EA-721 : PRINCÍPIOS DE CONTROLE E SERVOMECANISMO
Segunda Lista de Exercícios

José C. Geromel e Rubens H. Korogui

Exercício 1 *Considere o sistema de controle representado na Figura 1. Estude sua estabilidade em função do ganho $\kappa \in \mathbb{R}$, utilizando o critério de Routh e em seguida o critério de Nyquist considerando as seguintes funções de transferência:*

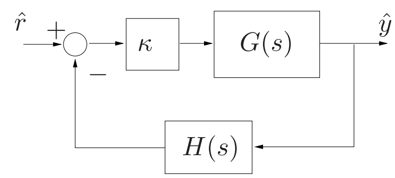

Figura 1: Sistema em malha fechada.

a) $G(s) = \dfrac{(s+5)(s+7)}{(s+1)(s+3)}$; $H(s) = 1$

b) $G(s) = \dfrac{s^2+6s+25}{s(s^2+2s+5)}$; $H(s) = 1$

c) $G(s) = \dfrac{s+3}{s(s^2+4s+5)}$; $H(s) = \dfrac{1}{s+1}$

d) $G(s) = \dfrac{1}{s(s^2+2s+10)}$; $H(s) = \dfrac{s+2}{s+8}$

Exercício 2 *Considere o sistema de controle com realimentação unitária representado na Figura 2. Estude sua estabilidade em função do ganho $\kappa \in \mathbb{R}$ através dos critérios de Routh e de Nyquist considerando as seguintes funções de transferência:*

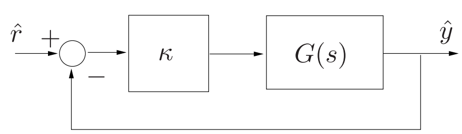

Figura 2: Realimentação unitária.

a) $G(s) = \dfrac{s+2}{s+10}$

b) $G(s) = \dfrac{1}{(s+10)(s+2)^2}$

c) $G(s) = \dfrac{(s+1)(s+10)}{(s+100)(s+2)^3}$

d) $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2(s+10)}$

e) $G(s) = \dfrac{s+1}{s(s+2)}$

f) $G(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s^2+9)}$

g) $G(s) = \dfrac{(1+10s)}{(1+20s)^2(1+5s)(1+s)}$

h) $G(s) = \dfrac{s-1}{s^2(s+1)}$

i) $G(s) = \dfrac{s}{(s+2)(s+10)}$

j) $G(s) = \dfrac{s(s-1)}{(s+2)(s+10)}$

Exercício 3 *Considere as equações características de sistemas dinâmicos a tempo contínuo dadas a seguir. Determine no plano real $\kappa \times \lambda$ seus respectivos domínios de estabilidade.*

a) $s^2(s+1)(s+0,5) + \kappa(s+\lambda) = 0$

b) $s^4 + 2s^3 + \kappa s^2 + \lambda s + \kappa = 0$

Exercício 4 *Considere o diagrama de blocos da Figura 3, onde κ e λ são parâmetros reais.*

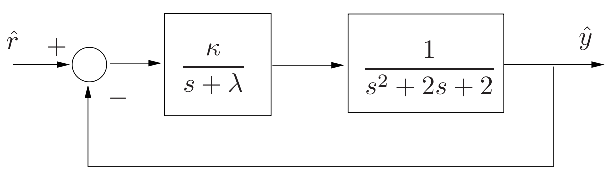

Figura 3: Realimentação unitária com dois graus de liberdade.

a) *Determine no plano $\kappa \times \lambda$ a região de estabilidade para o sistema em malha fechada.*

b) *Para $\lambda = 0$ aplique o critério de Nyquist e determine todos os valores de $\kappa \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema em malha fechada seja estável.*

Exercício 5 *Determine o número de raízes da equação $s^4 + 6s^3 + 10s^2 - 2s - 15 = 0$ que estão localizadas no semiplano complexo definido por* $\mathrm{Re}\{s\} < -1$.

Exercício 6 *Supondo que a equação algébrica*

$$s(s+1)(s+2) + \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) = 0$$

represente a equação característica de um sistema a tempo contínuo, determine todos os valores de $\alpha > 0$ tais que as suas raízes sejam assintoticamente estáveis.

Exercício 7 *Considere o sistema de controle a tempo discreto representado na Figura 4. Determine os valores de κ tais que o sistema em malha fechada seja estável, para as seguintes funções de transferência e respectivos períodos de amostragem T dados a seguir.*

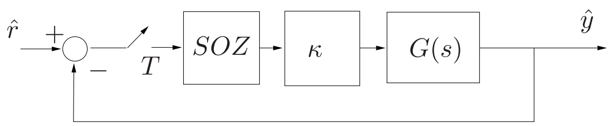

Figura 4: Realimentação unitária em sistemas a tempo discreto.

a) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$, $T = 0{,}1$ [s] *e* $T = 0{,}5$ [s]

b) $G(s) = \dfrac{10}{s^2 + 2s + 5}$, $T = 0{,}01$ [s] *e* $T = 0{,}1$ [s]

Exercício 8 *Para cada uma das funções de transferência, no contexto de sistemas a tempo contínuo, dadas a seguir, obtenha sua representação de estado e, aplicando o critério de Lyapunov, conclua sobre sua estabilidade.*

a) $G(s) = \dfrac{10}{s^2 + 7s + 10}$

b) $G(s) = \dfrac{10(s+1)}{s^3 + 2s^2 + 3s + 7}$

Exercício 9 *Para cada uma das funções de transferência, no contexto de sistemas a tempo discreto, dadas a seguir, obtenha sua representação de estado e aplique o critério de Lyapunov para concluir sobre sua estabilidade.*

a) $G(z) = \dfrac{z - 0{,}5}{z^2 - z + 0{,}26}$

b) $G(z) = \dfrac{z + 1}{z^2 - z + 1{,}06}$

Exercício 10 *Considerando a equação característica $1 + \kappa G(s) = 0$, esboce no plano complexo o lugar das suas raízes, em função do ganho $\kappa \in [0, +\infty)$, para as funções de transferência definidas a seguir. Utilize todas as regras possíveis.*

a) $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+5)}$

b) $G(s) = \dfrac{s^2 + 8s + 20}{(s+2)(s^2 + 4s + 7)}$

c) $G(s) = \dfrac{10(s-1)}{s(s^2 + 4s + 4)}$

d) $G(s) = \dfrac{1}{(s+5)(s^2 + 2s + 2)}$

e) $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)(s^2 + 6s + 10)}$

f) $G(s) = \dfrac{5}{s(s+4)(s^2 + 12s + 45)}$

g) $G(s) = \dfrac{(s-1)(s-3)}{s(s+5)}$

h) $G(s) = \dfrac{s^2 + 16s + 73}{(s+1)(s^2 + 8s + 41)}$

i) $G(s) = \dfrac{2(s^2+6s+90)}{s(s^2+4s+13)}$

j) $G(s) = \dfrac{s+10}{(s-2)(s+4)}$

k) $G(s) = \dfrac{s^2}{(s+2)(s+5)(s+10)^2}$

l) $G(s) = \dfrac{s(s-2)}{(s+3)(s+5)}$

Exercício 11 *Considere um sistema de controle a tempo contínuo com realimentação unitária, de acordo com a Figura 2. Esboce o lugar das raízes em função do ganho $\kappa > 0$ para cada um dos seguintes valores de $\alpha \in \{1/2; 3/2; 5\}$. Considere as funções de transferência em malha aberta, dadas a seguir, e verifique a influência do valor do parâmetro α em cada caso.*

a) $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+\alpha)}$

b) $G(s) = \dfrac{s+2}{(s^2+2s+5)(s+\alpha)}$

c) $G(s) = \dfrac{s+\alpha}{(s+4)(s+2)^2}$

d) $G(s) = \dfrac{s+\alpha}{(s+4)(s^2+4s+13)}$

Exercício 12 *Considere a função de transferência de um sistema a tempo contínuo*

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s^2+8s+16+\alpha)}$$

Para os valores do parâmetro $\alpha \in \{1; 4\}$, esboce no plano complexo o lugar das raízes da equação característica $1 + \kappa G(s) = 0$, em função do ganho $\kappa \in [0, +\infty)$.

Exercício 13 *A Figura 5 representa o diagrama de Bode de módulo assintótico de uma função de transferência estável de um sistema a tempo contínuo de fase mínima, cujos polos complexos têm fator de amortecimento $\xi = 1/4$.*

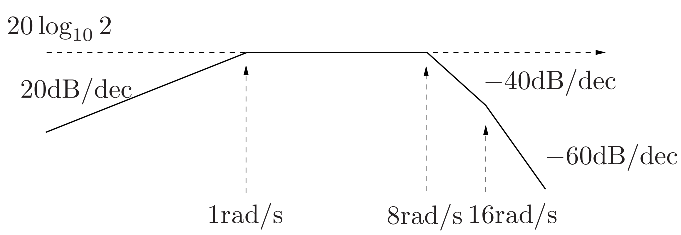

Figura 5: Diagrama de Bode em malha aberta.

a) *A partir de seu diagrama assintótico de módulo, determine a função de transferência $G(s)$.*

b) *Escreva a expressão para a saída em regime permanente deste sistema para uma entrada rampa unitária.*

c) *Esboce o diagrama de Bode de fase de $G(s)$.*

d) Calcule aproximadamente, via diagrama assintótico de módulo, o módulo da saída do sistema para a entrada $u(t) = \cos(12t)$.

e) Considerando o sistema com realimentação unitária da Figura 2 e a função determinada no item a), estude sua estabilidade em função do ganho κ*, utilizando o critério de Nyquist.*

f) Para o sistema da Figura 2 e $G(s)$ *determinada no item a), esboce o lugar das raízes parametrizado pelo ganho* $\kappa > 0$.

Exercício 14 *Considere um sistema de controle a tempo contínuo com realimentação unitária de acordo com a Figura 6 na qual a planta é representada pela função de transferência*

$$G(s) = \frac{(s+5)(s+10)}{s^2(s+2)}$$

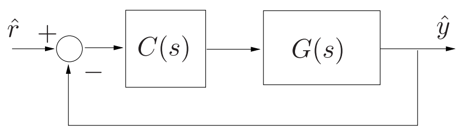

Figura 6: Realimentação unitária.

a) Considerando um controlador $C(s) = \kappa > 0$*, através do critério de Nyquist, determine os valores de* κ *para os quais o sistema em malha fechada seja estável.*

b) Para o controlador do item anterior, esboce o lugar das raízes em relação ao parâmetro $\kappa > 0$ *e determine-o de modo que o sistema em malha fechada possua dois polos complexos conjugados com fator de amortecimento igual a 0,707. Utilizando uma rotina computacional, obtenha a resposta ao degrau para o sistema em malha fechada e discuta se é possível adotar uma aproximação de segunda ordem.*

c) Considerando um controlador integral $C(s) = \kappa/s$ *com* $\kappa > 0$*, refaça o item a) e verifique se é possível atender a especificação do item b).*

d) Se utilizarmos um controlador proporcional integral $C(s) = \kappa(s+20)/s$ *com* $\kappa > 0$*, refaça os itens a) e b).*

e) Suponha que o controlador proporcional integral do item d) deva ter um zero em $s = -2$*, ao invés de em* -20*, a fim de cancelar o correspondente polo da planta. Neste caso, esboce novamente o lugar das raízes em relação ao parâmetro* $\kappa > 0$.

Exercício 15 *Um sistema de controle a tempo contínuo tem como equação característica em malha fechada*

$$1 + \frac{\tau s + 3}{s(s^2 + 2s + 2)} = 0$$

Esboce o lugar das raízes desta equação característica para $\forall\ \tau > 0$.

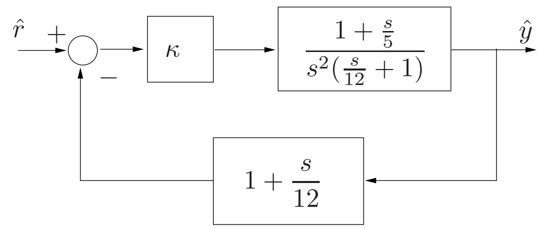

Figura 7: Sistema de controle com realimentação não unitária.

Exercício 16 *Considere o sistema de controle em malha fechada da Figura 7.*

a) Esboce o lugar das raízes e determine $\kappa > 0$ de tal forma que os polos dominantes tenham constante de tempo 1/3 [s].

b) Para κ calculado no item anterior determine a resposta ao impulso do sistema em malha fechada.

c) Suponha que o polo em $s = -12$ da planta sofra alterações durante o funcionamento do sistema em malha fechada, resultando em seu deslocamento para $s = -10$. Para o valor de κ calculado no item anterior e utilizando uma rotina computacional, compare as respostas ao degrau unitário para as duas condições de operação do sistema em malha fechada.

Exercício 17 *Considere o sistema de controle com realimentação unitária apresentado na Figura 8, no qual se assume $\kappa > 0$. Para cada uma das funções de transferência definidas a*

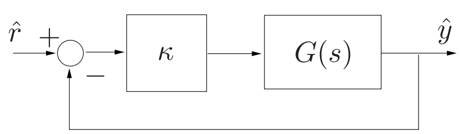

Figura 8: Realimentação unitária.

seguir

i) $G(s) = \dfrac{1}{s(\frac{s}{50}+1)(\frac{s}{100}+1)}$

ii) $G(s) = \dfrac{10(s+5)}{(s+1)(s+2)(s^2+8s+25)}$

iii) $G(s) = \dfrac{150(s+4)(s+9)}{(s^2+6s+13)(s^2+16s+100)(s+7)}$

pede-se:

a) Esboce o lugar das raízes em função do ganho $\kappa > 0$.

b) Determine $\kappa > 0$ de maneira que os polos dominantes do sistema em malha fechada apresentem fator de amortecimento igual a 0,5.

c) Para κ determinado no item anterior encontre a saída para uma entrada degrau unitário.

d) Determine uma função de transferência aproximada de segunda ordem para o sistema em malha fechada e compare seu tempo de estabilização e sua máxima sobre-elevação para uma entrada degrau unitário com os respectivos valores para o sistema em malha fechada original.

e) Esboce os diagramas de Bode para a função de transferência em malha fechada aproximada e para a função de transferência em malha fechada original. Determine e compare ambas as faixas de passagem.

f) Determine a função de transferência aproximada de segunda ordem para o sistema em malha aberta. Em seguida, através do lugar das raízes, determine o ganho κ_{ap} tal que os polos em malha fechada apresentem fator de amortecimento igual a 0,5 e determine sua resposta ao degrau unitário. Em seguida, utilize o ganho κ_{ap} calculado para controlar a planta $G(s)$ original impondo uma entrada do tipo degrau unitário. Comente sobre a validade do resultado obtido.