois não pode haver descontinuidade de velocidade tangencial ao longo de uma linha de deslizamento.

Quando cruza EE_1 da zona II a zona I adquire a velocidade das partículas da zona I igual a *of* e a velocidade relativa é *c*_i*f* e de direção paralela a EE_1 .

Dessa forma constroem-se as partes restantes do hodógrafo. A velocidade OC deve ser iguala 3,6 de *oa* e assim se comprova a validade do campo de linhas construído.



Figura 5.13 - Representação das linhas de deslizamento, do hodógrafo e da distribuição de pressões.
5.6.4 Determinação das tensões

Na zona ACB, $\sigma_3 = 0$ e $\sigma_3 > \sigma_1 = O$ pois σ_1 é de compressão e a linha AC é uma linha a e a pressão P_c sobre ela é dada por:

 $\sigma_3 = -p_c + k \text{ e como } \sigma_3 = 0 \text{ e } p_c = k$

como $p + 2.k.\Phi = cte$ ao longo da linha $\alpha e p - 2.k.\Phi = cte$ ao longo da linha β .

O ponto C pertence a linha a AC e a linha β CC₁C₂C₃.

Do ponto C ao ponto C₃, numa linha β , muda-se de direção $\pi/4$ (no sentido contrário aos ponteiros do relógio) e $\Phi = \pi/4$, então

$$pC_3 - 2k\pi/4 = p_c - 2k.0$$
$$pC_3 - k.\pi/2 = p_c = k e p_{c3} = k(1 + \pi/2)$$

Do ponto C₃ ao ponto D₂, numa linha a, muda-se de direção $\pi/12$ (no sentido do ponteiro do relógio) e $\Phi = -\pi/12$

$$pD_2 + 2k(-\pi/12) = pC_3 + 2k.0$$

$$pD_2 = k.[1 + (\pi/2)] - 2.k[1 + (\pi/12)] = k.[1 + (\pi/2) + (\pi/6)] = k[1 + (4\pi/6)]$$

Do ponto D2 ao ponto E1 a mudança é também de 15° ou $\pi/12$ no sentido do ponteiro dos relógios, ou seja, com (Φ) = - $\pi/12$. O mesmo se dá do ponto E₁ ao ponto F, na mesma linha α .

$$pE_1 = 2k(-\pi/12) = pD_2 \quad e \quad pE_1 = k(1+5\pi/6)$$
$$p_F = 2k(-\pi/12) = pE_1 \quad e \quad p_F = k(1+3.\pi)$$

A partir dessas pressões pode-se calcular:

• as tensões principais e as componentes da tensão vertical que atua no limite C_3F em cada ponto:

• a tensão vertical média que atua no limite da zona rígida (C₃F duas vezes) que deve igualar a pressão média da plataforma nessa região.

Então, como
$$\sigma_1 = -p - k$$
 ou $-\sigma_1 = p + k$
 $-\sigma_1 C_3 = +k.(1 + (\pi/2)) + k = +k.(2 + (\pi/2)) + k = +2.k.(1 + (\pi/4))$
 $-\sigma_1 D_2 = +k.(1 + (4\pi/6)) + k = +k.(2 + (4\pi/6)) + k = +2k.(1 + (\pi/3))$
 $-\sigma_1 E_1 = +k.(1 + (5\pi/6)) + k = +k.(2 + (5\pi/6)) + k = +2.k.(1 + (5\pi/12))$
 $-\sigma_1 F = +k.(1 + \pi) + k = +k.(2 + \pi) + k = +2.k.(1 + (\pi/2))$

Com $-\sigma_l = p$ sendo p a pressão na plataforma, tem-se as relações nos pontos:

$$C_3: p/2k = (1 + \pi/4)$$
$$D_2: p/2k = (1 + \pi/3)$$

 $E_1: p/2k = (1 + 5\pi/12)$

F: $p/2k = (1 + \pi/2)$

O valor médio de p/2k obtém-se aproximadamente com

$$\left(\frac{p}{2.k}\right)_m = \left[\left(\frac{p}{2.k}\right)_{C3} xa + \left(\frac{p}{2.k}\right)_{D2} (b-a) + \left(\frac{p}{2.k}\right)_{E1} (c-b) + \left(\frac{p}{2.k}\right) (d-c)\right] \frac{1}{d}$$

Observação: o texto deste capítulo foi elaborado com base na experiência profissional e acadêmica dos autores e em referências, algumas mais antigas, utilizadas na época da primeira edição impressa, e outras mais recentes: (AVENAS, 1996; ALTAN, 1983; ALTAN & GEGEL,1999 ; AVITZUR, 1977,1979; BAQUE et al.,1973; BANABIC et al., 2000; DIETER, 1981; DIXIT & DIXIT, 2008; GRUNING, 1973; HILL,1950; HOSFORD & CADDEL, 2007; JOHNSOM & MELLOR, 1975; LUBLINER, 2008; NORRIE & VRIES, 1978; RODRIGUES & MARTINS, 2005; ROSSI, 1971; ROWE, 1977; SLATER, 1977; WAGONER & CHENOT, 2005).

Bibliografia

- AVENAS, P. et alii, Mise en Forme des Métaux et Alliages, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1976.
- ALTAN, T. et alii, Metal Forming (Fundamentals and Applications), ASM International, Metals Park, 1983
- ALTAN, T., Sheet Metal Forming, Fundamentals and Applications, Curso ABM, S.Paulo, 2008.
- ALTAN T.; OH, S.; GEGEL, H.L., Conformação dos Metais: Fundamentos e Aplicação (Tradução de COELHO, R.T., ADAMI, L.A., Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 1999).
- ALTAN, T.; N. GAILE; G. SHEN, G., Cold and Hot Forging: Fundamentals and Aplications, ASM International, Metals Park, 2004.
- AVITZUR, B., Metal Forming: Processes and Analysis, Tata McGraw-Hill, N. Delhi, 1977; Robert Krieger Pub., NY, 1979.
- BACKOFEN, W.A., Deformation Processing, Addison-Wesley, Reading (Mass.), 1972.X
- BANABIC, D. BUNGE; H.J. PÖHLANDT, K.; TEKKAYA, A.E., Formability of Metalic Materials, Springer, Londres, 2000.
- BAQUE, P. et alii, Mise en Forme des Métaux, 2vol., Dunod, Paris, 1973
- BARRAND, P.; GADEAU, R., Enciclopedia del Aluminio Fabricación de Semiprodutos (vol. 3), Urino, Bilbao, 1968.
- BARRET, C.; MASSALSKI, T.B., Structure of Metals, Pergamon Press, Oxford, 1980.
- BIDÁ, A.G., BUTTON, S.T., SILVA, I.B., A Engenharia de Forjamento, São Paulo, Curso de Forjamento, ABM, São Paulo, 2007.
- BILLIGMANN, J.; FELDMANN, H.D., Estampado y Prensado a Maquina, Reverté, Barcelona, 1979.
- BOLJANOVIC, V., Sheet Metal Forming Processes and Die Design, Industrial Press, New York, 2004.
- CALLISTER JUNIOR, W.D., Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução, LTC, Rio de Janeiro, 2002.

CETLIN, P.R.; SILVA, P.S.P., Análise de Fraturas, ABM, São Paulo, 1979.

CHAMPIER, G. ; SAADA, G., Déformation Plastique des Métaux et Alliages, Masson, Paris, 1968.

COTTREL, A.H., Dislocation and Plastic Flow in Crystals, Oxford at the Clarendon Press, Londres, 1953.

DIETER, G. E., Metalurgia Mecânica, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, (1961)1981.

- DIXIT, P.M., DIXIT, U.S., Modeling of Metal Forming and Machining Processes by Finite Element and Soft Computing Methods, Springer, Londres, 2008.
- EARY, D.F.; REED, E A., Techniques of Pressworking Sheet Metal, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1958.
- Forming and Forging, ASM Metals Handbook, v.14A, ASM International, Metals Park, 2005.
- GRUNING, K., Técnica de Conformação, Polígono, São Paulo, 1973.
- GUY, A.G., Essentials of Materials Science, N.Y., MacGrawHill, 1976.
- HILL, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford at the Clarendon Press, Oxford, 1950.
- HONEYCOMBE, R.W.K., The Plastic Deformation of Metals, Arnold, Londres, 1977.
- HOSFORD, W. F.; CADDEL R.M., Metal Forming (Mechanics and Metallurgy), Prentice-Hall, E. Cliffs, 1983; Cambridge University Press, 2007.
- HU, J.; MARCINIAK, Z.; DUNCAN, J., Mechanics of Sheet Metal Forming, Butter Worth Heinemann, 2002, 211 p.
- JOHNSON, W.; MELLOR, P. B., Engineering Plasticity, Nostrand, Londres, 1975.
- KACHANOV, L.M., Fundamentals of The Theory of Plasticity, Mir, Moscou, 1974.
- KAMENSCHINIKOV, G. et alii, Forging Practice, Peace, Moscou, 1970.
- KOBAYASHI, S., OH, S., ALTAN, T. Metal Forming and The Finite Element Method, Oxford University Press, N.Y., 402 p
- LANGE. K., Study Book of Forming Technology, Springer-Verlag, 1972.
- LUBLINER, J., Plasticity Theory, Dover Publications, 2008.
- Metal Forming Practice: Processes Machines Tools, Springer, Londres, 2006.
- McGANNON, H.E. (ed.), The Making, Shaping and Treating of Steel, USS-United States Steel, Pittsburgh, 1971.
- NORRIE, D, H.; de VRIES, G., An Introduction to Finite Element Analysis, Academic Press, New York, 1978.
- PAPARONI, F., Trafilati di Rame, Revista Il Rame, CISAR, Milão (Artigos nos números 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 20), 1965-1967.

PAPARONI, F., Extrusioni di Rame, Revista Il Rame, CISAR, Milão, setembro 1969, p. 3-22.

- PEARSON, C.E., The Extrusion of Metals, Chapman-Hall, Londres, 1953.
- PETERSON, D.A., Progressive Dies: Principles and Practices of Design and Construction, Society Manufacturing Engineers, Michigan, 1994.
- Properties and Selection: Irons and Steels, ASM Metals Handbook, v.1, ASM International, Metals Park, 1978.
- Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Pure Metals, vol. 2, ASM Metals Handbook, v.2, ASM International, Metals Park, 1979.
- POLUKHIN, P. et alii, Rolling Mill Practice, Peace, Moscou, 1963.
- REED-HILL, R., Physical Metallurgy Principies, Nostrand, Princeton (NJ), 1968.
- ROBERTS, W.L., Cold Rolling of Steel, M. Dekker, New York, 1978.
- RODRIGUES, J.M.C.; MARTINS, P. A.F., Tecnologia da Deformação Plástica, Aplicações Industriais, v. II, Escolar Editora, Portugal, 2005.
- ROSSI, M., Estampado en Frio de la Chapa, Dossat, Madri, 1979.
- ROSSI, M., (Stampagio a Caldo dei Metalli, Hoepli, Milão, 1964) Estampadeo en Caliente de los Metales, Hoepli, Barcelona, 1971.
- ROWE, G.W., Principles of Industrial Metalworking Processes, Arnold, Londres, 1977
- SCHEY, J.A, Tribology in Metalworking (Friction, Lubrification and Wear), ASM International, Metals Park, 1983.
- SLATER, R.A.C., Engineering Plasticity (Theory and Application to Metal Forming Processes), Macmillan, Londres, 1977.
- SMALLMAN, R. E., Modern Physical Metallurgy, Butterworths, Londres, 1976.
- STÜWE, H.P.; FAUSTMANN, J., Introducion a las Texturas de los Materiales Metálicos, Montecorvo, Madri, 1969.
- SZUMERA, J., Metal Stamping Processes, Industrial Press, New York, 2002.
- WAGONER, R.H.; CHENOT, J-L, Metal Forming Analysis, Cambridge University Press, Cambridge (USA), 2005.
- WULFF, J. et alii, The Structure and Properties of Materials, v. I Structure (1964), v. II Mechanical Behavior (1965), J. Wiley, New York.

Bibliografia Complementar

- ARNOLD, J., Die Makers Handbook, Industrial Press, 2000.
- BOLJANOVIC, V.; PAQUIN, J.R., CROWLEY, R.E., Die Design Fundamentals, Industrial Press, New York, 2005.
- FORD, W. ALEXANDER, J. M., Advanced Mechanics of Materials, Longman, Londres, 1963.
- Metal Working Sheet, ASM Metals Handbook, v.14B, ASM International, Metals Park, 2005.
- WISTREICH, J.G., The Fundamentals of Wire Drawing, Metallurgical Reviews, 1958, v. 3, n. 10, p. 129-134.
- Properties and Selection: Stainless Steels, Tool Materials and Special-Purpose Metals, vol. 3, ASM Metals Handbook, v.3, Metals Park, 1980.
- SCHULER GMBH, Metal Forming Handbook, Consulting Editor: Professor Taylan Altan, Engineer Research Center for Net Shape Manufacturing, OSU-USA, 1998.

WISTREICH, J.G., The Fundamentals of Wire Drawing, Metallurgical Reviews, 1958, v. 3, n. 10, p. 129-134.