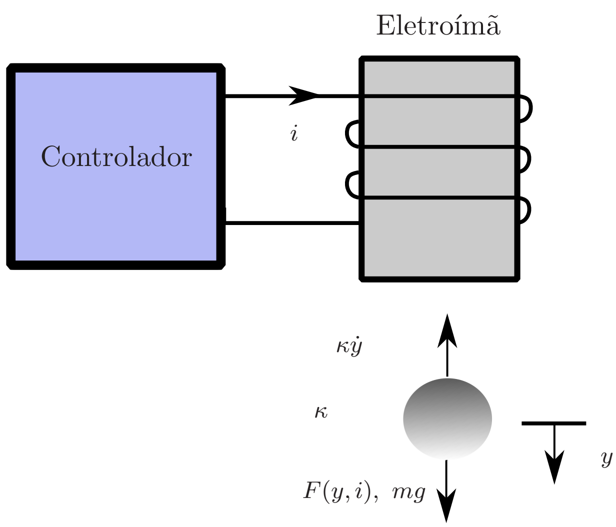
ES710 - Controle de Sistemas Mecânicos

Projeto de Aplicação Prática - Controle de um Levitador Magnético

Profa Grace S. Deaecto, PED: Regiane Akemi Hirata

- Cada projeto deve ser desenvolvido em dupla.
- **É proibido consultar os colegas de grupos diferentes**, mas é permitida a consulta a qualquer referência bibliográfica desde que mencionada a fonte.
- **A primeira parte do trabalho, referente aos itens #1 a #7, deve ser entregue no moodle até o dia 03/10/2022 às 23h59.**

A figura a seguir apresenta o esquema de um levitador magnético. O sistema consiste de uma bola de material magnético com massa m suspensa por um eletroímã, cuja corrente é controlada via realimentação, utilizando a medida da posição da bola y, que por sua vez é obtida por um sensor óptico. A posição vertical $y \geq 0$ é medida a partir de um ponto de referência em que $y = 0$ quando a bola está encostada no eletroímã. Nesta figura, κ é o coeficiente de atrito viscoso, g é a aceleração da gravidade, $F(y,i)$ é a força gerada pelo eletroímã e i é a corrente elétrica associada. Este esquema representa o princípio básico de sistemas mais complexos usados em giroscópios, acelerômetros, e trens de alta velocidade.



A indutância do eletroímã depende da posição da bola e pode ser modelada como

$$L(y) = L_1 + \frac{L_0}{1 + y/a}$$

em que L_0, L_1 e a são constantes positivas. Sendo $E(y,i) = L(y)i^2/2$ a energia armazenada no eletroímã, a força $F(y,i)$ é dada por

$$F(y,i) = \frac{\partial E}{\partial y} = -\frac{L_0 i^2}{2a(1+y/a)^2}$$

Considerando que o sistema é alimentado por uma fonte de tensão v, pela lei de Kirchhoff temos $v = \dot{\phi} + Ri$, em que R é a resistência em série do circuito e $\phi = L(y)i$ é o fluxo magnético.

Análise do Sistema a Tempo Contínuo

1. Obtenha o modelo não-linear do sistema em função da entrada v, das variáveis y, $\dot{y}$ e i e suas derivadas.

2. Obtenha a representação em espaço de estado do sistema não-linear adotando as seguintes variáveis de estado $\xi_1 = y$, $\xi_2 = \dot{y}$, $\xi_3 = i$, a entrada de controle $u_N = -v$ e a saída $z_N = \xi_1$.

3. Considere que desejamos manter a bola em equilíbrio em uma posição $y_e = 0$. Encontre i_e e v_e associados a i e v, respectivamente, importantes para manter o sistema em equilíbrio na posição desejada.

4. Obtenha o modelo linearizado em torno do ponto de equilíbrio $(y_e, \dot{y}_e, i_e)$ calculados no item anterior considerando a entrada de controle $u = v_e - v$.

5. Forneça a representação em espaço de estado do sistema linearizado (A, B, C, D), adotando as variáveis de estado $x_1 = y - y_e$, $x_2 = \dot{y}$, $x_3 = i - i_e$, a entrada de controle $u = v_e - v$ e a saída $z = x_1$.

6. Considere os seguintes valores numéricos em unidades do Sistema Internacional $m = 0.25$, $\kappa = 10^{-3}$, $L_0 = 0.05$, $L_1 = 0.02$, $g = 9.81$ (aceleração da gravidade), $a = 0.05$ e $R = 7$ analisando os autovalores da matriz A, conclua sobre a sua estabilidade.

7. A partir da representação em espaço de estado do item anterior, obtenha a função de transferência do sistema em malha aberta:
$$G(s) = \frac{\hat{z}(s)}{\hat{u}(s)}$$

Projeto de Controle a Tempo Contínuo

8. Utilizando a estrutura de controle em malha fechada da Figura 1 a seguir

   projete um controlador $C(s)$ para o sistema linearizado com função de transferência $G(s)$ de forma a satisfazer os seguintes requisitos de desempenho:

   - Erro nulo para entrada degrau;
   - Tempo de estabilização menor do que 4 segundos;

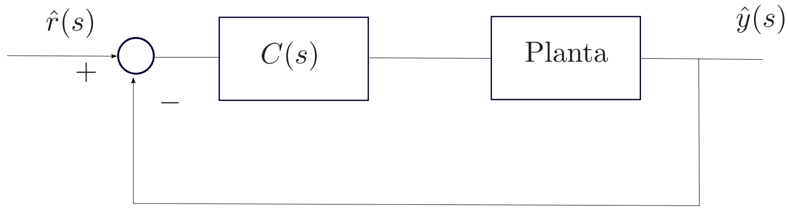


Figura 1: Estrutura de controle em malha fechada

- Margem de fase $MF > 30^o$;
- Esforço de controle $|u| \leqslant 200$ [V] para referência $\hat{r}(s) = 0.02/s$.
- Valor de pico da posição $\max_{t \geq 0} y(t) \leq 0.04$ considerando uma referência do tipo degrau de amplitude 0.02 m.

Utilize o método do lugar das raízes. Para uma referência do tipo degrau de amplitude 0.02 m, apresente a resposta no tempo de $y(t)$ e do esforço de controle $u(t)$.

9. Aplique o controlador $C(s)$ no sistema não linear obtido no item 2 e compare as respostas com as obtidas pelo modelo linear. Em ambos os casos apresente, respectivamente, y, u e i para o sistema não-linear e linearizado no mesmo gráfico. Note que a condição inicial a ser considerada no modelo não-linear é $\xi(0) = [0 \;\; 0 \;\; i_e]'$.

10. Repita o item anterior para os seguintes valores de referência $r(t) = p$ para $t \geq 0$ com $p \in \{0.005, 0.01, 0.03\}$ e conclua sobre os resultados obtidos.

Projeto de Controle a Tempo Discreto

11. Utilizando o controlador projetado, apresente o controlador digital equivalente para todos os seguintes métodos: Segurador de Ordem Zero $C_S(z)$, Tustin $C_T(z)$ e Mapeamento de Polos e Zeros $C_M(z)$.

12. Apresente a resposta $y(t)$ e $i(t)$, a uma entrada de referência do tipo degrau de 0.01 m, obtida a partir dos controladores discretizados com os métodos especificados anteriormente. Apresente também $u(t)$ utilizado. Mais especificamente, apresente no mesmo gráfico $y(t)$ do sistema não-linear com todos os métodos e, posteriormente, realize o mesmo para o sistema linear. Realize o mesmo procedimento para a corrente $i(t)$ e para o esforço de controle $u(t)$. Analise o desempenho dos controladores e apresente qual o melhor controlador digital, justifique sua conclusão. Considere $T = \{10^{-3};\ 10^{-2}\}$. Obs: Para o gráfico de $u(t)$ utilize o comando stairs do Matlab.

13. Para $T = 10^{-2}$ realize o projeto direto do controlador digital de forma a fornecer um desempenho melhor do que os controladores digitais apresentados no item anterior.