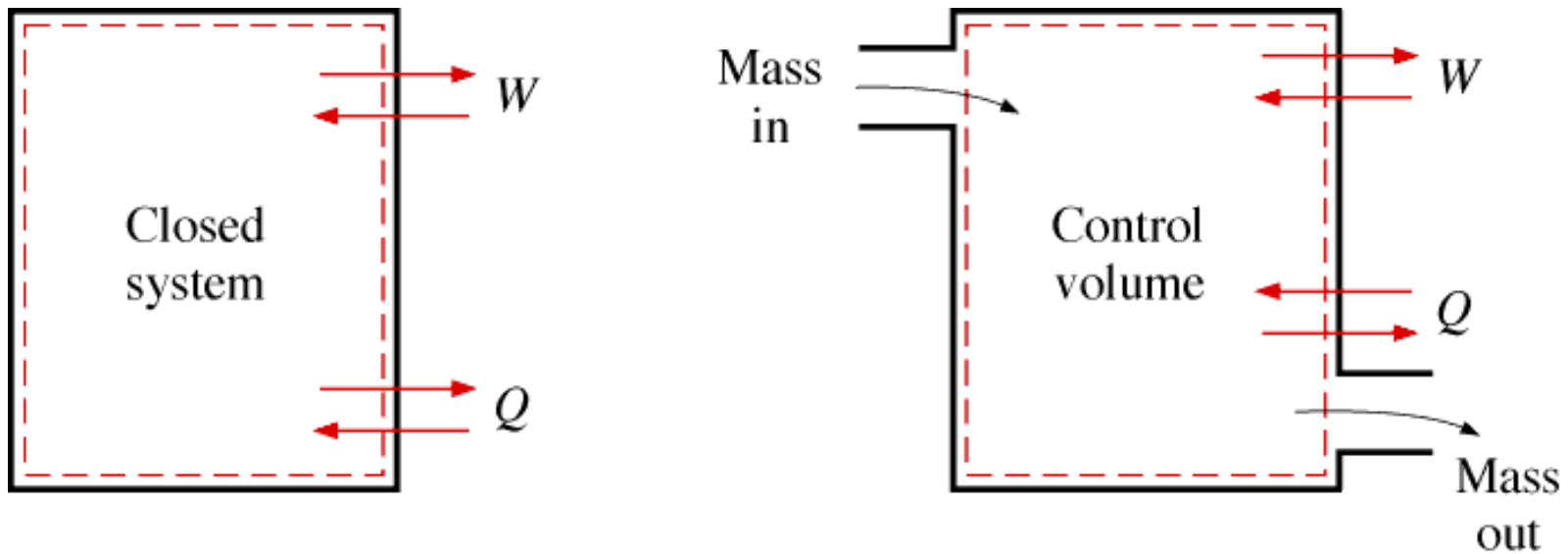


Sistemas abertos

Equações de conservação

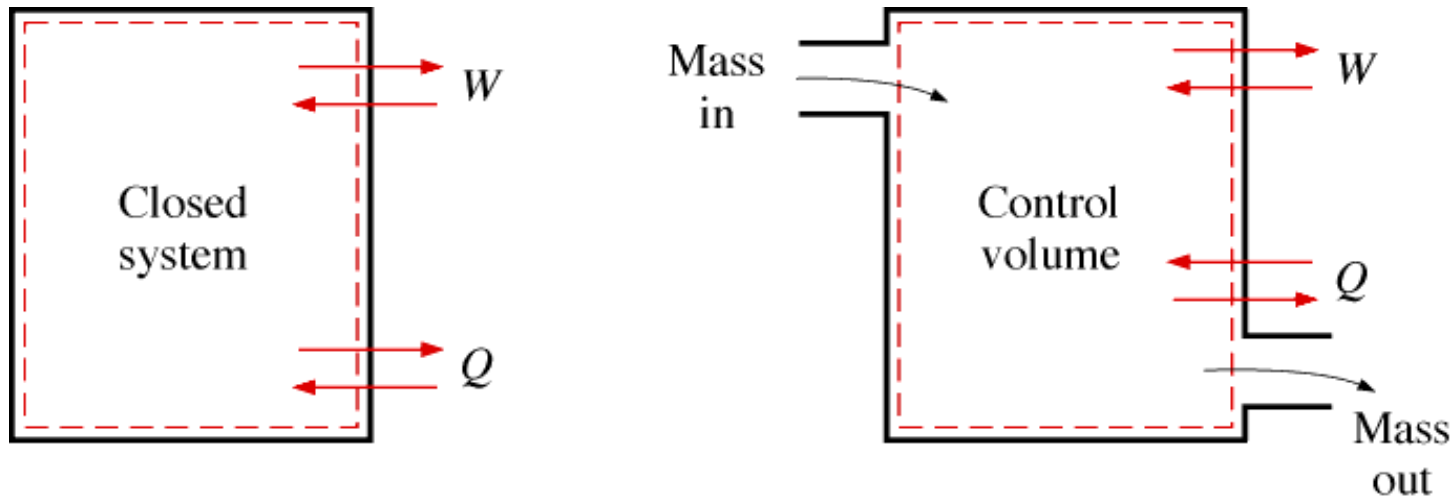


Diferenças entre sistemas abertos e fechados



Fluxos de massa, calor e trabalho afetam o conteúdo energético

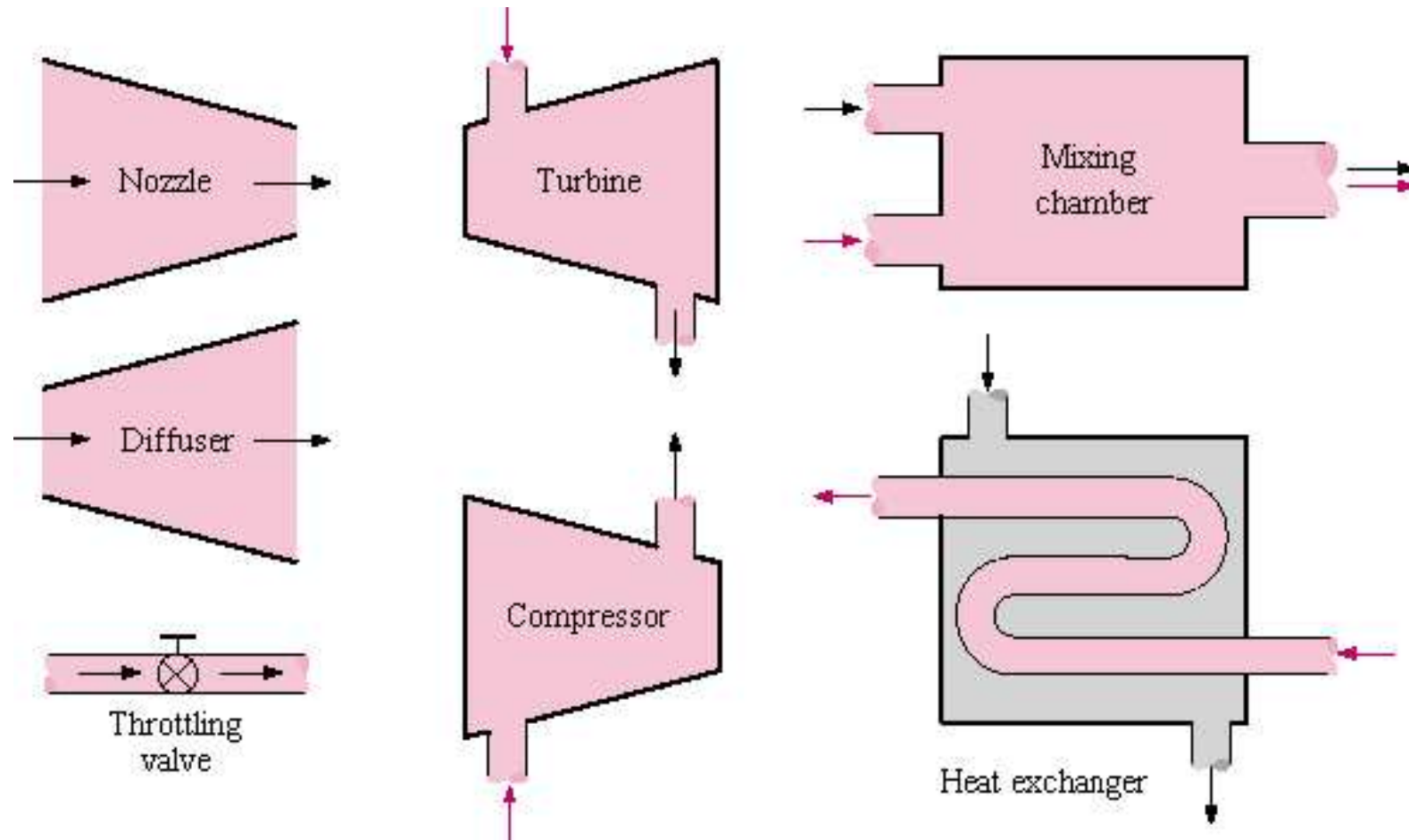
O conteúdo energético de um volume de controle pode ser alterado através de fluxos de **massa** assim como por interações de **trabalho e de calor**



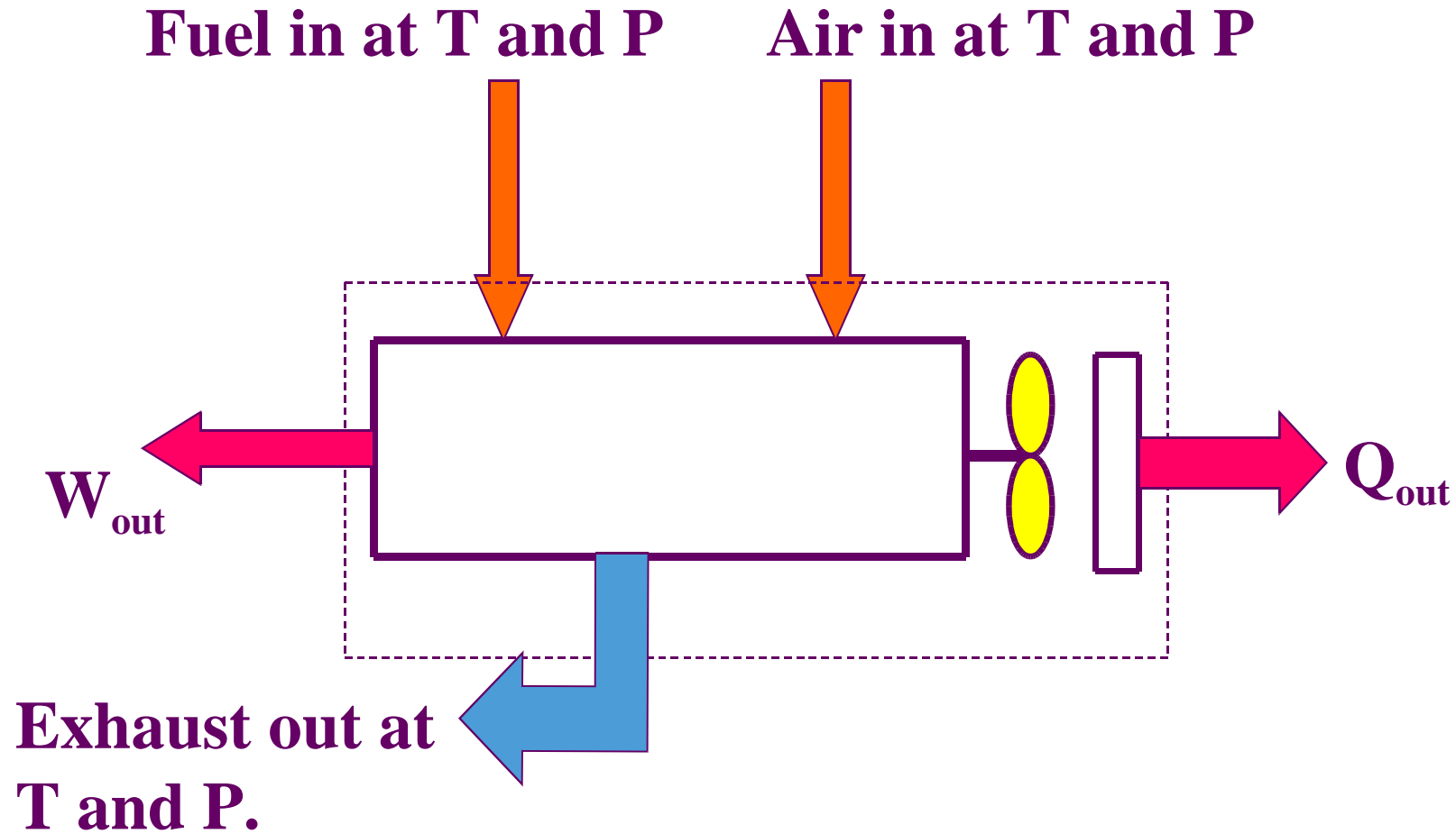
Volume de controle

- **Sistema fechado – massa de controle**
- **Sistema aberto – volume de controle, envolve fluxos de massa de/para o sistema**
- **Bomba, turbina, radiadores, aquecedores, etc.**
- **Em geral, qualquer região do espaço pode ser escolhida como volume de controle.**
- **Uma escolha adequada do volume de controle simplifica o problema.**

Sistemas abertos, volume de controle



Exemplo: motor de automóvel



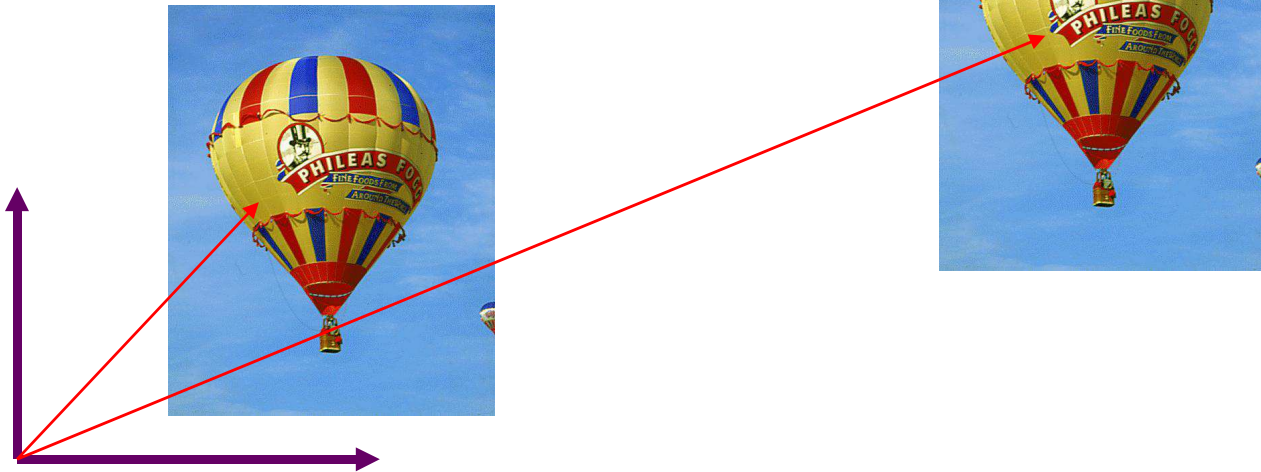
Leis físicas e conceitos para SISTEMAS (S.F.)

- **Todas as leis físicas vistas até agora foram desenvolvidas para sistemas fechados: um conjunto de partículas com uma identidade.**
- **Em um S.F., massa não pode cruzar as fronteiras, mas calor e trabalho podem.**

Equação de conservação da massa

- A massa de um S.F. é constante. Seguindo-se o S.F., em um sistema de referência Lagrangeano, não se observa variação de massa.

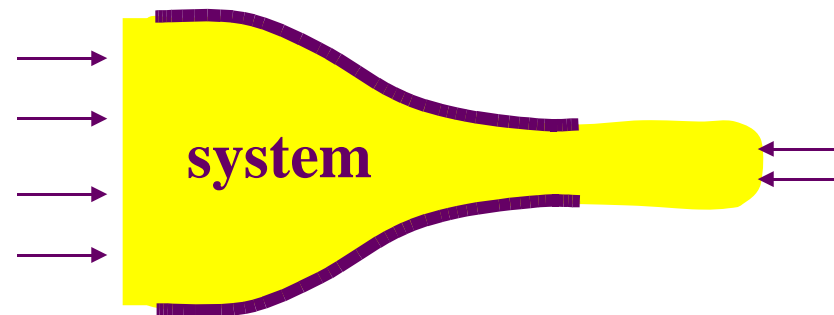
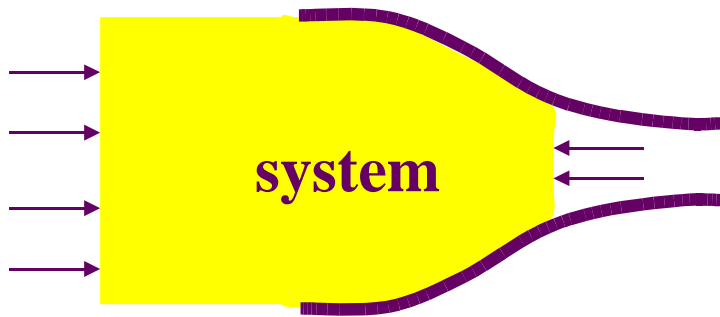
$$\frac{dm}{dt} \Big|_{system} = 0$$



Conservação da quantidade de movimento

- Seguindo-se o S.F., em um sistema de referência Lagrangeano, a variação de QDM é igual a resultante das forças agindo sobre o sistema:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} \Big|_{\text{system}} = \sum \vec{F}_{\text{external forces}}$$



Conservação da quantidade de movimento angular

- Seguindo-se o S.F., em um sistema de referência Lagrangeano, a variação de QDMA é igual a resultante dos torques agindo sobre o sistema:

$$\frac{d(m\vec{r} \times \vec{V})}{dt} \Big|_{system} = \sum \vec{r} \times \vec{F}_{\text{external torques}}$$

Conservação da energia: 1ª lei

- Seguindo-se o S.F., em um sistema de referência Lagrangeano, a variação de energia é igual aos fluxos líquidos de calor e trabalho cruzando as fronteiras

$$\frac{d(me)}{dt} \Big|_{system} = \iint_{boundary} (\dot{Q}'' - \dot{W}'') dA$$

- $e = u + gz + v^2/2$ energia específica (J/kg)
- \dot{Q}'' e $\dot{W}'' =$ fluxos de energia por unidade área, ($\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}$)

Varição de entropia: 2ª lei

- Seguindo-se o S.F., em um sistema de referência Lagrangeano, a variação de entropia é igual ao fluxo de calor dividido pela temperatura da fronteira mais a entropia produzida:

$$\frac{d(ms)}{dt} \Big|_{system} = \oint_{boundary} \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

Forma geral equações de conservação/transporte

$$\frac{dB}{dt} \Big|_{system} = \frac{d(m\beta)}{dt} \Big|_{system} = \text{Termos fonte}$$

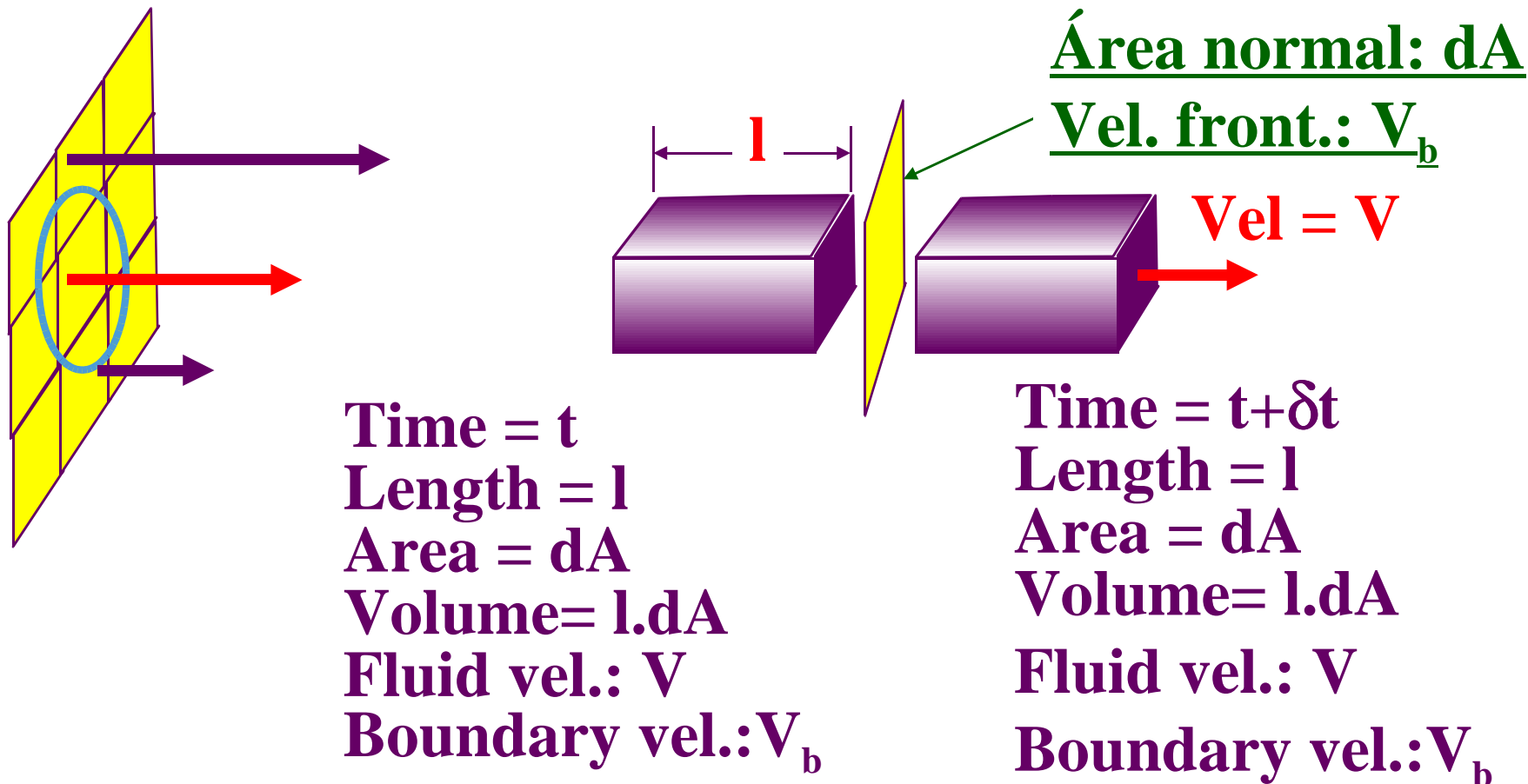
	B	β	Fonte
Massa	m	1	0
QDM	mV	V	$\sum F_{ext}$
QDMA	$m\mathbf{r}_x V$	$\mathbf{r}_x V$	$\sum \mathbf{r}_x F_{ext}$
1ª Lei	E	e	$\oint (Q'' - W'') dA$
2ª Lei	S	s	$\oint \delta Q/T + S_{gen}$

Sistemas x volumes de controle

- Para fronteiras se deformando continuamente (gases e líquidos) é difícil fazer uma análise baseada em um S.F.
- É muito mais simples analisar uma região fixa do espaço (volume de controle)
- Como transpor as propriedades de um sistema para um volume de controle?

Considerações preliminares

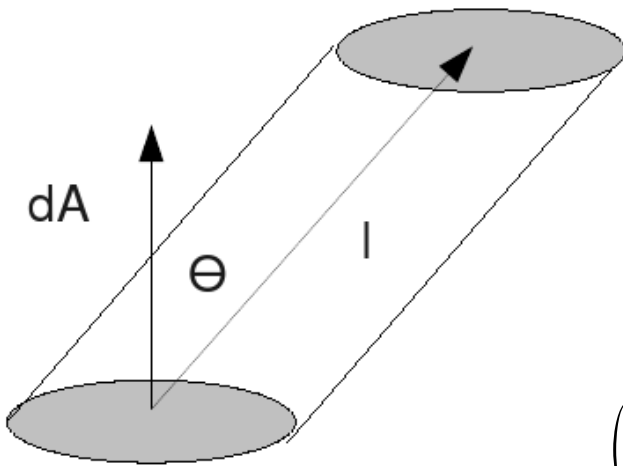
- Antes de fazer uma análise em volume de controle, é necessário definir o fluxo de massa em termos da velocidade.



Fluxo de massa: $\text{kg}\cdot\text{sec}^{-1}$

- Para cada elemento de área há um fluxo de massa cruzando-o

$$d \dot{m} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{m^{t+\delta t} - m^t}{\delta t} \right) = \frac{(\rho d \mathcal{V})^{t+\delta t} - (\rho d \mathcal{V})^t}{\delta t}$$



$$d \mathcal{V} = l dA \cos(\theta) = \vec{l} \cdot \vec{dA}$$

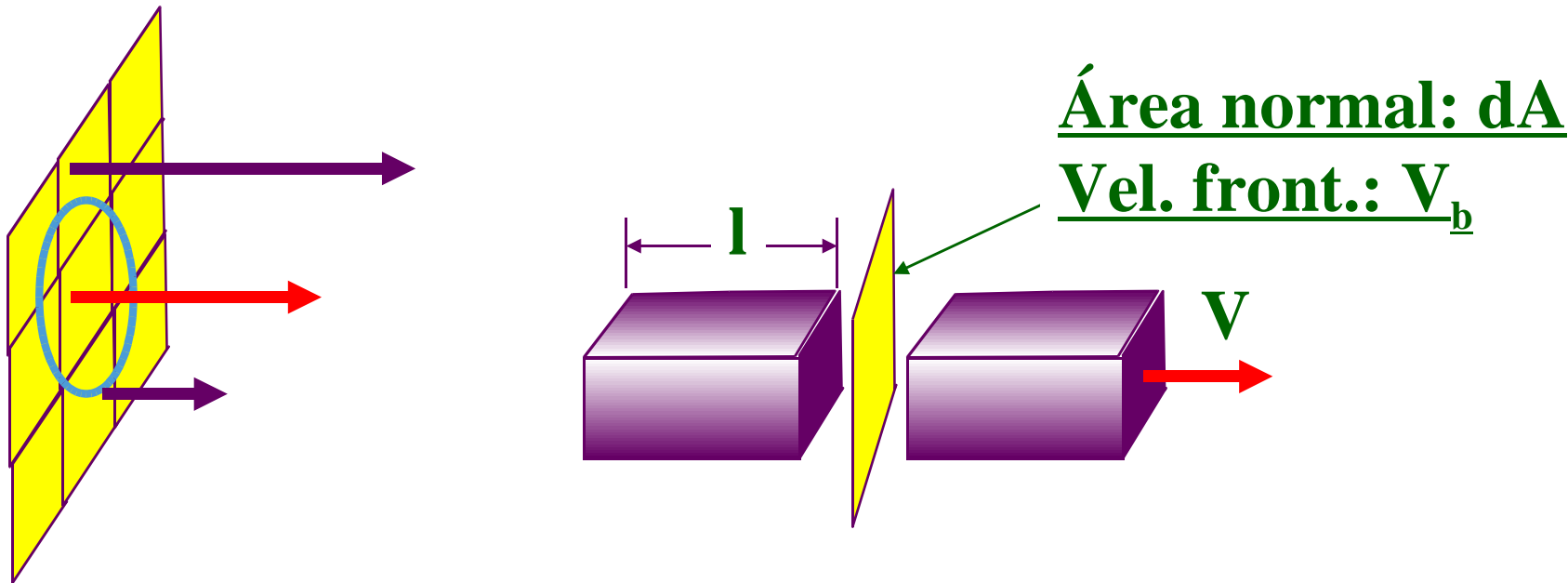
$$d \dot{m} = \frac{(\rho \vec{l} \cdot \vec{dA})^{t+\delta t} - (\rho \vec{l} \cdot \vec{dA})^t}{\delta t} \equiv \rho (\vec{V}_r \cdot \vec{dA})$$

- \vec{V}_r é a velocidade relativa entre o fluido e a fronteira:
 $\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_b$

Fluxo de massa: $\text{kg}\cdot\text{sec}^{-1}$

- Considerando a área aberta ao fluxo, o fluxo de massa é:

$$\dot{m} = \int d\dot{m} = \iint \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$



Variável genérica β

$$B = \int \beta \rho dV$$

B = variável extensiva

β = variável intensiva

$$B = m \rightarrow \beta = 1$$

$$B = mV \rightarrow \beta = V$$

$$B = E \rightarrow \beta = e$$

$$B = S \rightarrow \beta = s$$

Fluxo de uma variável genérica β

$$\dot{B} = \iint \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

Fluxo de B: kg.sec⁻¹

$$\dot{M} = \iint \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

Fluxo de massa: kg.sec⁻¹

$$\dot{U} = \iint u \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

Fluxo energia interna: J.sec⁻¹

$$\dot{X} = \iint \rho \vec{V} (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

Fluxo de QDM: Nm/s

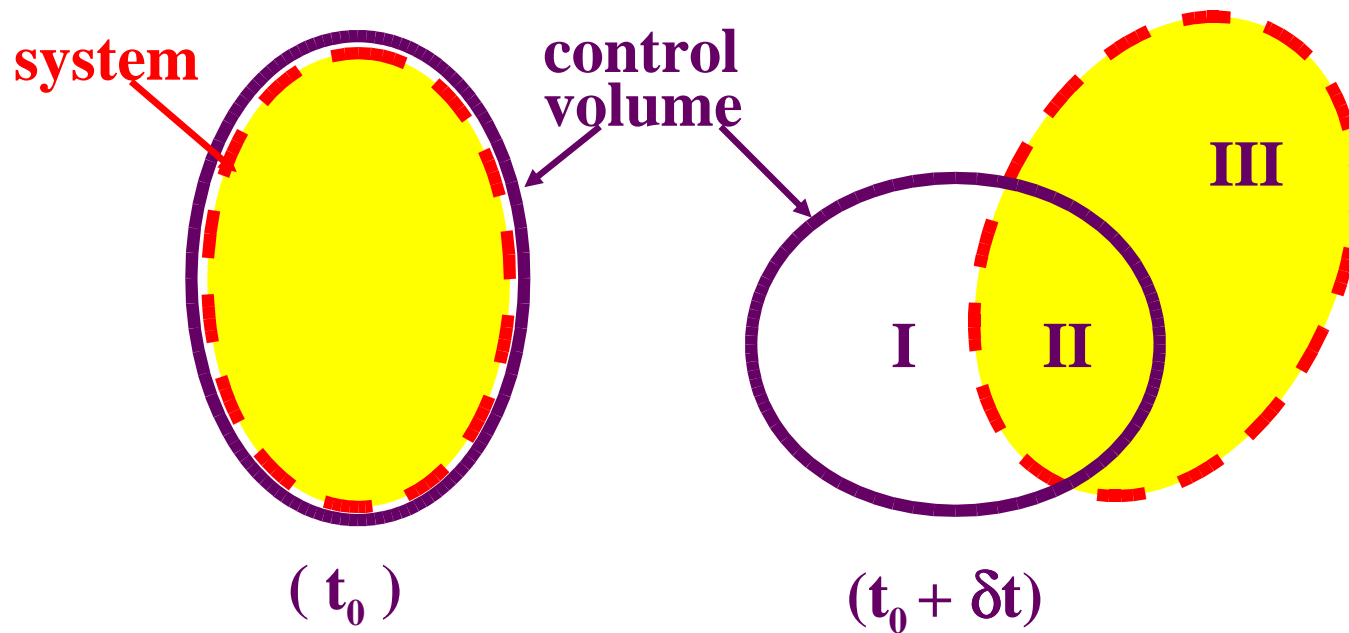
Teorema do Transporte de Reynolds

RTT

- **O volume de controle é uma região do espaço delimitada pela superfície de controle que é deformável ou não e que pode ser cruzada por calor, trabalho e massa.**
- **O RTT traduz as relações do sistema em termos das propriedades em uma região específica: o volume de controle**

Teorema do Transporte de Reynolds

- Considere um instante t_0 no qual a superfície de controle e a fronteira do sistema coincidem

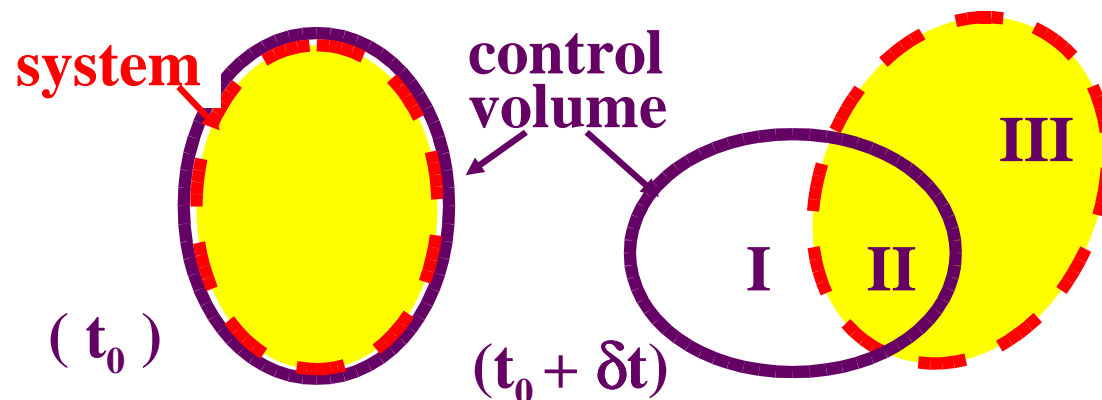


- No instante $t_0 + \delta t$ o sistema deixa parcialmente o V.C.. III fora do V.C.; II ainda encontra-se no V.C. e I encontra-se com um novo “sistema”.

Teorema do Transporte de Reynolds

A derivada do sistema em termos das propriedades no V.C.:

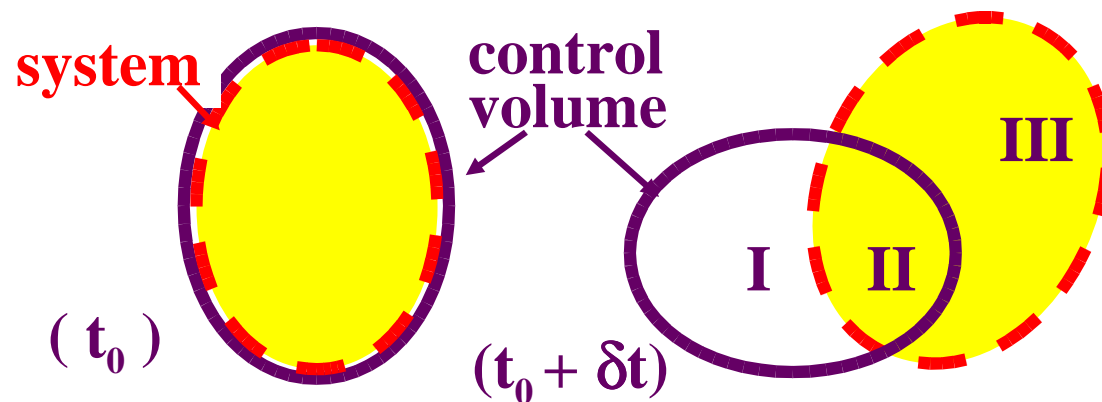
$$\begin{aligned}\frac{dB}{dt}\Big|_{\text{sys}} &= \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{B_{III}^{t+\delta t} + B_{II}^{t+\delta t} - B^t}{\delta t} \right) \\ &\equiv \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{B_I^{t+\delta t} + B_{II}^{t+\delta t} - B^t}{\delta t} + \frac{B_{III}^{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{B_I^{t+\delta t}}{\delta t} \right)\end{aligned}$$



Teorema do Transporte de Reynolds

O primeiro termo é a derivada de B no V.C.:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{B_I^{t+\delta t} + B_{II}^{t+\delta t} - B^t}{\delta t} \right) \equiv \frac{d}{dt} \iiint_{vol} \beta \rho d \forall$$

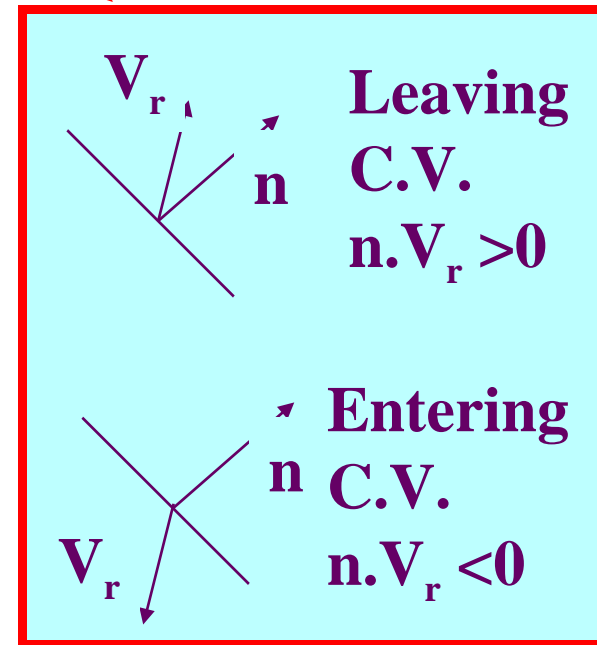
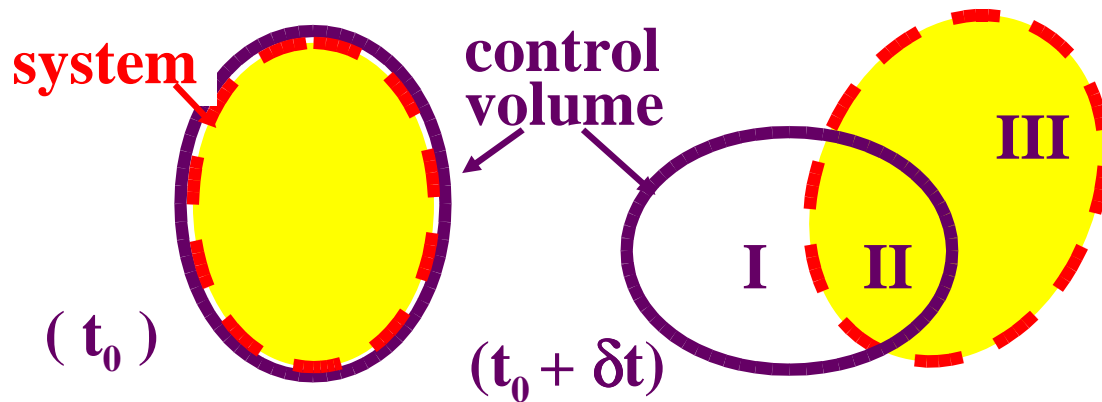


Teorema do Transporte de Reynolds

O 2º e o 3º termos representam o fluxo de **B** saindo e entrando no V.C.:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{B_{III}^{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{B_I^{t+\delta t}}{\delta t} \right) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\iint_{III} \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{l}) dA}{\delta t} + \frac{\iint_I \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{l}) dA}{\delta t} \right)$$

$$= \oiint_{C.S.} \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$



Teorema do Transporte de Reynolds

- Variações do sistema escritas em termos do V.C.,

$$\frac{dB}{dt}\Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \beta \rho dV + \oiint_{C.S.} \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

- A variação de B no sistema é igual a sua variação no V.C. mais o fluxo líquido de B através da superfície de controle.
- A derivação Lagrangeana do sistema é calculada para uma região do espaço (fixa ou não) através do RTT.

Equações de transporte em termos do V.C.

- O RTT é aplicado às equações de transporte para exprimi-las em termos das propriedades do V.C.

$$\frac{dB}{dt} \Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \beta \rho dV + \oiint_{C.S.} \beta \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA$$

Escoamentos permanentes e transientes

- **Processos termodinâmicos envolvendo V.C. Podem ser divididos em: *processos a escoamentos permanentes* e *processos a escoamentos transientes*.**
- **Durante um processo permanente, o fluido escoia através do V.C. de forma estável, sem variações temporais em uma posição fixa. Os conteúdos mássico e energético do V.C. permanecem constantes durante um processo permanente.**

Hipótese de escoamento permanente

As propriedades extensivas e intensivas do V.C. não variam com o tempo, entretanto podem variar espacialmente.

m_{CV} , E_{CV} , e V_{CV} são constantes.

Hipótese de escoamento permanente

- Observe que as derivadas temporais do sistema e do V.C. são diferentes:

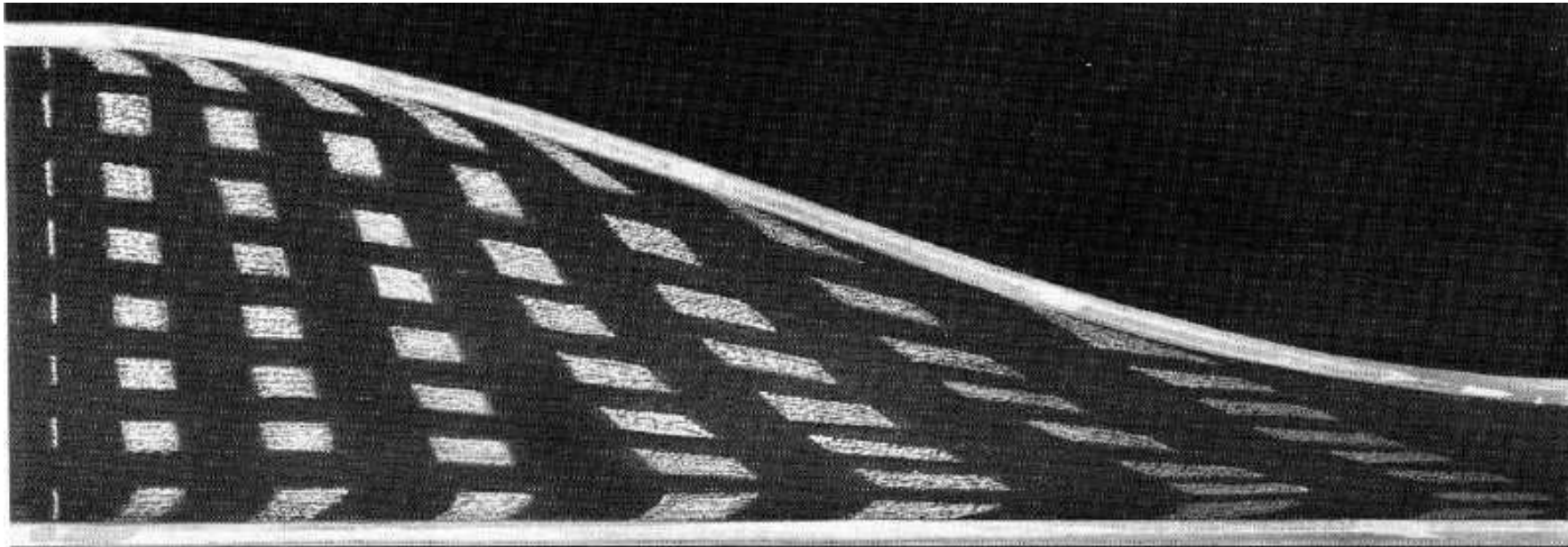
$$\frac{dB}{dt} \Big|_{SYS} \neq \frac{\partial B}{\partial t} \Big|_{CV} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho \beta dV$$

- Isto permite que as propriedades variem no espaço, mas não com o tempo:

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} \Big|_{CV} = \frac{\partial(m\vec{V})}{\partial t} \Big|_{CV} = \frac{\partial(me)}{\partial t} \Big|_{CV} = 0$$

- Entretanto, matéria pode entrar e sair do V.C.
- Os termos de fluxo de ‘m’ não são nulos.

Exemplo : escoamento em R.P. em um bocal convergente



Massa, $B=m$; $\beta = 1$

- **Balço de massa no V.C.**
- **A variaço de massa no V.C. é igual ao fluxo de massa cruzando a S.C.**

$$\frac{dm}{dt} \Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho dV + \oiint_{C.S.} \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA = 0$$

- **Assumindo propriedades uniformes nas fronteiras: densidades e velocidades nas entradas e saídas**

$$\frac{dm}{dt} \Big|_{sys} = \frac{\partial m}{\partial t} \Big|_{C.V.} + \underbrace{\sum (\rho VA)_{out}}_{\dot{m}_{out}} - \underbrace{\sum (\rho VA)_{in}}_{\dot{m}_{in}} = 0$$

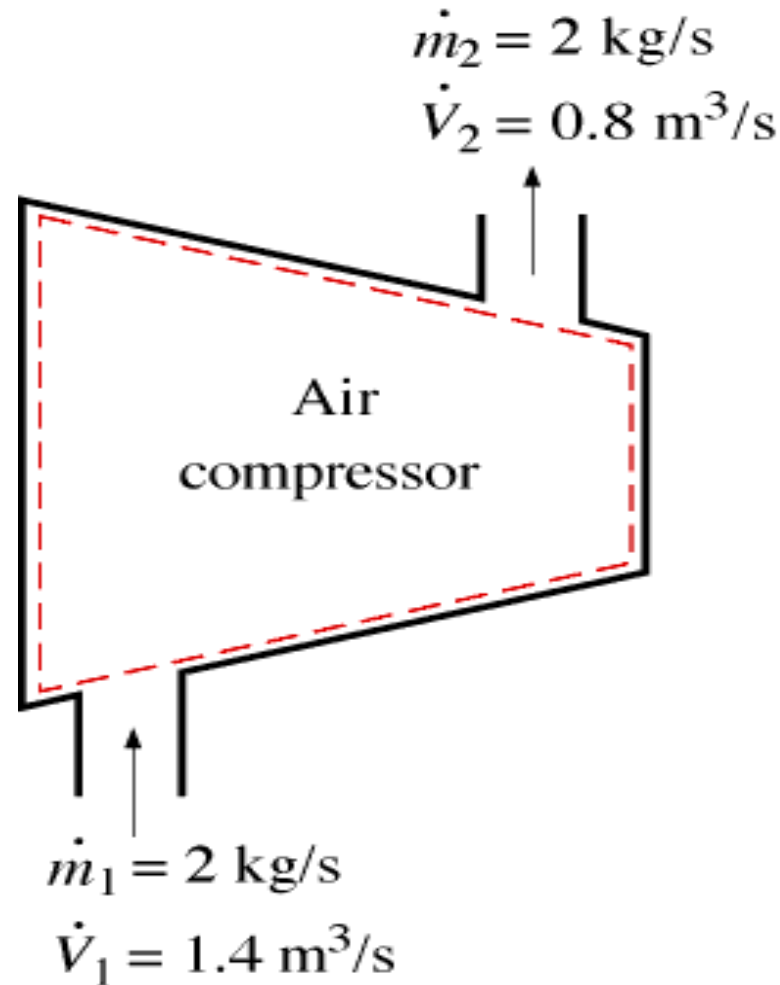
Conservação de massa

$$\dot{m}_{\text{IN}} - \dot{m}_{\text{OUT}} = \frac{\partial m}{\partial t} \Big|_{CV}$$

Durante um processo a regime permanente, fluxos de volumes não são necessariamente conservados

- Regime permanente
- Uma entrada
- Uma saída

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$
$$\dot{V}_1 \neq \dot{V}_2$$



- Problema 5.9** Um tanque recebe água através da válvula 1 com $V_1 = 10\text{ft/s}$ e através da válvula 3 com $Q_3 = 0.35\text{ft}^3/\text{s}$. Determine a velocidade através da válvula 2 para manter o nível de água constante.

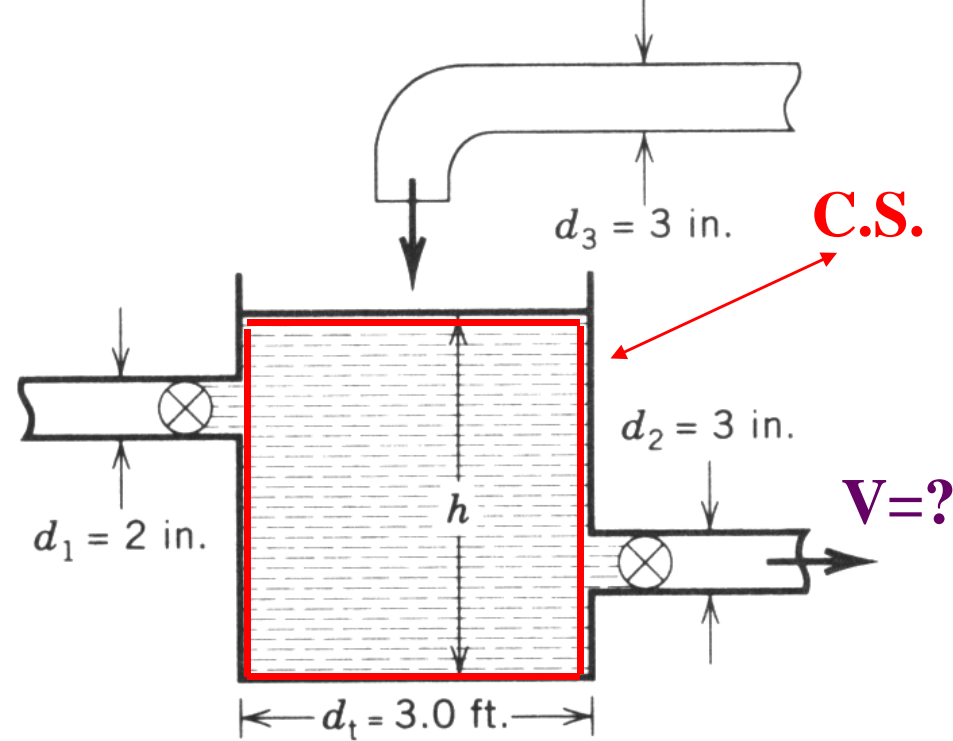


Figure P5-9 Water distribution tank.

$$(\rho VA)_2 - (\rho VA)_1 - (\rho VA)_3 = 0$$

$$\therefore V_2 = \frac{V_1 d_1^2 + V_3 d_3^2}{d_2^2}$$

Equação QDM, $\mathbf{B} = m\mathbf{V}$; $\beta = \mathbf{V}$, (eq. Vetorial, 3 comp.)

- Expressa o balanço de forças no V.C. (segunda lei de Newton).
- A variação de QDM no V.C. é igual a resultante das forças atuando sobre o V.C.

$$\frac{dm\vec{V}}{dt}\Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho \vec{V} d\forall + \oiint_{C.S.} \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) \vec{V} dA = \sum \vec{F}_{ext} \begin{bmatrix} \textit{gravity} \\ \textit{pressure} \\ \textit{shear stress} \end{bmatrix}$$

Equação QDM, $\beta = V$, (eq. Vetorial, 3 comp. Sistema Inercial)

Inserindo as forças externas,

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho \vec{V} dV + \iint_{C.S.} \rho \vec{V} (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA = \iiint_{C.V.} \rho \vec{g} dV + \iint_{C.S.} (-\vec{n} \cdot P) dA + \iint_{C.S.} (\vec{n} \cdot \tau) dA$$

- A gravidade age no volume.
- A força devido à pressão é normal à S.C. e direcionada internamente à S.C.
- A força devido à tensão de cisalhamento age tangencialmente à S.C.

Equação QDM, $\beta = V$, (eq. Vetorial, 3 comp. Sistema Inercial)

- Assumindo propriedades uniformes nas fronteiras: densidades e velocidades (entradas saídas)
- Desprezando as forças devido à tensão de cisalhamento

$$\frac{\partial(m\vec{V})}{\partial t}\Big|_{C.V.} + \sum (\dot{m}\vec{V})_{out} - \sum (\dot{m}\vec{V})_{in} = \rho \vec{g} \forall + \oiint_{C.S.} (-\vec{n} \cdot P) dA$$

A conservação da QDM

- 2ª lei de Newton -

Sistema Inercial

R.P e Duas portas no V.C. (uma entrada/uma saída)

$$\dot{m} \left(\vec{V}_{OUT} - \vec{V}_{IN} \right) = \sum \vec{F}_{EXT}$$

Força de reação: bico difusor (convergente)

Por que são necessários 2 bombeiros?

Por que ao acelerar a água aparece uma força de reação?



Bico com ajuste do diâmetro



9.5LB- 15-1/8"

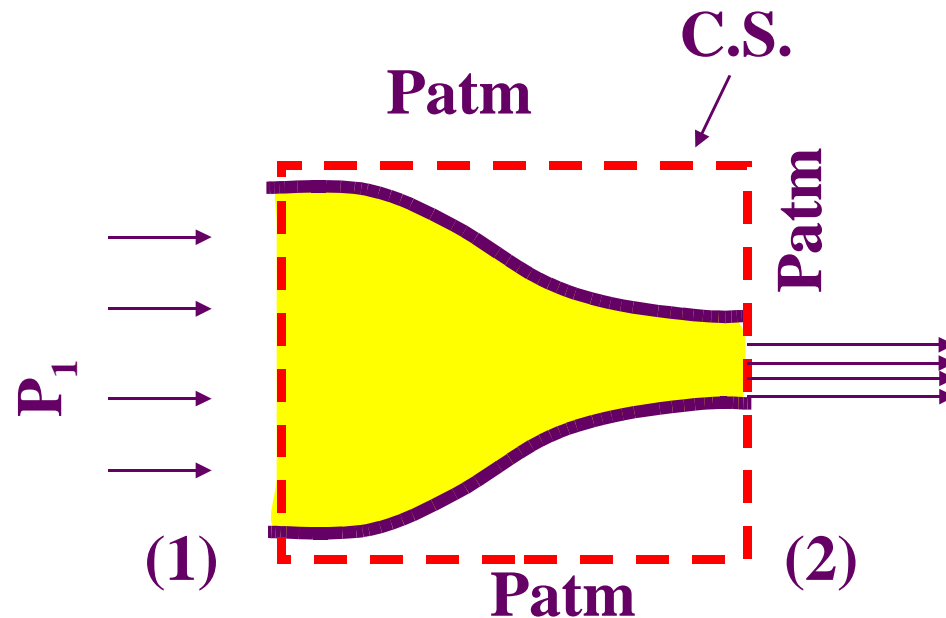
100 Psi & 50 – 350 GPM

Força de reação: bico difusor (convergente)

S.C. engloba o bico (sólido) + o fluido.

Sempre que a S.C. cruzar um sólido podemos ter forças mecânicas devido à reação.

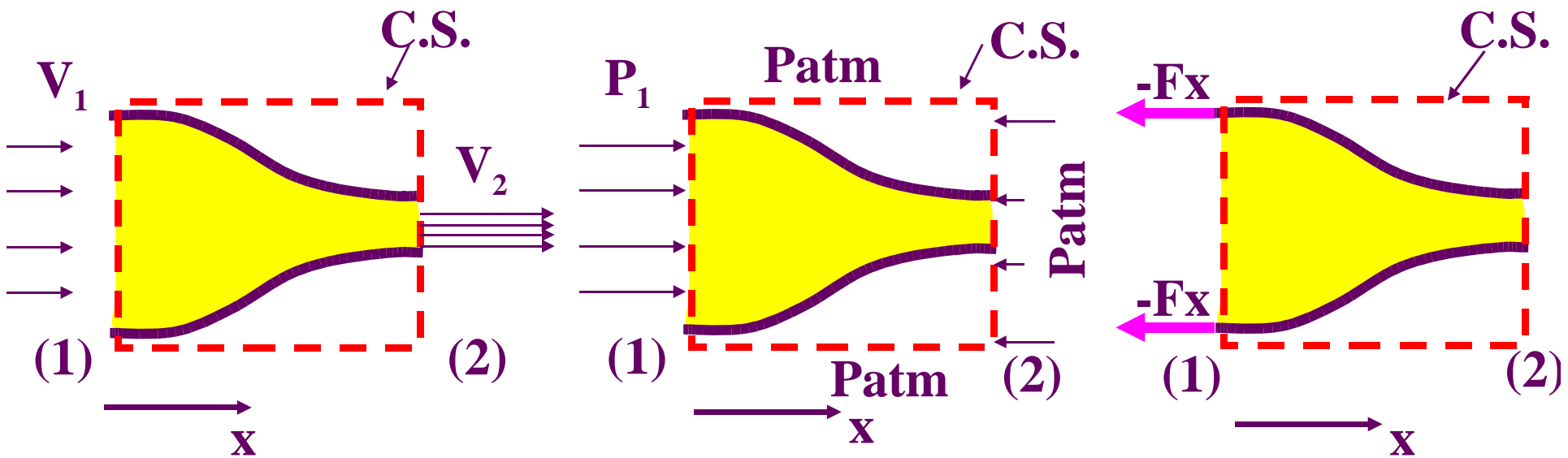
Entrada e saída do bico possuem diâmetros d_1 e d_2



Em R.P., $d/dt = 0$ e da conservação da massa,
 $\rho V_1 d_1^2 = \rho V_2 d_2^2 \rightarrow V_2 = V_1 (d_1/d_2)^2$ e $\dot{m} = \rho V_1 \pi d_1^2 / 4$

Força de reação no bico (eq. vetorial: componente x)

$$\left(\dot{m} \vec{V}\right)_{out} - \left(\dot{m} \vec{V}\right)_{in} = \iiint_{C.V.} \rho \vec{g} dV + \iint_{C.S.} (-\vec{n} \cdot P) dA + \vec{F}$$



$$\dot{m} (V_2 - V_1) = (P_1 - P_{atm}) \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} + F_x$$

$$F_{Bico} = -F_x$$

Equação da energia, $\mathbf{B}=\mathbf{E}$; $\beta=e$, (escalar)

- Expressa o balanço de energia para um V.C.
- A variação da energia no V.C. é dada pelos fluxos de calor e de trabalho cruzando a S.C.

$$\frac{dme}{dt}\Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho e dV + \oiint_{C.S.} \rho e (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) dA = \dot{Q} - \dot{W}$$

Equação da energia, $B=E$ $\beta= e$, (escalar)

- Aproximação: propriedades uniformes:

$$\frac{\partial E}{\partial t} |_{CV} + \sum (\dot{m} e)_{out} - \sum (\dot{m} e)_{in} = \dot{Q} - \dot{W}$$

- As convenções de sinal para calor e trabalho permanecem as mesmas:

Calor IN e Trabalho OUT no V.C. são (+)

Calor OUT e Trabalho IN no V.C. são (-)

Termos de transferência de calor

Deseja-se combiná-los em um único termo:
transferência de calor líquida

$$\dot{Q}_{\text{net}} = \dot{Q}_{\text{in}} - \dot{Q}_{\text{out}}$$

Por simplicidade, despreza-se o índice “net”

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{net}}$$

Termos de trabalho

Fazemos o mesmo:

$$\dot{W} = -\dot{W}_{\text{in}} + \dot{W}_{\text{out}}$$

OBS: trabalho envolve **movimentos da fronteira**, trabalhos de eixo, elétrico, etc.

Equação de conservação da energia

- Para R.P. e duas portas (uma entrada e uma saída) no V.C.:

$$\dot{m} (e_{out} - e_{in}) = \dot{Q} - \dot{W}$$

Equação da energia, $\beta = e$, (escalar)

É necessário estabelecer:

- 1- Os termos de energia específica, 'e'
- 2- Dividir o trabalho em termos devido ao escoamento mais os outros modos de trabalho

A energia específica

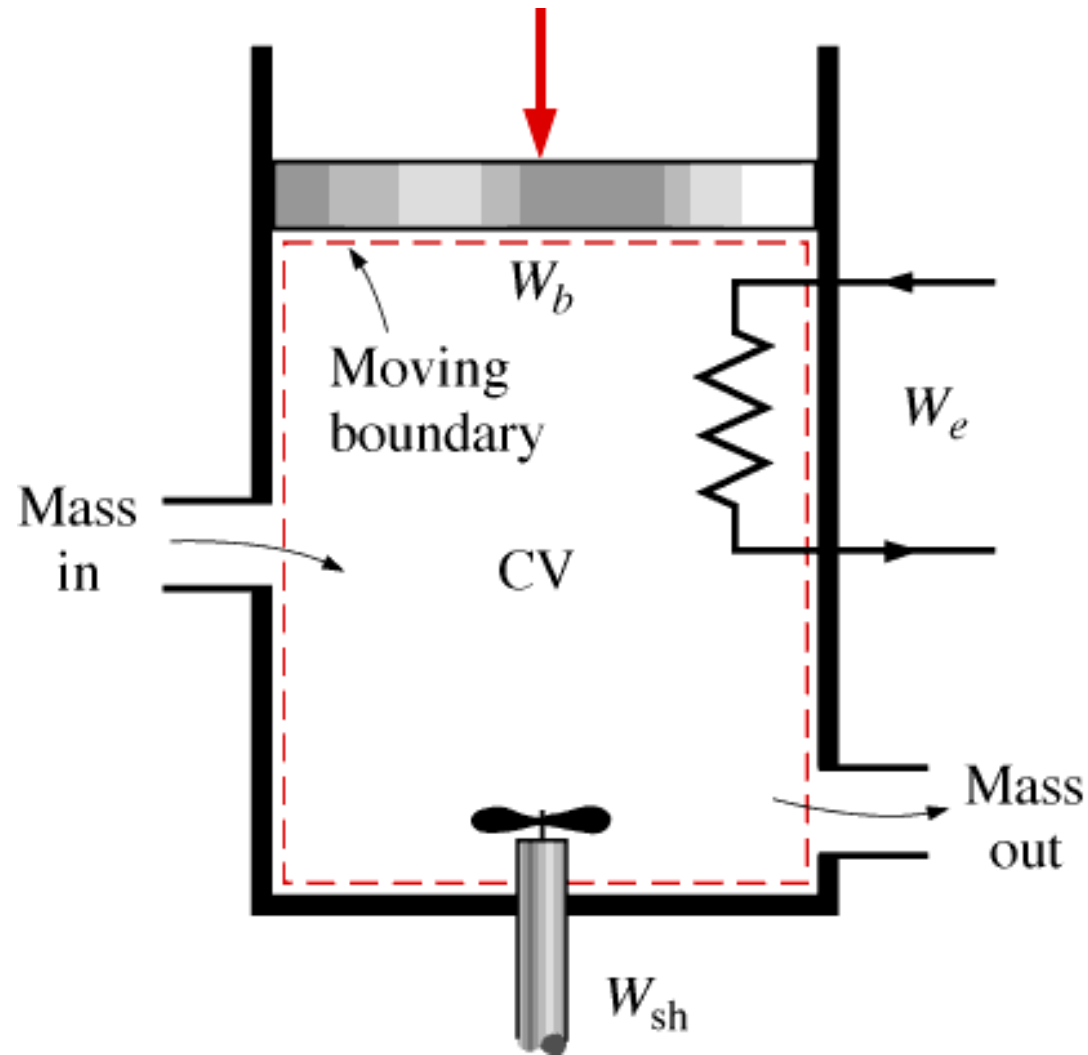
Consideraremos que a energia específica é a contribuição de:

- **Energia interna do fluido,**
- **Energia potencial**
- **Energia cinética:**

$$e = u + gz + \frac{V_I^2}{2}$$

Onde V_I refere-se à velocidade do fluido relativa a um referencial inercial

O V.C. pode estar sujeito a trabalhos de fronteira, de eixo, elétrico ou outros.



A separação dos termos do trabalho

- Trabalho de eixo,: ex. pás de turbinas, pás de bomba hidráulica;
- Trabalho do deslocamento da S.C.;
- Trabalho devido a campos magnéticos, tensão superficial, etc.,
- *Trabalho para mover matéria para dentro e para fora do V.C.*

A separação dos termos do trabalho

- Normalmente divide-se o trabalho em 2 termos:
- Trabalho realizado no V.C. devido ao incremento m_i de massa entrando e ao incremento m_e de massa saindo
- Todos os outros trabalhos, normalmente chamados de Trabalho de Eixo, simbolizado por W_{shaft} ou W .

Normalmente dividimos o trabalho em 2 termos:

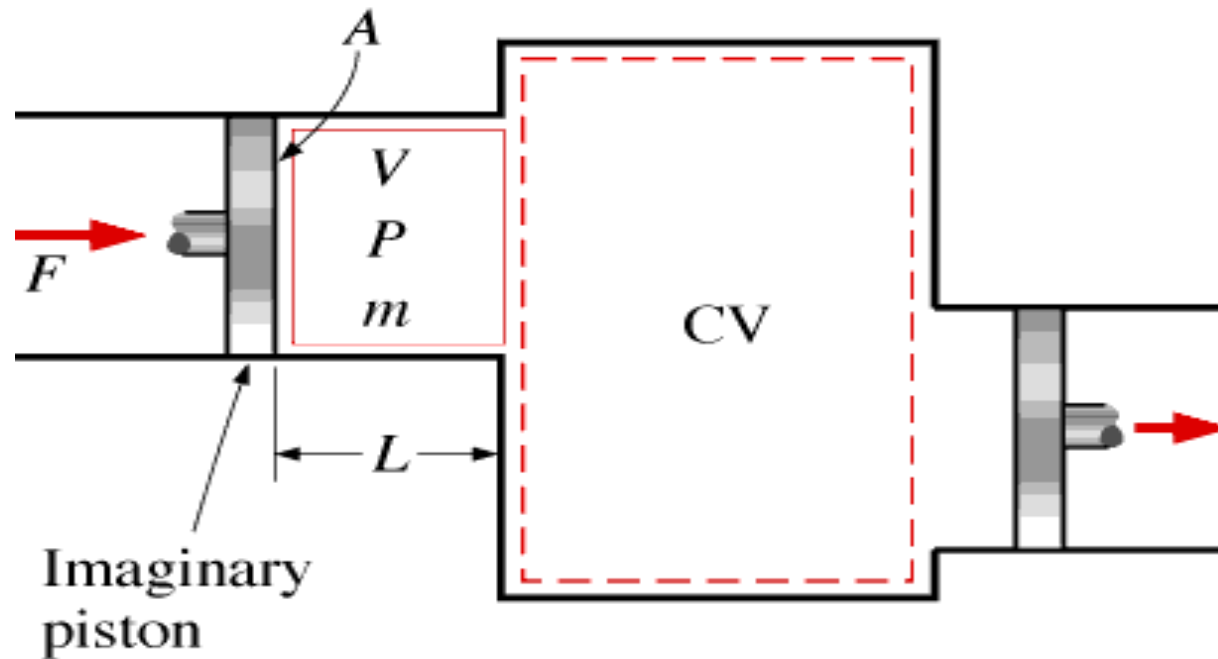
$$\dot{W} = \dot{W}_{\text{FLOW}} + \dot{W}_{\text{SHAFT}}$$

\dot{W}_{FLOW} = *work done moving fluid in/out of c.v.*

\dot{W}_{SHAFT} = *net shaft work*

Esquema do trabalho devido ao fluxo

Imagine um pistão comprimindo uma quantidade de massa prestes a entrar no V.C



Esquema do trabalho devido ao fluxo

O trabalho de fluxo é :

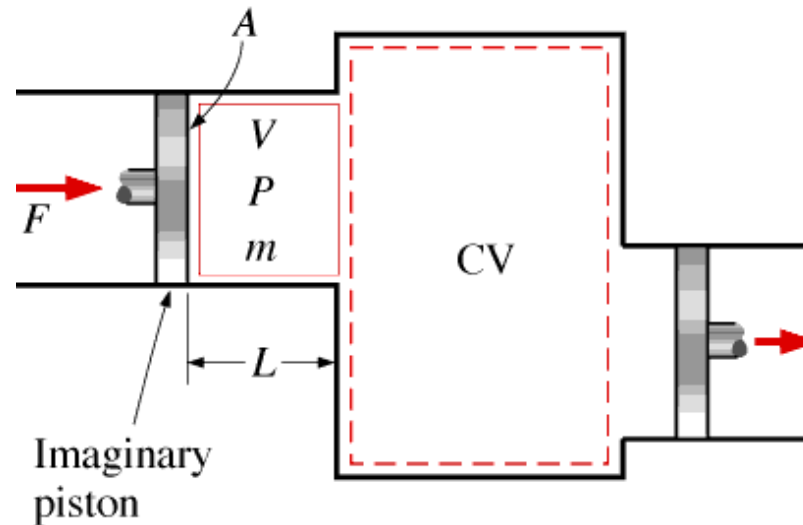
$$W_f = P\Delta V$$

e sua taxa:

$$\dot{W}_f = P \frac{\partial(\Delta V)}{\partial t} = P(\vec{n} \cdot \vec{V}_r) A = \frac{P}{\rho} \dot{m}$$

Que é o trabalho volumétrico para empurrar ou puxar massa do V.C.

O produto escalar fornece o sinal correto se o V.C. recebe ou produz trabalho



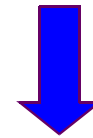
Equação da energia

Inserindo as definições de 'e' e W_f na equação da energia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(u + \frac{V_I^2}{2} + gz \right) \forall \right] + \sum \left[\left(u + \frac{V_I^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} \right) \dot{m} \right]_{OUT} - \sum \left[\left(u + \frac{V_I^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} \right) \dot{m} \right]_{IN} = \dot{Q} - \dot{W}_{shaft}$$

Significado termo a termo

$$\frac{\partial E}{\partial t} \Big|_{cv} - \dot{m} \left(u + \frac{P}{\rho} + \frac{V_I^2}{2} + gz \right)_{in} + \dot{m} \left(u + \frac{P}{\rho} + \frac{V_I^2}{2} + gz \right)_{out} = \dot{Q} - \dot{W}_{shaft}$$



**Taxa de
variação
da
energia
no V.C**

**Taxa de
convecção de
energia para o
V.C.**

**Taxa de
convecção de
energia p/ fora
do V.C.**

**Taxas das
interações
de calor e
trabalho**

OBS a respeito de calor

- **Transferência de calor não deve ser confundida com a energia transportada junto com a massa para dentro e para fora do V.C.**
- **Calor é a forma de transferência de energia devido a uma diferença de temperatura**

Equação da energia

Utilizando-se a entalpia

$$\mathbf{h = u + P/\rho}$$

obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(u + \frac{V_I^2}{2} \right) \nabla \right] + \sum \left[\left(h + \frac{V_I^2}{2} + gz \right) \dot{m} \right]_{OUT} - \sum \left[\left(h + \frac{V_I^2}{2} + gz \right) \dot{m} \right]_{IN} = \dot{Q} - \dot{W}_{shaft}$$

Podemos simplificar ainda mais...

Dividindo tudo pelo fluxo mássico:

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$$

**Transf. de calor por
unidade de massa**

$$w_{\text{shaft}} = \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}$$

**Trabalho de eixo por
unidade de massa**

E para R.P. e apenas duas portas no V.C.:

$$q - w_{\text{shaft}} = (h_{\text{out}} - h_{\text{in}}) + \left(\frac{V_{\text{out}}^2}{2} - \frac{V_{\text{in}}^2}{2} \right) + g(z_{\text{out}} - z_{\text{in}})$$

Onde z_{out} e z_{in} referem-se à cota na saída e na entrada do V.C.

Ou ainda em notação reduzida:

$$q - w_{\text{shaft}} = \Delta h + \Delta ke + \Delta pe$$

Equação da 2ª lei, $B=S$; $\beta=s$, (eq. escalar)

- Expressa o transporte de entropia pelo escoamento médio

$$\left. \frac{dms}{dt} \right|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho s dV + \iint_{C.S.} \rho (\vec{n} \cdot \vec{V}_r) s dA = \iint_{C.S.} \frac{\dot{Q}''}{T} dA + \dot{S}_{gen}$$

Onde,

Q'' é o fluxo local de calor por unidade de área,
[W/m²]

S_{gen} é o termo de produção de entropia devido às
irreversibilidades, $S_{gen} \geq 0$

Equação da 2ª lei, $\beta = s$, (eq. escalar)

- Para propriedades uniformes:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho s dV - \sum (\dot{m} s)_{in} + \sum (\dot{m} s)_{out} = \iint_{C.S.} \frac{\dot{Q}''}{T} dA + \dot{S}_{gen}$$

Onde,

Q'' é o fluxo local de calor por unidade de área,
[W/m²]

S_{gen} é o termo de produção de entropia devido às
irreversibilidades, $S_{gen} \geq 0$