

# Introdução à Psicometria

Parte 1

# Introdução

- Estudo de sistemas envolvendo ar seco e água
  - Ar seco + vapor d'água (+ eventualmente condensado)
- Importante na análise de diversos sistemas
  - Ar condicionado
  - Torres de resfriamento
  - Controle de umidade,
  - Etc.

# Mistura de gases e princípios psicrométricos

- Pressão de mistura e pressões parciais
  - Ar é uma mistura de gases que se comporta como gás perfeito em uma ampla faixa de T e P
  - Ar seco: quando não há vapor d'água
  - Ar úmido: quando há vapor d'água no ar
  - À P=1atm:
    - Ar seco é gás perfeito
    - Vapor d'água também é gás perfeito
    - Por ex:
      - à T = 20°C,  $P_{vap} = 2,338 \text{ kPa}$  onde  $P_{vap}$  é a pressão de vapor da água = pressão do vapor d'água em equilíbrio termodinâmico com o ar
      - Logo,  $v=RT/P_v = 57,8 \text{ m}^3/\text{kg} = v_g$  à 20°C de tabelas
      - Assim, ar úmido = mistura de gases ideais => gás ideal

# Mistura de gases e princípios psicrométricos

- Estudo da mistura de gases : Modelo de Dalton
  - Gás => forças intermoleculares desprezíveis
  - Vol. Moléculas << Vol. Ocupado pelo gás
  - Moléculas podem se deslocar “livremente” por todo o volume
- Modelo Dalton
  - Cada componente se comporta como gás ideal sozinho a T e V da mistura

$$p_i = \frac{n_i \bar{R}T}{V}$$

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_j = \sum_{i=1}^j n_i$$

## Relações entre P, V e T : Dalton

- Segue-se que:

$$\frac{p_i}{p} = \frac{n_i \bar{R}T/V}{n \bar{R}T/V} = \frac{n_i}{n} = y_i$$

$$p_i = y_i p$$

- Cada componente exerce uma pressão parcial  $P_i$ . Ainda:

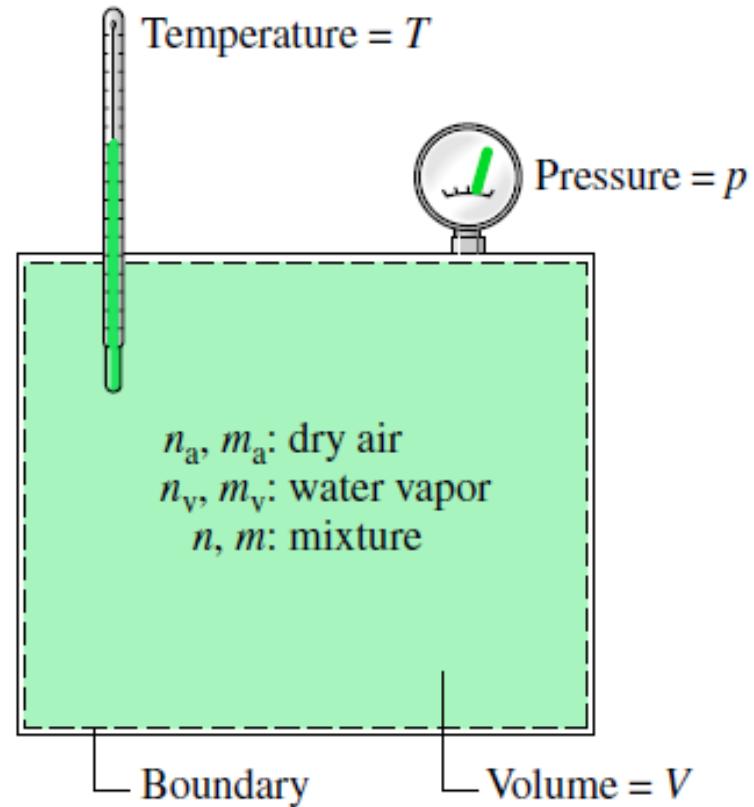
$$\sum_{i=1}^j p_i = \sum_{i=1}^j y_i p = p \sum_{i=1}^j y_i$$

$$p = \sum_{i=1}^j p_i$$

# Mistura de gases ideais

- Considere uma mistura de gases ideais
- Considere que a mistura é um gás ideal com  $P$  = pressão e  $T$  = temperatura em um volume  $V$
- Para tal mistura a Lei dos Gases Perfeitos se aplica

$$p = n \frac{\bar{R}T}{V}$$



## Relações entre P, V e T : Dalton

- Assim, para uma mistura ar seco + vapor d'água:

$$p = p_a + p_v$$

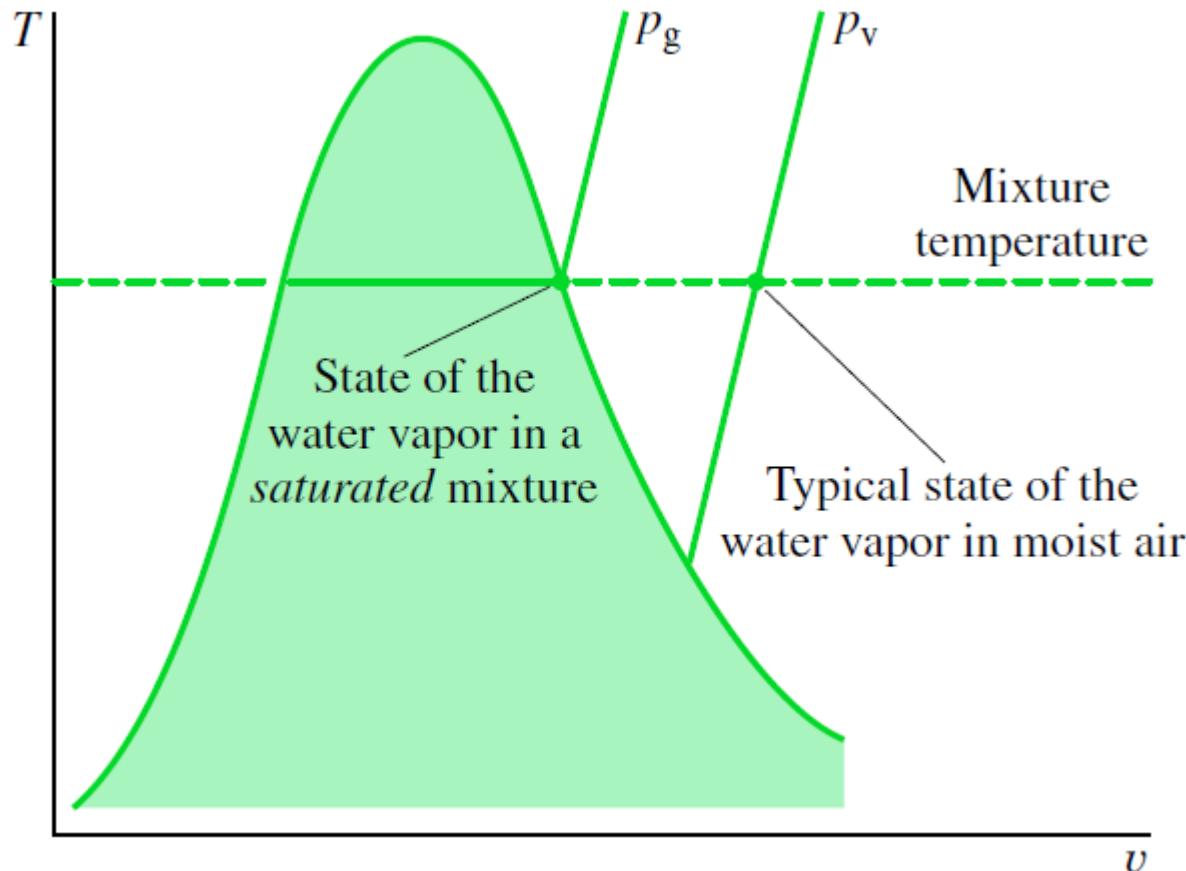
$$p_a = \frac{n_a \bar{R}T}{V} = \frac{m_a (\bar{R}/M_a)T}{V} \quad p_v = \frac{n_v \bar{R}T}{V} = \frac{m_v (\bar{R}/M_v)T}{V}$$

$$p_a = y_a p$$

$$p_v = y_v p$$

OBS: normalmente a quantidade de vapor d'água presente é muito menor que a quantidade de ar.

# Estado do Vapor



Para vapor a  $T$  e  $P=P_v \Rightarrow$  vapor superaquecido

Para vapor a  $T$  e  $P=P_g \Rightarrow$  vapor saturado  $\Rightarrow$  ar saturado

A quantidade de vapor d'água no ar varia de zero a um valor máximo, que depende de  $T$  da mistura e da pressão parcial do vapor

# Umidade relativa e razão de umidade

- Existem diversas formas de descrever o ar úmido
  - As mais comuns são a umidade relativa  $\phi$  e a razão de umidade  $\omega$
- Umidade relativa (ou umidade):
  - Razão entre a fração molar de vapor d'água no ar úmido e a fração molar de vapor em uma amostra de ar saturado na mesma temperatura e pressão

$$\phi = \left. \frac{y_v}{y_{v,\text{sat}}} \right)_{T,p} , \text{ ou, } \phi = \left. \frac{p_v}{p_g} \right)_{T,p}$$

pois  $p_v = y_v p$        $p_g = y_{v,\text{sat}} p$

# Umidade relativa e razão de umidade

- Razão de umidade (ou umidade específica, ou razão de mistura)
  - Razão da massa de vapor d'água em relação à massa de ar seco

$$\omega = \frac{m_v}{m_a}$$

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{M_v p_v V / \bar{R}T}{M_a p_a V / \bar{R}T} = \frac{M_v p_v}{M_a p_a}$$

Onde  $M_v/M_a = 0,622$  e  $P_a = P - P_v$ , logo:

$$\omega = 0.622 \frac{p_v}{p - p_v}$$

## Umidade relativa e razão de umidade

- Combinando as relações anteriores, é possível chegar a relações entre  $\phi$  e  $\omega$

$$\omega = 0,622\phi \frac{P_g}{P_a}$$

$$\phi = 1,608\omega \frac{P_a}{P_g}$$

# Entalpia e energia interna do ar úmido

- Para uma mistura de gases perfeitos:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_j = \sum_{i=1}^j U_i$$

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_j = \sum_{i=1}^j H_i$$

- Assim, para H

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v$$

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v = h_a + \omega h_v$$

- E para U

$$U = m_a u_a + m_v u_v$$

$$\frac{U}{m_a} = u_a + \omega u_v$$

## Entalpia e energia interna do ar úmido

- Onde  $h_a$ ,  $u_a$ ,  $h_v$ ,  $u_v$  são avaliados a T da mistura
- OBS: para vapor d'água como gás ideal:
  - $h_v(T) \approx h_g(T)$
  - $u_v(T) \approx u_g(T)$
  - Podemos utilizar então tabelas de vapor saturado

## Entropia do ar úmido

- Pode ser avaliada como:

$$\frac{S}{m_a} = s_a + \omega s_v$$

- Entretanto  $s_a$  e  $s_v$  devem ser avaliadas a T mistura e a suas respectivas pressões parciais.
- Para o vapor d'água, é possível mostrar que:

$$s_v(T, p_v) = s_g(T) - R \ln \phi$$

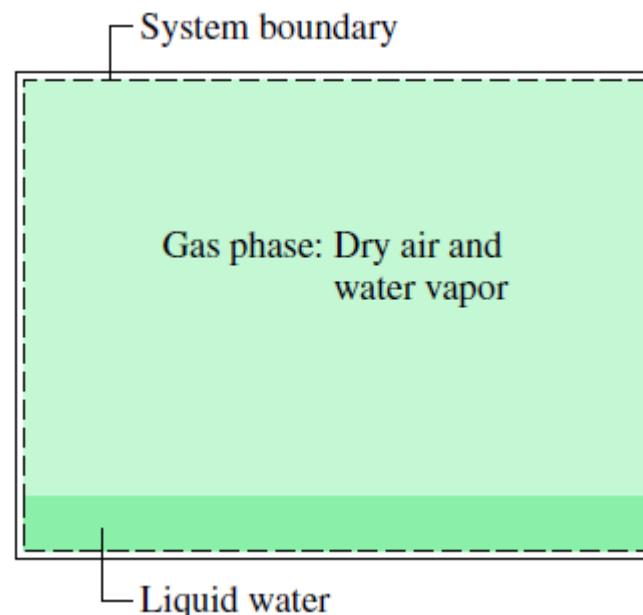
# Ar úmido em equilíbrio com condensado

- Hipóteses:
  - O ar seco e o vapor d'água comportam-se como gases ideais (a P parciais e T da mistura)
  - O equilíbrio entre as fases líquida e gasosa da água não é afetado pela presença do ar seco
  - A pressão parcial do vapor d'água é igual à pressão de saturação da água na temperatura da mistura:  $P_v = P_g(T)$

Neste caso:

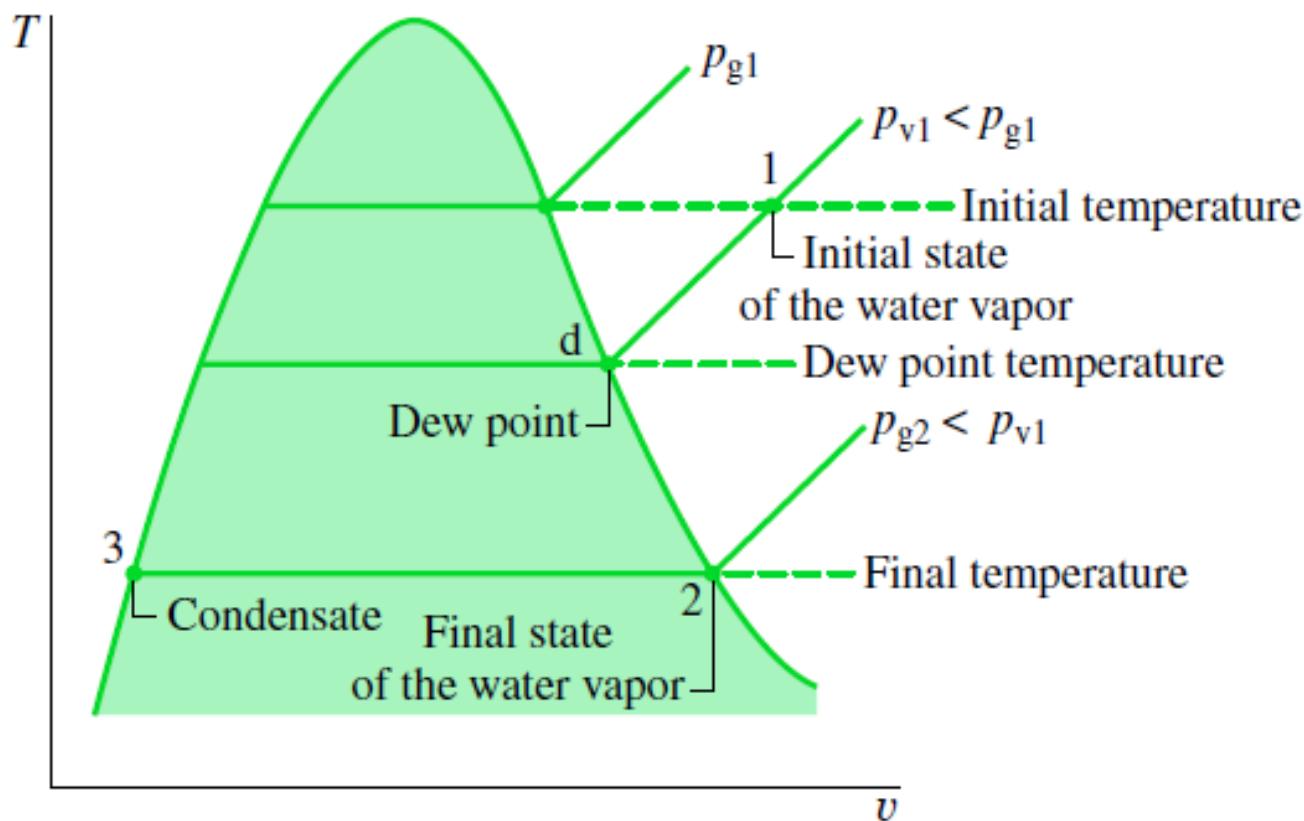
**Vapor d'água = vapor saturado**

**Água líquida = líquido saturado**



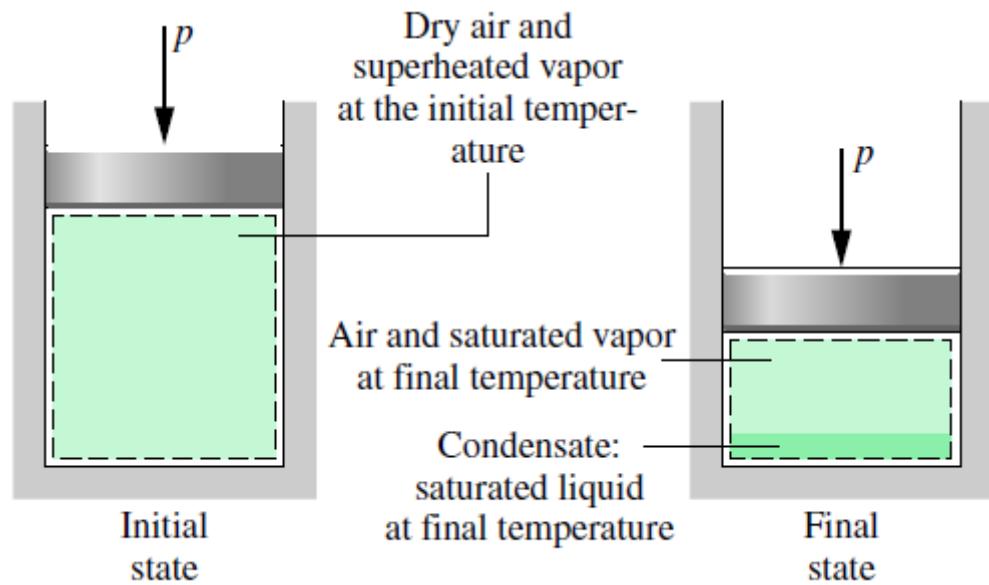
# Ponto de orvalho

- Temperatura  $T_o$  na qual a condensação da água começa se ar úmido é resfriado à pressão constante
  - Processo 1 -> d na figura abaixo



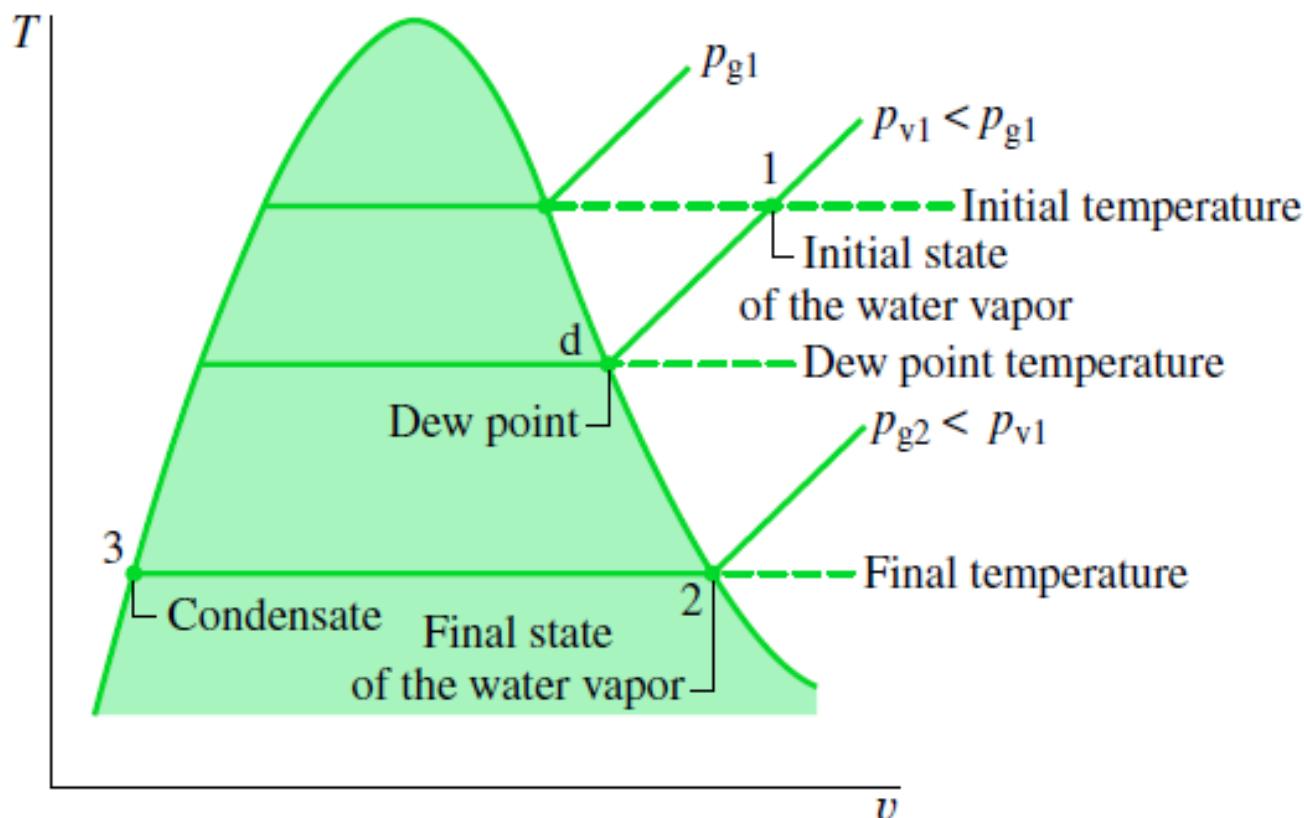
# Ponto de orvalho e equilíbrio ar úmido - condensado

- Considere um SF composto de ar úmido
- Se resfriarmos o SF a  $P_{\text{mistura}} = \text{CTE}$ 
  - $P_v = \text{cte}$  enquanto o vapor d'água for vapor superaquecido
    - Pois composição da mistura não mudou e  $P_v = y_v P$
    - $T_{\text{saturação}} \rightarrow P=P_v \Rightarrow \text{Temp. pto d} = T_o$  (Temperatura de orvalho)
  - Para  $T < T_o \Rightarrow$  condensação
    - Composição do gás muda
    - $P_v$  diminuiu pois parte do vapor d'água condensou (e  $P_v=y_v P$ )



# Ponto de orvalho e equilíbrio ar úmido - condensado

- O vapor que continuou no gás está no estado saturado, a  $T = T$  final da mistura (pto. 2 no gráfico abaixo)
  - $P_{v2} = P_{g2} < P_{v1}$
- O condensado = líquido saturado a  $T = T$  final da mistura (pto. 3 no gráfico abaixo)



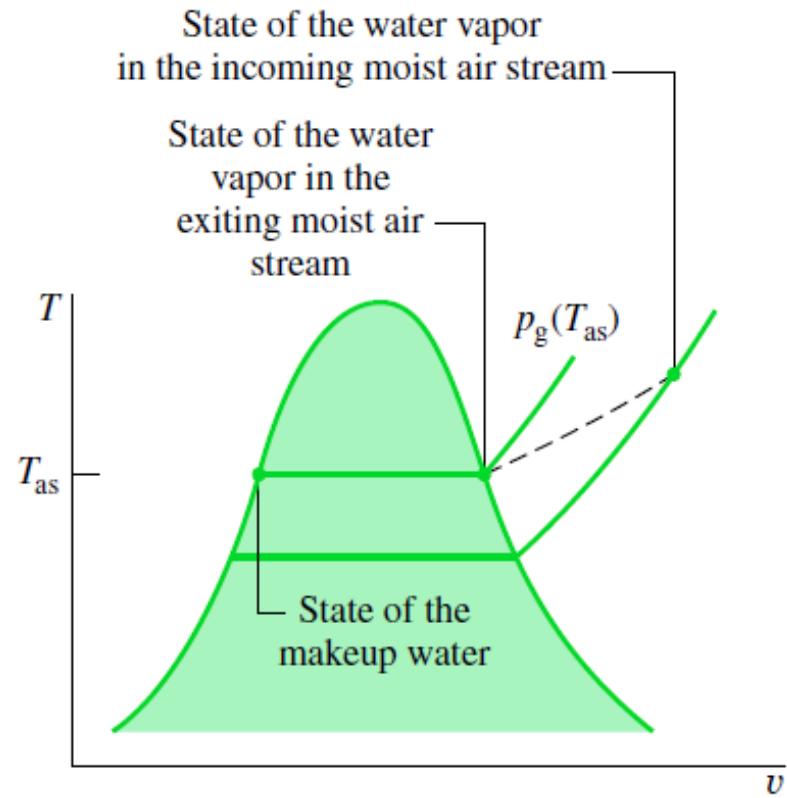
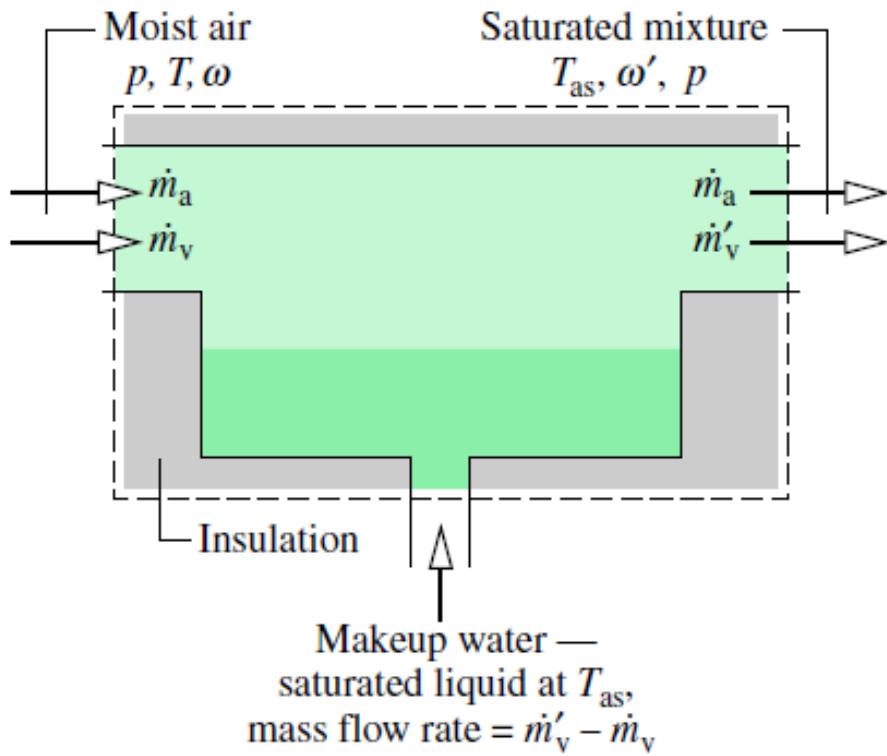
# Ponto de orvalho e equilíbrio ar úmido - condensado

- Muitas aplicações termodinâmicas se encontram com este equilíbrio
- Por exemplo:
  - Serpentina do evaporador do ar condicionado
  - Superfície externa de um copo gelado...



# Temperatura de saturação Adiabática ( $T_{as}$ )

- $T_{as}$  = temperatura do ar úmido ao atingir  $\phi = 1$  em um processo adiabático e com adição de vapor d'água ao ar
  - Útil na determinação de umidade no ar



# Determinação da umidade

- Pode ser determinada a partir de medidas de T e P
  - Para o VC anterior, em RP, com taxas de calor e trabalho nulas

$$(\dot{m}_a h_a + \dot{m}_v h_v)_{\substack{\text{moist air} \\ \text{entering}}} + [(\dot{m}'_v - \dot{m}_v) h_w]_{\substack{\text{makeup} \\ \text{water}}} = (\dot{m}_a h_a + \dot{m}'_v h_v)_{\substack{\text{moist air} \\ \text{exiting}}}$$

- Observando que:
  - $h_{v,in} = h_{g,in} = h_g(T)$
  - $h_{v,out} = h_{g,out} = h_g(T_{as})$
  - $h_{l,in} = h_l = h_f(T_{as})$
- Dividindo por  $m_a$

$$(h_a + \omega h_g)_{\substack{\text{moist air} \\ \text{entering}}} + [(\omega' - \omega) h_f]_{\substack{\text{makeup} \\ \text{water}}} = (h_a + \omega' h_g)_{\substack{\text{moist air} \\ \text{exiting}}}$$

$$\omega = \dot{m}_v / \dot{m}_a$$

$$\omega' = \dot{m}'_v / \dot{m}_a$$

# Determinação da umidade

- Logo

$$\omega = \frac{h_a(T_{as}) - h_a(T) + \omega' [h_g(T_{as}) - h_f(T_{as})]}{h_g(T) - h_f(T_{as})}$$

- Onde, na saída  $\phi=1$ , logo

$$\omega' = 0.622 \frac{p_g(T_{as})}{p - p_g(T_{as})}$$

- E a umidade relativa pode então ser determinada de

$$\phi = 1,608 \omega \frac{P_a}{P_g}$$

- Obs: podemos fazer ainda  $h_a(T_{as}) - h_a(T) = c_{pa}(T_{as} - T)$

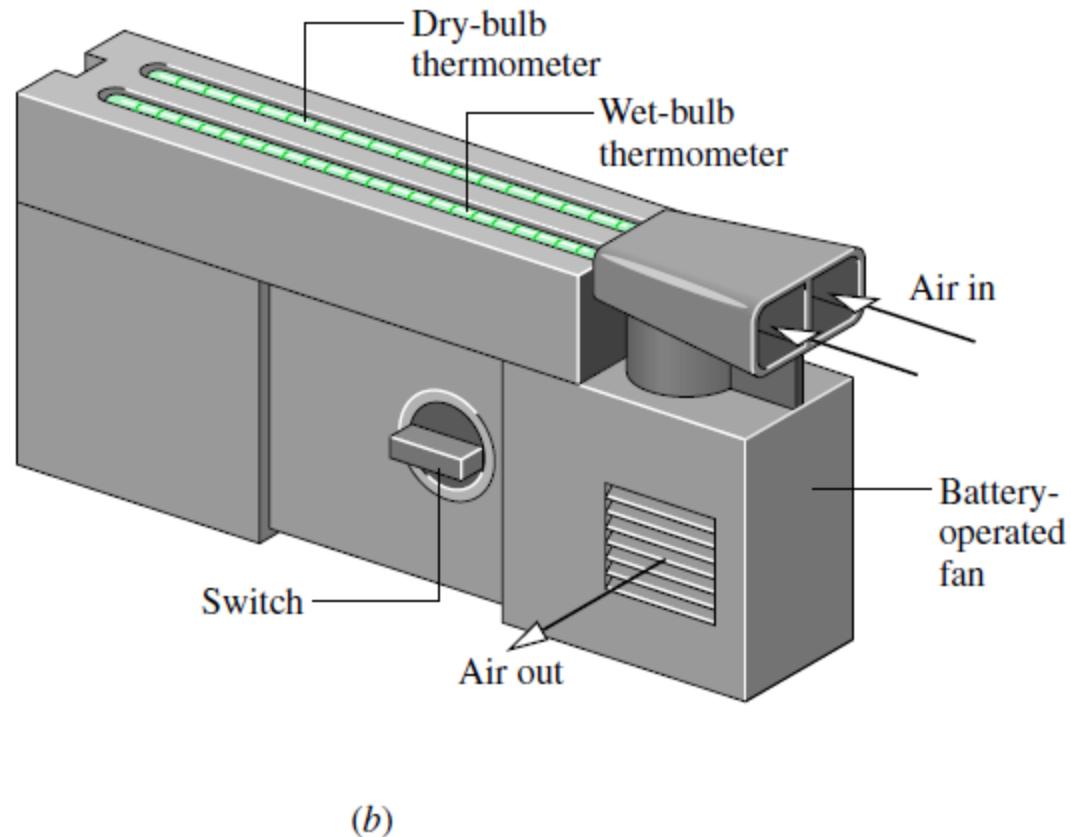
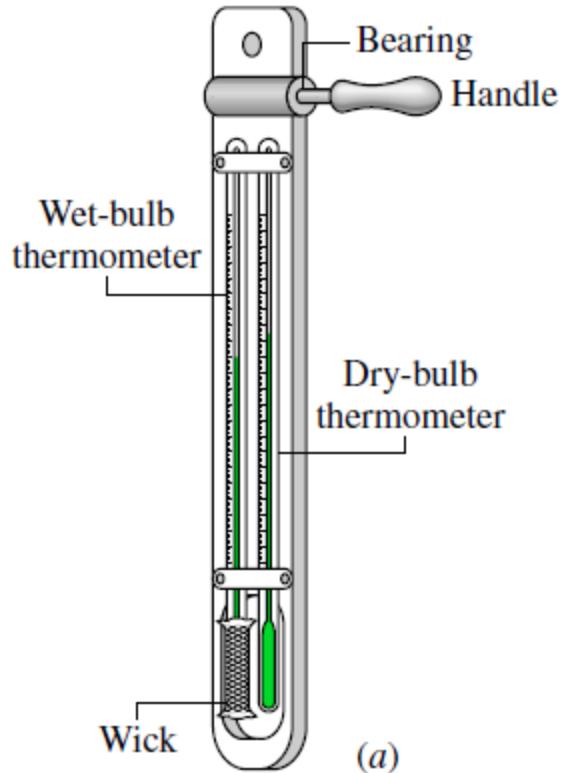
## Resfriador de imersão

- OBS: um dispositivo como o da figura pode ser utilizado para resfriar uma corrente de ar
  - Funciona bem em climas secos

## Temperatura de bulbo úmido $T_{bu}$

- Termômetro com bulbo embrulhado em tecido (pavio) saturado com água
- Faz-se passar corrente de ar pelo pavio
- Se o ar não estiver saturado:
  - Água no pavio evapora => troca de calor
  - Temperatura indicada pelo termômetro diminui => Temperatura de bulbo úmido  $T_{bu}$
- Em condições P e T normais:  $T_{bu} \approx T_{as}$
- Termômetro comum => Temperatura de bulbo seco  $T_{bs}$
- Instrumento com  $T_{bs}$  e  $T_{bu}$  : psicrômetro
  - Permite calcular  $\phi$  e  $\omega$  pois tem-se  $T$  e  $T_{as} \approx T_{bu}$

# Psicrômetro



## Questão

- As temperaturas de bulbo seco e úmido de uma corrente de ar a 14,7 Psia são 100°F e 80°F, respectivamente. Determine entalpia da mistura por unidade de ar seco, a razão de umidade, e a umidade relativa.

## Solução

- Podemos utilizar a equação vista anteriormente, com  $T_{bu}$  no lugar de  $T_{as}$

$$\omega = \frac{h_a(T_{as}) - h_a(T) + \omega' [h_g(T_{as}) - h_f(T_{as})]}{h_g(T) - h_f(T_{as})}$$

- onde  $\omega' = 0,622 \frac{p_g(T_{as})}{p - p_g(T_{as})} = 0,622 \frac{0,5073}{14,7 - 0,5073} = 0,0222$

- assim

$$\omega = \frac{c_{p,a}(T_{bu} - T_{bs}) + \omega' \cdot h_l(T_{bu})}{h_g(T_{bs}) - h_l(T_{bu})} = \frac{0,24(80 - 100) + 0,0222 \cdot 1048}{1105 - 48,09}$$

$$\omega = 0,01747 \frac{kgH_2O}{kg\ ar\ seco}$$

# Solução

- Para a umidade relativa:

$$\omega = 0,622 \frac{P_v}{p - P_v} = 0,622 \frac{P_v}{14,7 - P_v} \Rightarrow P_v = 0,402 \text{ psia}$$

- logo

$$\phi = \frac{P_v}{P_g} = 42,3\%$$

- Finalmente

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v = h_a + \omega h_v = 35,6 \frac{BTU}{lb \text{ ar seco}}$$

- OBS: na eq. anterior:

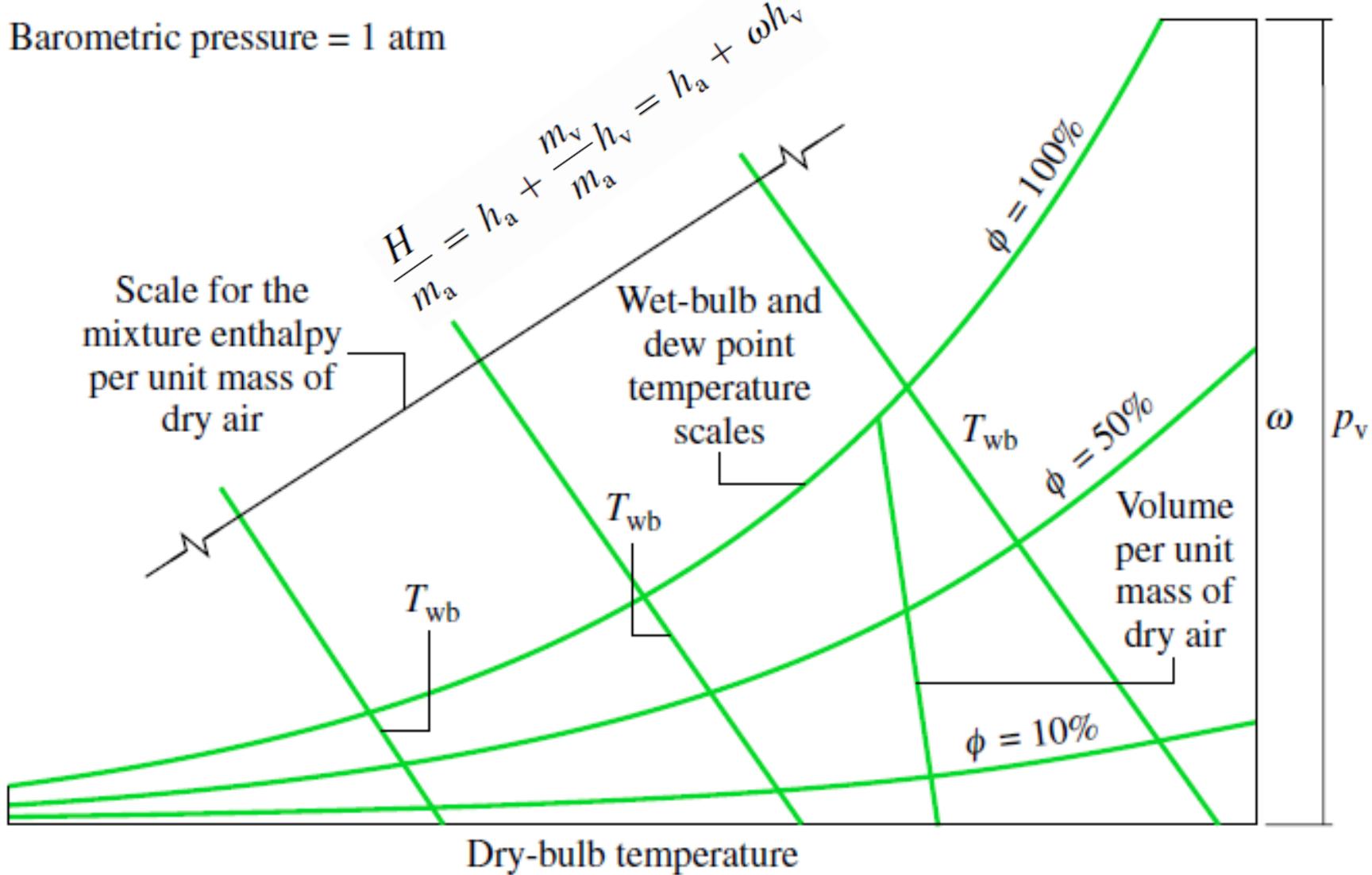
- $h_v(T) \approx h_g(T)$

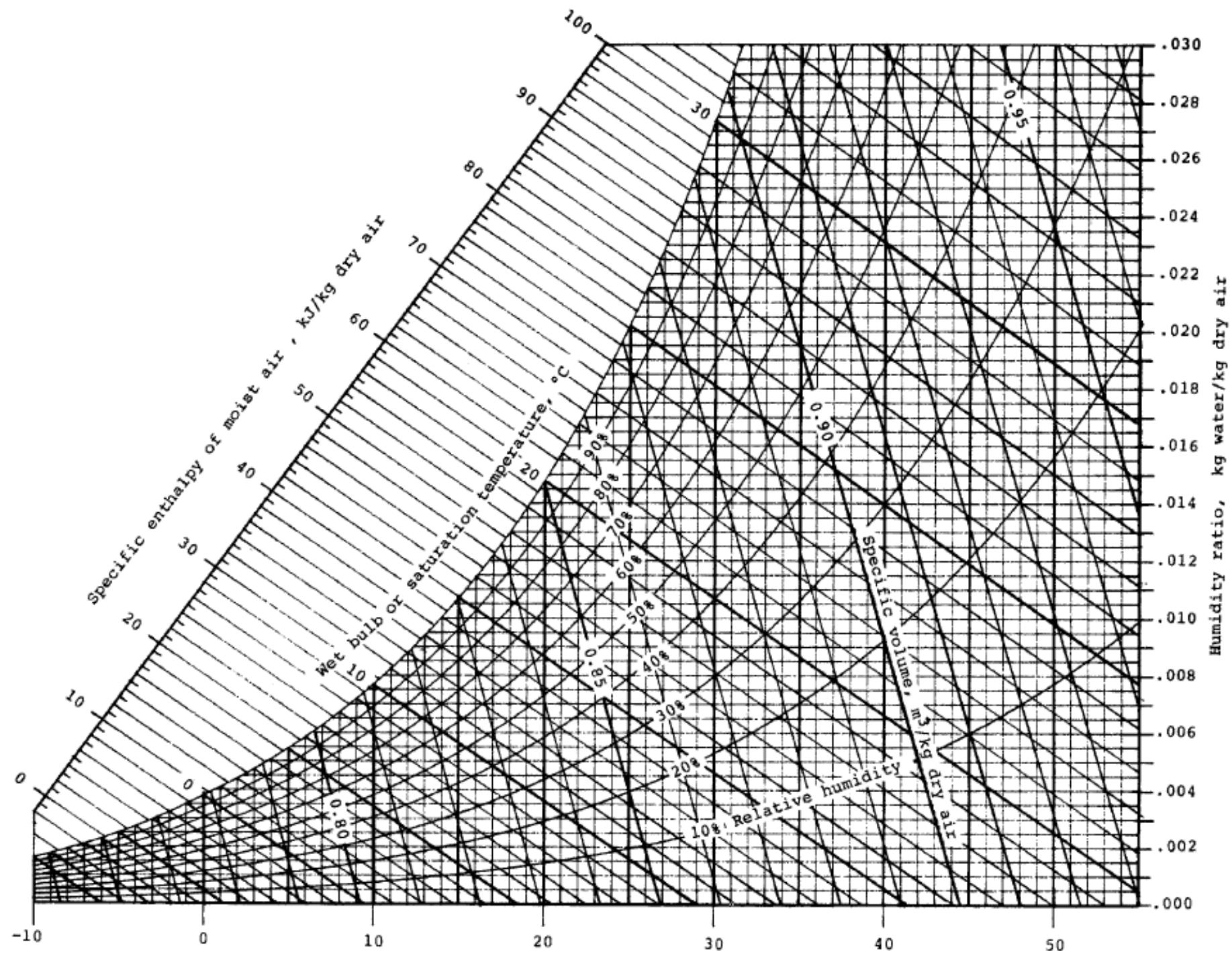
- $h_a = c_p (T_{bs} - T_{ref}) = c_p (T_{bs} - 32)$ , pois a  $T_{ref}$  deve ser a mesma da tabela utilizada para o vapor d'água.

## Carta psicrométrica (Fig. A-9)

- Maneira conveniente de relacionar propriedades associadas à mistura ar + vapor d'água
- Dadas 2 propriedades, lemos as outras
- Características (construção da carta)
  - Abscissa  $T_{bs}$  e ordenada  $\omega$ 
    - Também na ordenada:  $P_v$
    - Obs: para encontrar  $T_o$ , basta seguir a linha  $\omega = \text{cte}$  (ou  $P_v = \text{cte}$ ) até  $\phi = 1$
  - Linhas  $T_{bu} = \text{cte} \Rightarrow$  equação  $\omega$
  - Linhas  $h_a + \omega h_v = \text{cte}$  seguem +- linhas  $T_{bu} = \text{cte}$ 
    - OBS: para determinação de  $h_a$ , a temperatura de referência é 273K
  - Linhas  $V/m_a = \text{cte}$  são apresentadas

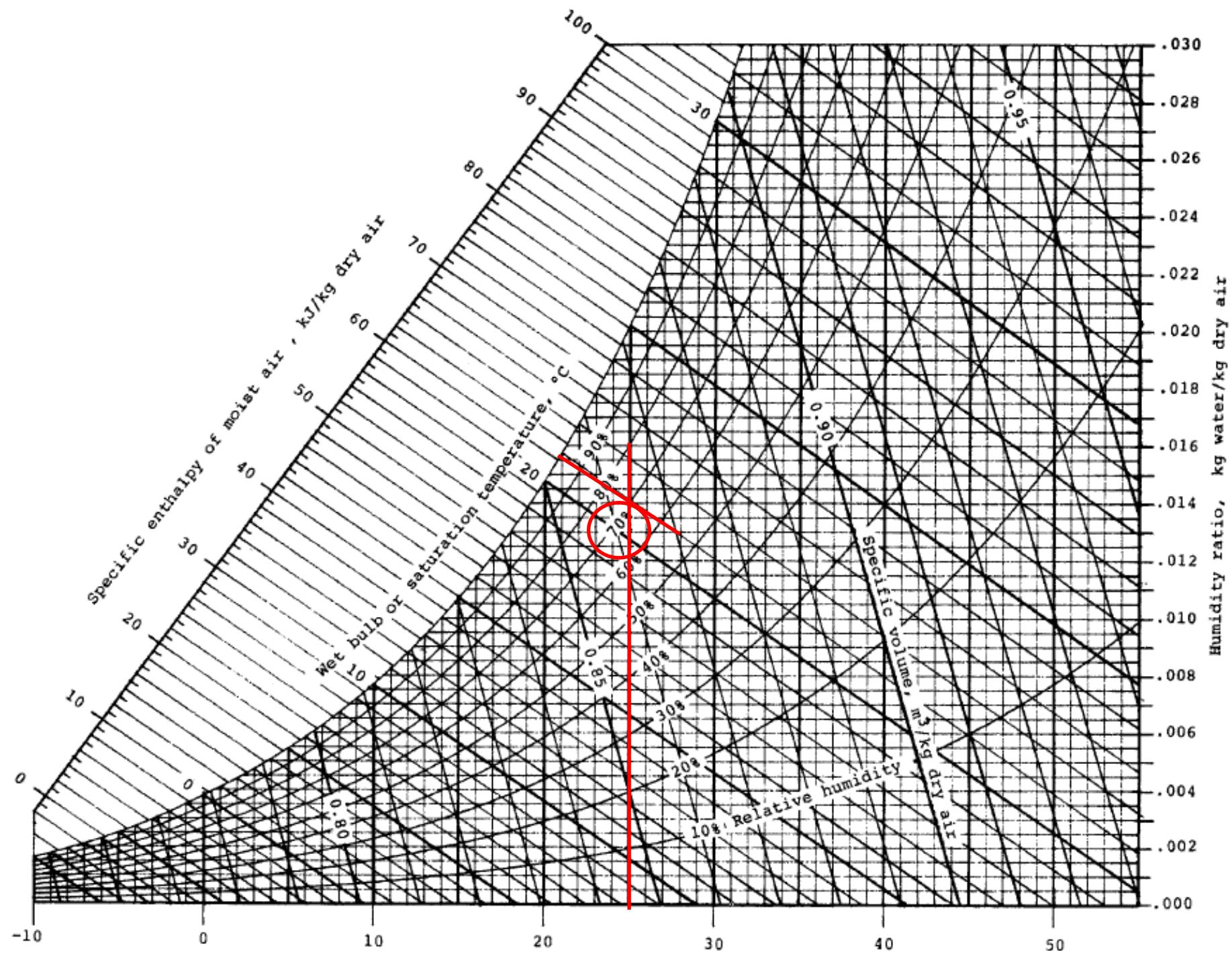
Barometric pressure = 1 atm





## Questão

- Considere que as temperaturas de bulbo seco e a de bulbo úmido em um dado ambiente valem 25°C e 21°C, respectivamente. Obtenha a umidade relativa do ar neste ambiente?



## Questão

- As temperaturas de bulbo seco e úmido de uma corrente de ar a 14,7 Psia são 100°F e 80°F, respectivamente. Determine entalpia da mistura por unidade de ar seco, a razão de umidade, e a umidade relativa.

