

## ES401 Matemática para Engenharia

### Quarta Lista de Exercícios

1. Determine a transformada  $\mathcal{Z}$  e seu respectivo domínio para cada um dos seguintes sinais a tempo discreto, definidos para todo  $k \in \mathbb{Z}$  :

- a)  $f(k) = (1/2)^k u(k)$
- b)  $f(k) = -2^k u(-k)$
- c)  $f(k) = 2^{-2|k|}$
- d)  $f(k) = (1/2)^k \cos(\pi k) u(k)$
- e)  $f(k) = \delta(k) + \text{sen}(\pi k/2) u(k)$
- f)  $f(k) = k(1/2)^k u(k)$

2. Considerando sinais definidos para todo  $k \geq 0$ , determine  $f(k)$  sendo dada sua respectiva transformada  $\mathcal{Z}$ . Determine também os seus respectivos domínios :

- a)  $\hat{f}(z) = \frac{z}{z+0.5}$
- b)  $\hat{f}(z) = \frac{1}{z+0.5}$
- c)  $\hat{f}(z) = \frac{z+1}{z-1}$
- d)  $\hat{f}(z) = \frac{z(z+1)}{(z+1)(z+0.5)}$
- e)  $\hat{f}(z) = \frac{z}{z^2 - \sqrt{2}z + 1}$

3. Considere os seguintes sinais a tempo discreto, definidos para todo  $k \in \mathbb{Z}$  :

$$f(k) = 2^{-|k|}, \quad g(k) = \begin{cases} 2^k & k < 0 \\ 0 & k \geq 0 \end{cases}, \quad h(k) = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 2^{-k} & k \geq 0 \end{cases}$$

Determine suas transformadas  $\mathcal{Z}$  e seus respectivos domínios.

4. Para a sequência  $\{1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, \dots\}$  determine sua transformada  $\mathcal{Z}$  e seu domínio.

5. Utilizando a transformada  $\mathcal{Z}$ , resolva as seguintes equações a diferenças para todo  $k \in \mathbb{N}$ .

- a)  $y(k+2) + 9y(k+1) + 14y(k) = 5^k, y(0) = 2, y(1) = 1$
- b)  $y(k+2) + 6y(k+1) + 5y(k) = 32 \cdot k \cdot 3^k, y(0) = 1, y(1) = 2$
- c)  $y(k+2) - y(k+1) - 2y(k) = 2^k, y(0) = 0, y(1) = 1$

6. Utilizando o método dos coeficientes a determinar, resolva as seguintes equações a diferenças para todo  $k \in \mathbb{N}$ .

- a)  $y(k+2) - 2y(k+1) + 2y(k) = 0, y(0) = 0, y(1) = 1$
- b)  $y(k+2) + 3y(k+1) + 2y(k) = 11(-2)^k, y(0) = 1, y(1) = 1$

c)  $y(k+2) - 6y(k+1) + 5y(k) = 3^k + 5^k, y(0) = 1, y(1) = 0$

d)  $y(k+2) - 12y(k+1) + 20y(k) = 9k^2 - 2k + 1 + 75,24(0,1)^k, y(0) = 0, y(1) = 0.4$

e)  $y(k+2) + 5y(k+1) + 6y(k) = 10 \cos(\frac{\pi}{2}k), y(0) = 1, y(1) = 0$

7. Sob condições iniciais nulas, determine a solução geral da equação a diferenças

$$y(k+2) - 2y(k+1) + y(k) = g(k)$$

para  $g(k) = 1^k$  e  $g(k) = \delta(k)$ .