ES401 Matemática para Engenharia

Terceira Lista de Exercícios

1. Determine a transformada de Laplace e seus respectivos domínios para os seguintes sinais a tempo contínuo, definidos para todo $t \in \mathbb{R}$:

   a) $f(t) = e^{-t}u(t)$
   b) $f(t) = -e^{-t}u(-t)$
   c) $f(t) = e^{-2|t|}$
   d) $f(t) = e^{-2t}u(t) + e^{-3t}\text{sen}(\pi t)u(t)$
   e) $f(t) = \delta(\pi t) + \cos(\pi t)u(t)$
   f) $f(t) = e^{t}u(t) + e^{-t}\cos(t)u(t)$

2. Considerando sinais definidos para todo $t \geq 0$, determine $f(t)$ sendo dada sua respectiva transformada de Laplace. Determine também os seus respectivos domínios :

   a) $\hat{f}(s) = \frac{s+1}{s+2}$
   b) $\hat{f}(s) = \frac{s+1}{s(s+2)^2}$
   c) $\hat{f}(s) = \frac{s}{s^2+2s+2}$
   d) $\hat{f}(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2}$
   e) $\hat{f}(s) = \frac{s+e^{-s}}{s(s+1)}$
   f) $\hat{f}(s) = \frac{1}{(e^{2s}-e^{-s})}\frac{1}{(s+1)}$
   g) $\hat{f}(s) = \frac{1-e^{-4s}}{(s+3)}$
   h) $\hat{f}(s) = \ln\left(\frac{s}{(s^2+9)}\right)$

3. Considere $h(t)$ uma função tal que $h(t) = 0$ para $t < 0$. Defina em todo intervalo real $t \in (-\infty, \infty)$ a função $f(t) = h(t) + h(-t)$. Expresse $\hat{f}(s)$ e $\mathcal{D}(\hat{f}(s))$ em termos de $\hat{h}(s)$ e $\mathcal{D}(\hat{h}(s))$.

4. Utilizando a transformada de Laplace determine o valor da integral

$$I = \int_0^\infty \text{sen}(2t)e^{-t}dt$$

5. Usando a transformada de Laplace, determine a solução da equação íntegro-diferencial

$$\dot{y}(t) + 3y(t) + 2\int_0^\infty y(\tau)d\tau = 7$$

com condição inicial $y(0) = 5$.

6. Utilizando a transformada de Laplace, resolva as seguintes equações diferenciais definidas para $t \geq 0$.

a) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = \delta(t) + 2u(t),\ y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0$

b) $\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 4y(t) = te^{-t},\ y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 1$

c) $\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 34y(t) = e^{-3t}\text{sen}(5t + \frac{\pi}{2}),\ y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 1$

7. Utilizando o método dos coeficientes a determinar, resolva a seguinte equação diferencial homogênea

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 2y(t) = 0$$

considerando as seguintes condições iniciais :

   a) $y(0) = 1$ e $\dot{y}(0) = 0$
   b) $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 1$

8. Refaça o exercício anterior para $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 4y(t) = 0$

9. Utilizando o método dos coeficientes a determinar, resolva as seguintes equações diferenciais

   a) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5y(t) = t,\ y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0$
   b) $\ddot{y}(t) + 8\dot{y}(t) + 15y(t) = 2e^{-3t} + 5,\ y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 1$
   c) $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 8e^{-t}\text{sen}(t),\ y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 1$

10. Resolva a equação diferencial $D[y(t)]$ considerando

   a) $\Delta_D(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda^2 + 2\lambda + 1)$ e $g(t) = e^{-t}$
   b) $\Delta_D(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 2$ e $g(t) = e^{-t}\text{sen}(t)$