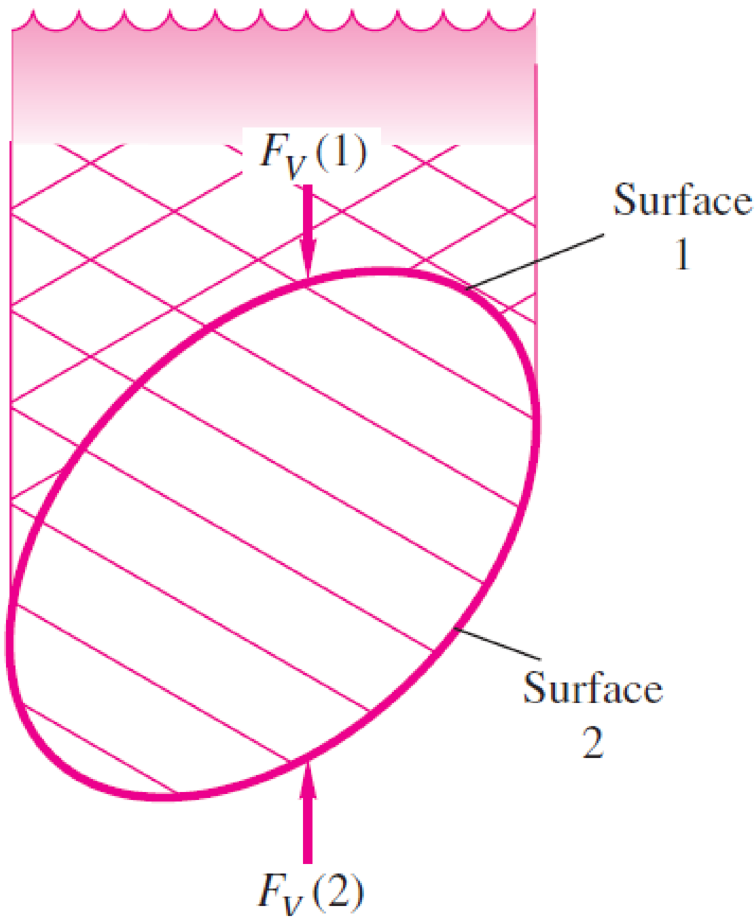
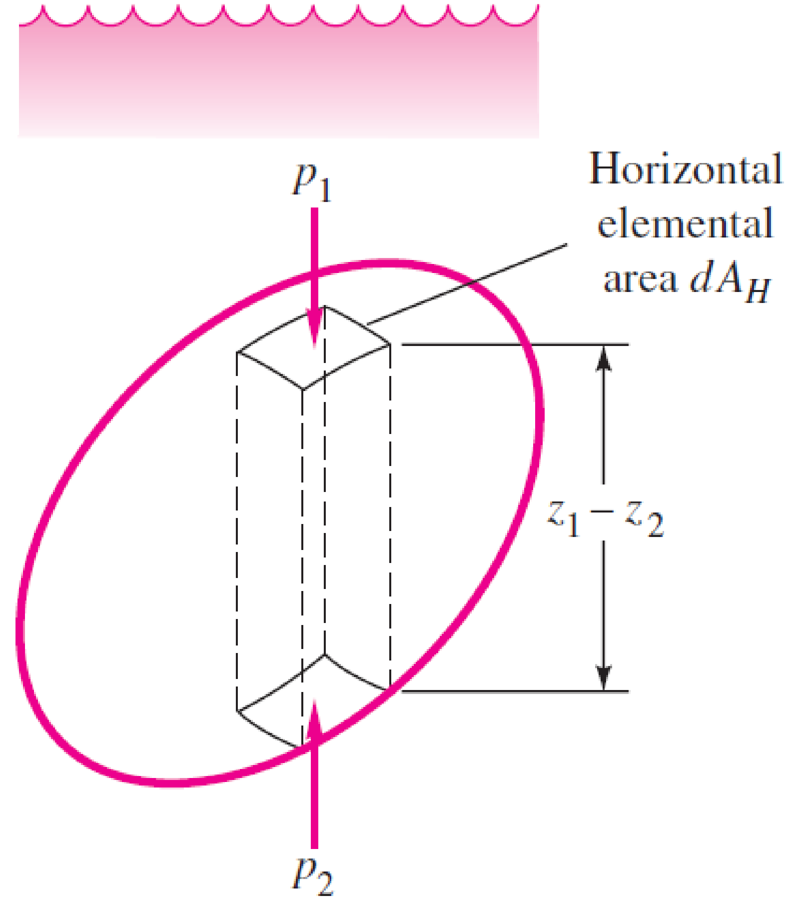
Estática dos Fluidos (parte 3)

Ref. White F.M., Mecânica dos Fluidos, McGraw-Hill

Empuxo de objeto totalmente submerso

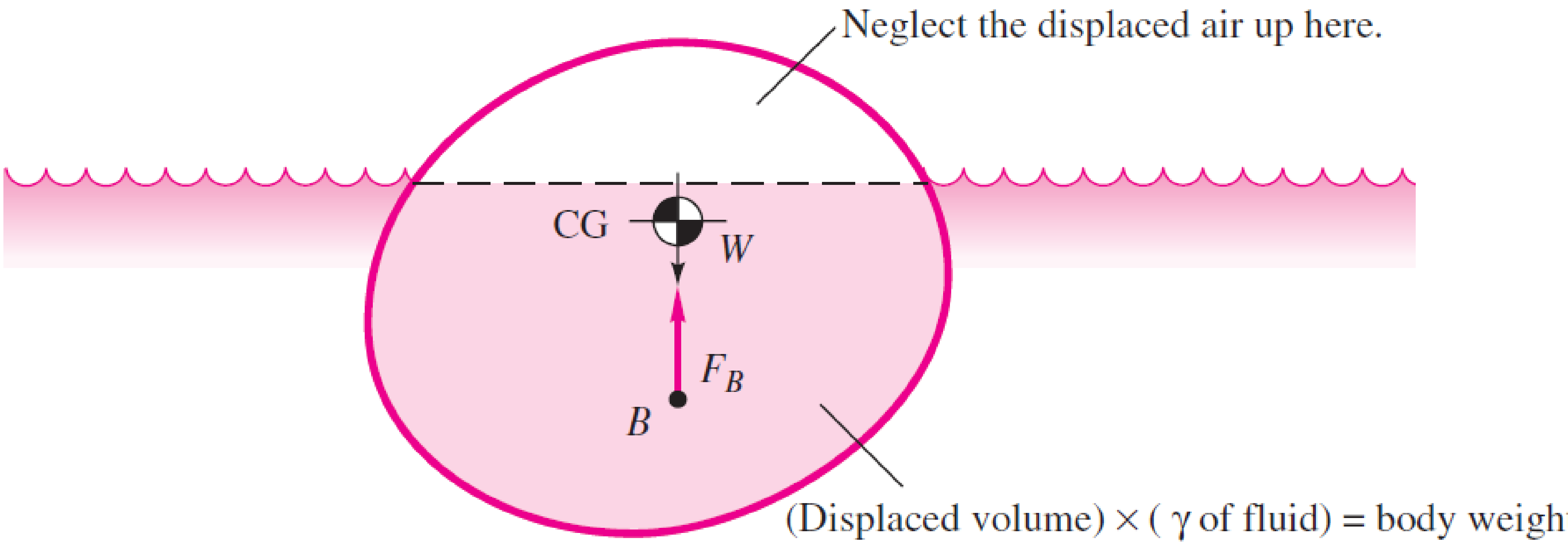




$$F_B = F_V(2) - F_V(1)$$
$$= \text{(fluid weight above 2)} - \text{(fluid weight above 1)}$$

$$F_B = \int_{\text{body}} (p_2 - p_1)\, dA_H = -\gamma \int (z_2 - z_1)\, dA_H = (\gamma)(\text{body volume})$$

Empuxo de objeto Flutuante

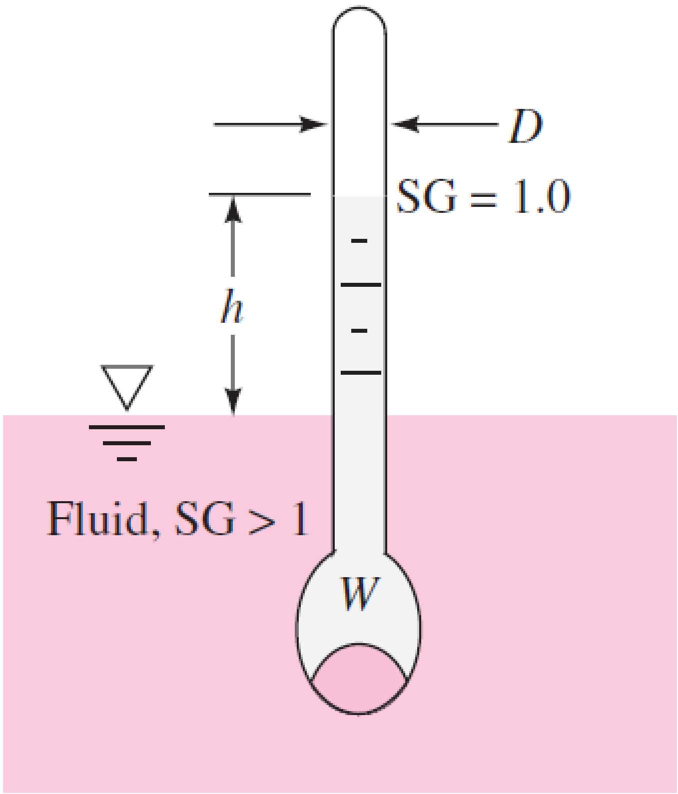


$$(F_B)_{LF} = \sum \rho_i g(\text{displaced volume})_i$$

OBS: no caso de objeto flutuante, peso = empuxo

Exemplo de aplicação: hidrômetro (densímetro)

- Para medir densidade de líquidos



Exemplo de aplicação: hidrômetro (densímetro)

- Calibra-se na água (h=0, ou seja, referência)

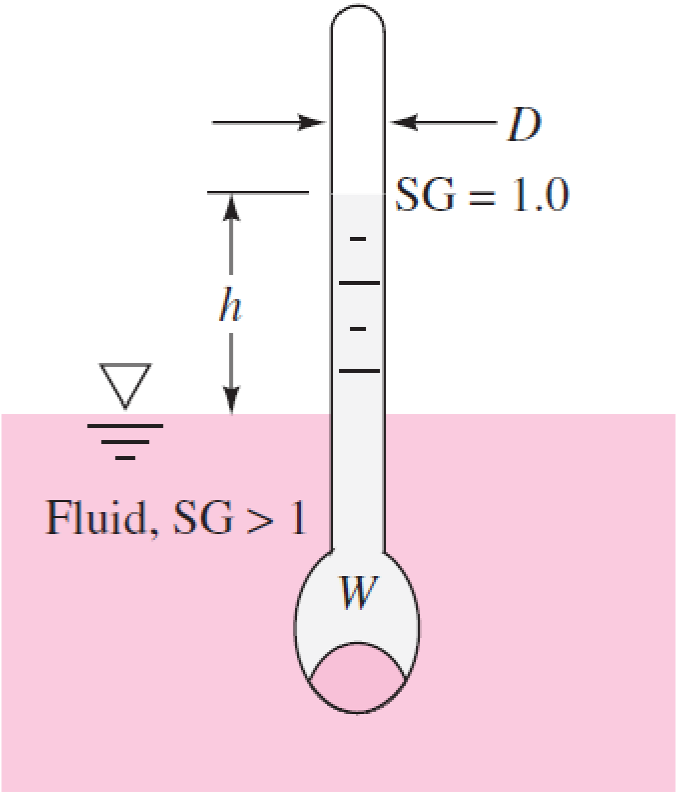
$$W = \gamma_{H2O} \forall$$

- Em outro fluido, h ≠ 0

$$W = \gamma_f (\forall - Ah)$$

- Combinando

$$h = \frac{\forall}{A}\left(1 - \frac{\gamma_{H2O}}{\gamma_f}\right)$$

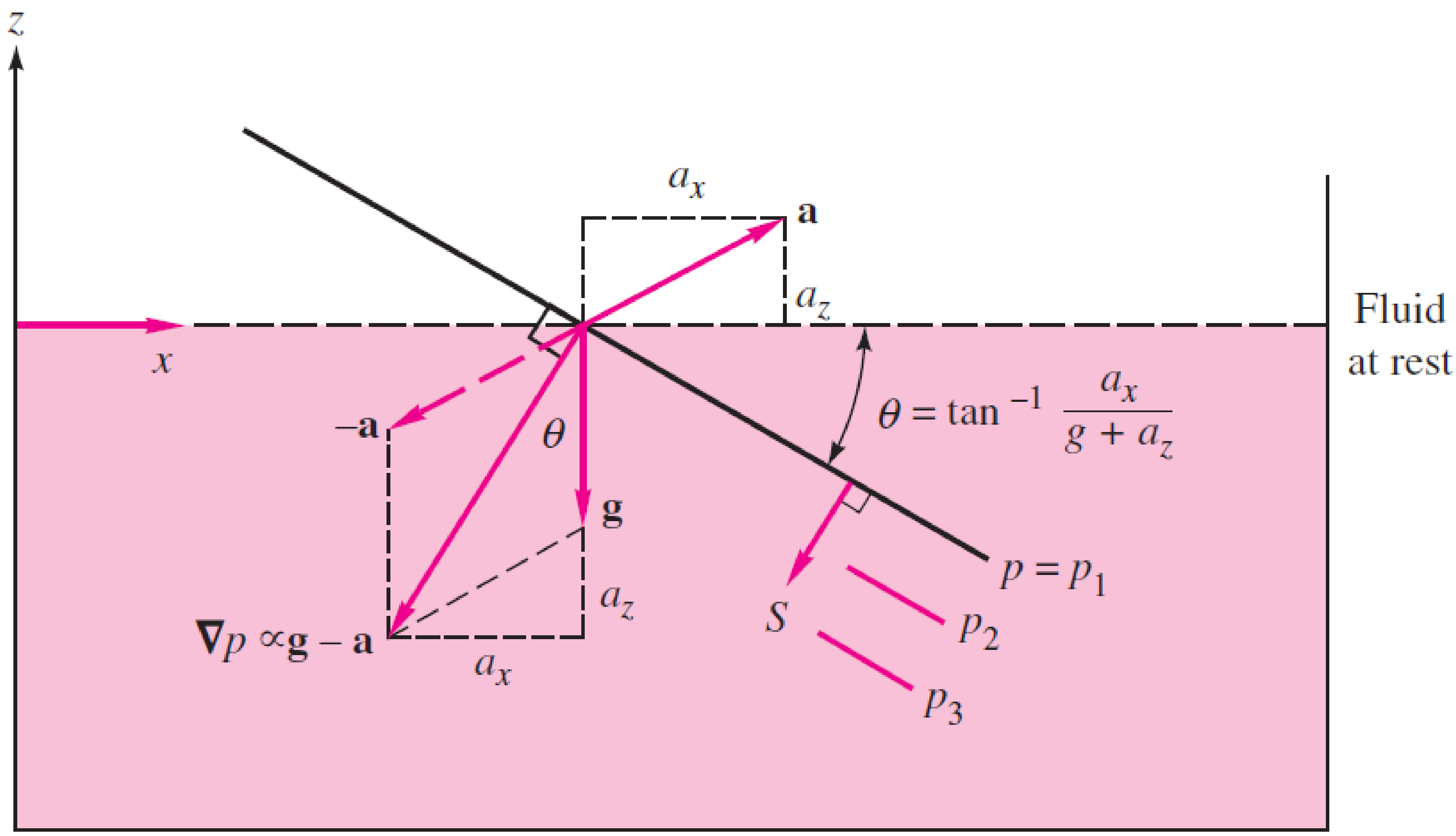


Fluido linearmente acelerado

- Recipiente contendo fluido é acelerado linearmente
- Todas as partículas se movem de forma idêntica
  - Movimento de corpo rígido
  - Não há movimento relativo entre elas
  - Não há taxa de deformação

Fluido linearmente acelerado

- Considere um referencial com $a_x \neq 0$ e $a_z \neq 0$



Fluido linearmente acelerado

- Para gravidade orientada no sentido negativo do eixo z

$$dP = -\rho a_x dx \; - \rho(g + a_z)dz$$

- Integrando entre 2 pontos arbitrários

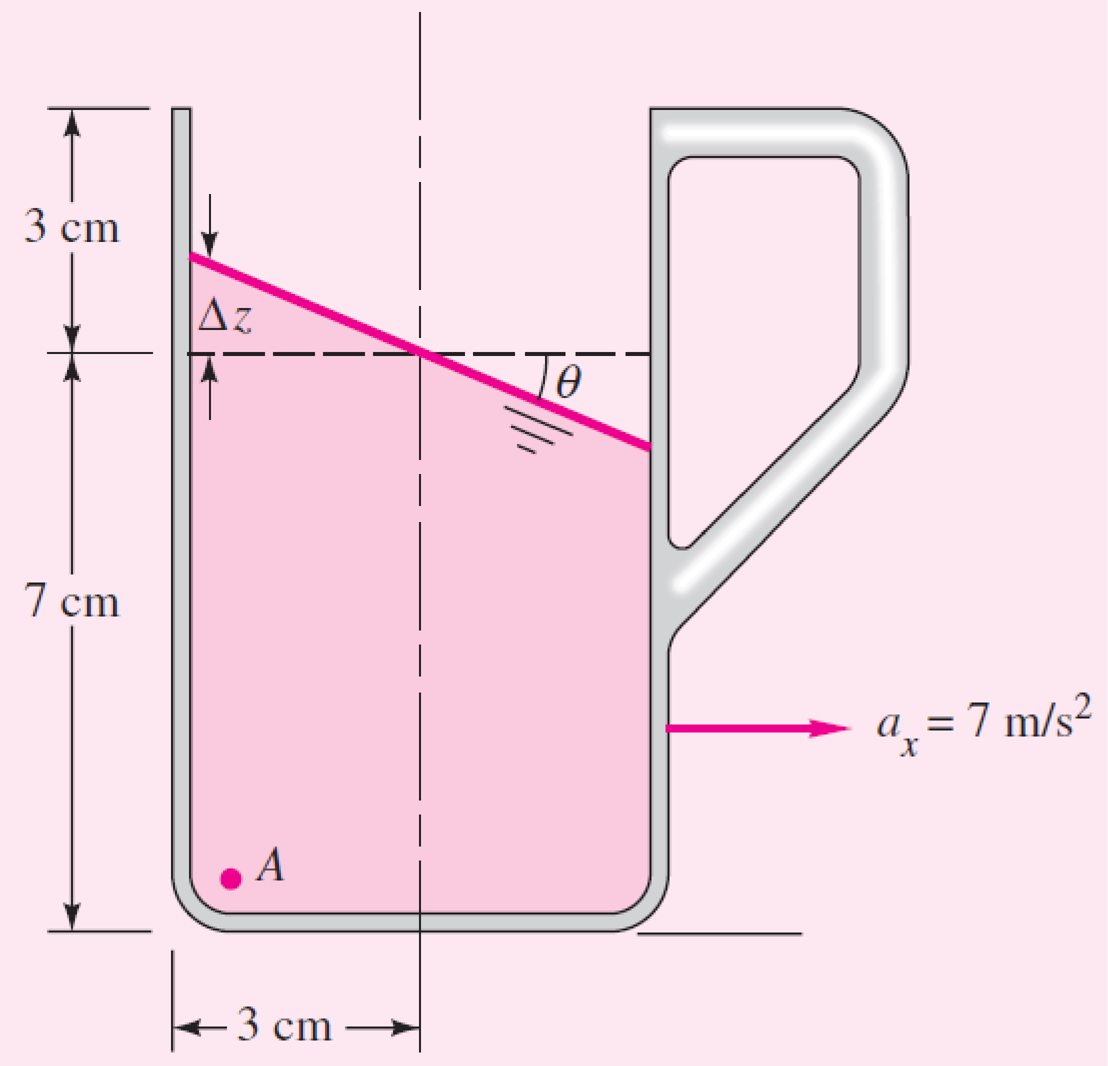
$$P_2 - P_1 = -\rho a_x(x_2 - x_1) \; - \rho(g + a_z)(z_2 - z_1)$$

- Para pontos 1 e 2 na superfície livre: pressão atmosférica

$$tg\theta = \frac{a_x}{g + a_z}$$

$$\frac{dp}{ds} = \rho G \qquad \text{where } G = [a_x^2 + (g + a_z)^2]^{1/2}$$

A drag racer rests her coffee mug on a horizontal tray while she accelerates at 7 m/s^2. The mug is 10 cm deep and 6 cm in diameter and contains coffee 7 cm deep at rest. (*a*) Assuming rigid-body acceleration of the coffee, determine whether it will spill out of the mug. (*b*) Calculate the gage pressure in the corner at point *A* if the density of coffee is 1010 kg/m^3.



$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_x}{g} = \tan^{-1}\frac{7.0\ \text{m/s}^2}{9.81\ \text{m/s}^2} = 35.5°$$

$\Delta z = (3\ \text{cm})(\tan 35.5°) = 2.14\ \text{cm} < 3\ \text{cm}$ therefore no spilling

$$p_A = \rho G\,\Delta s = \left(1010\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left[\sqrt{(9.81)^2 + (7.0)^2}\right][(0.07 + 0.0214)\cos 35.5°] \approx 906\ \text{Pa}$$

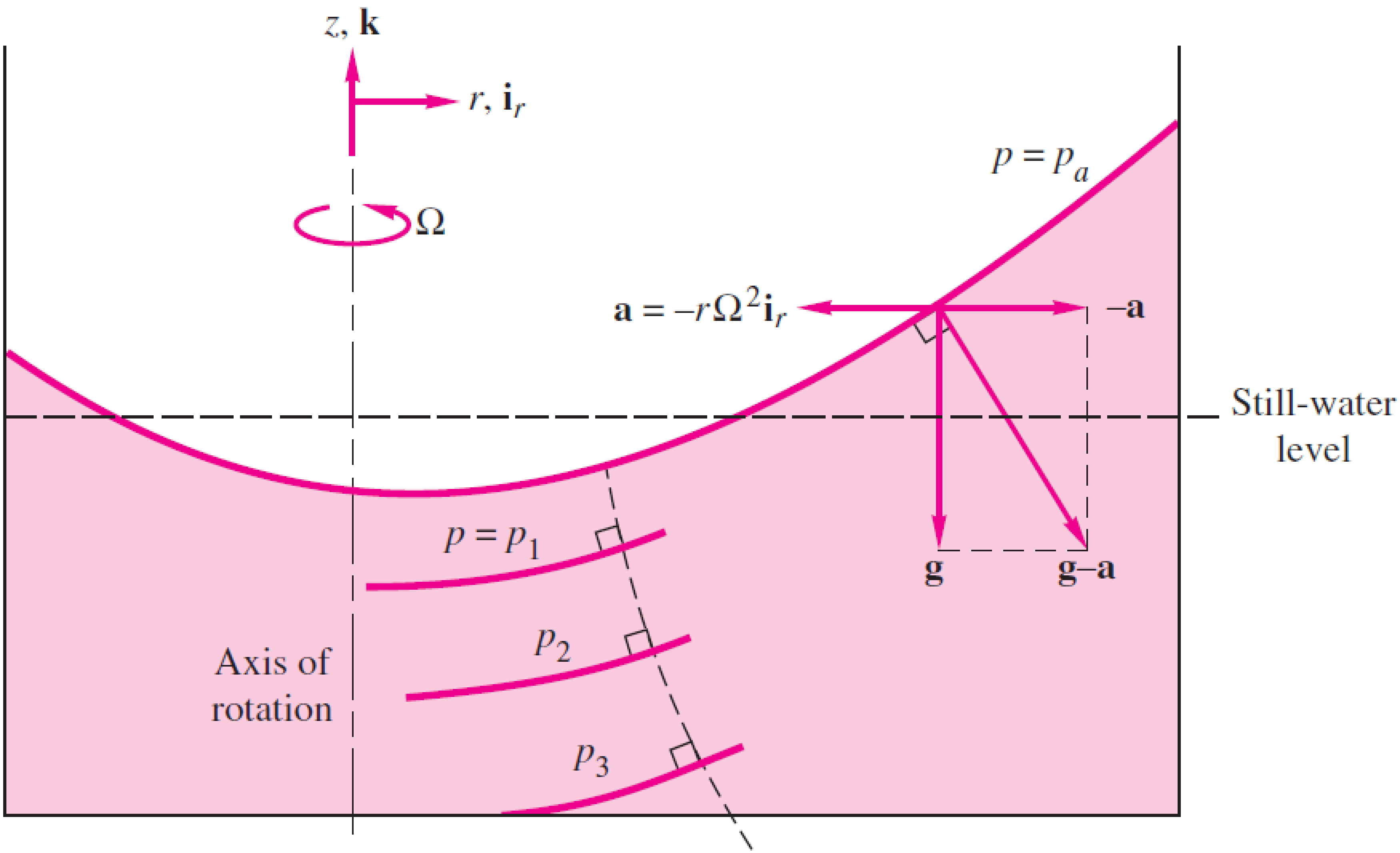
Ou, alternativamente, a pressão pode ser calculada entre o pto A e ao pto na SL verticalmente acima

$$p_A = \rho g(z_{\text{surf}} - z_A) = (1010\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.0214 + 0.07\ \text{m}) = 906\ \text{Pa}$$

Sistema com fluido em rotação

- Recipiente contendo fluido possui velocidade angular constante
- Todas as partículas se movem de forma idêntica
  - Movimento de corpo rígido
  - Não há movimento relativo entre elas
  - Não há taxa de deformação
- Cada partícula de fluido estará sujeita à aceleração centrípeta

Sistema com fluido em rotação



Sistema com fluido em rotação

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{k}\Omega \quad \boldsymbol{r}_0 = \mathbf{i}_r r$$

$$\mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_0) = -r\Omega^2 \mathbf{i}_r$$

$$\nabla p = \mathbf{i}_r \frac{\partial p}{\partial r} + \mathbf{k} \frac{\partial p}{\partial z} = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a}) = \rho(-g\mathbf{k} + r\Omega^2 \mathbf{i}_r)$$

$$\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a})$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \Omega^2 \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$$

$$p = \text{const} - \gamma z + \tfrac{1}{2}\rho r^2 \Omega^2$$

Sistema com fluido em rotação

$$p = \text{const} - \gamma z + \tfrac{1}{2}\rho r^2 \Omega^2$$

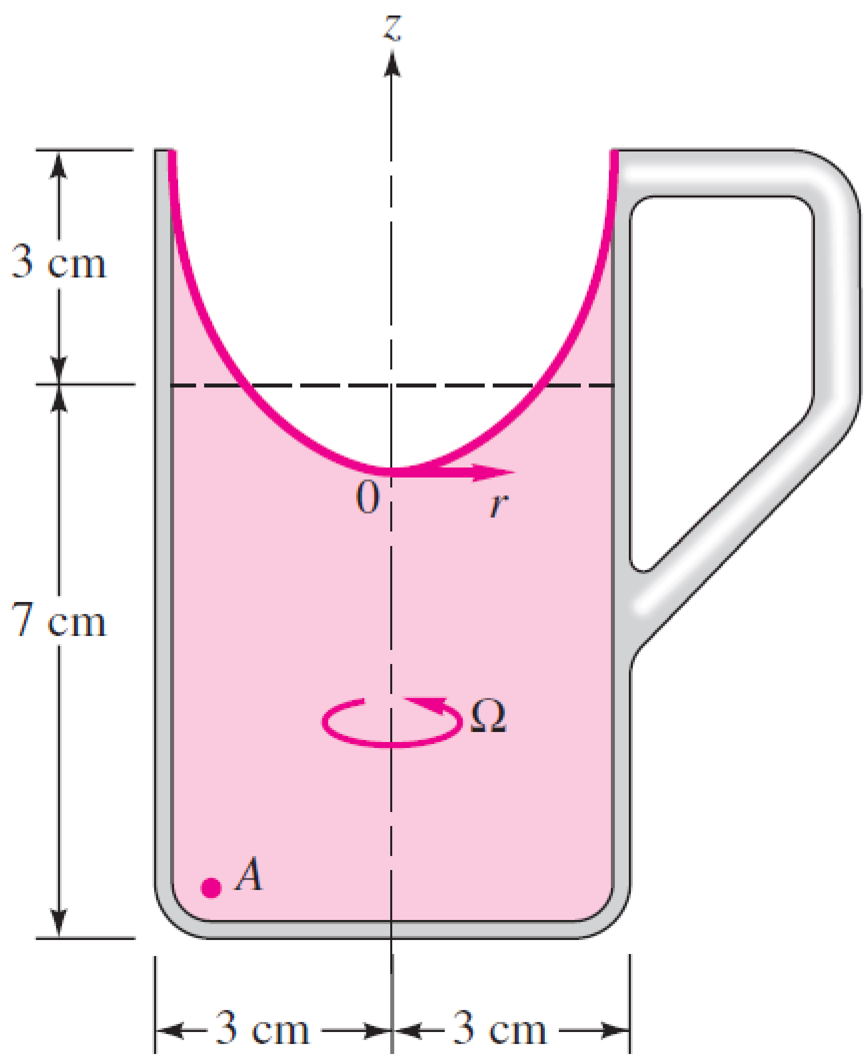
Para uma pressão de referência P_0 em (r,z) = (0,0)

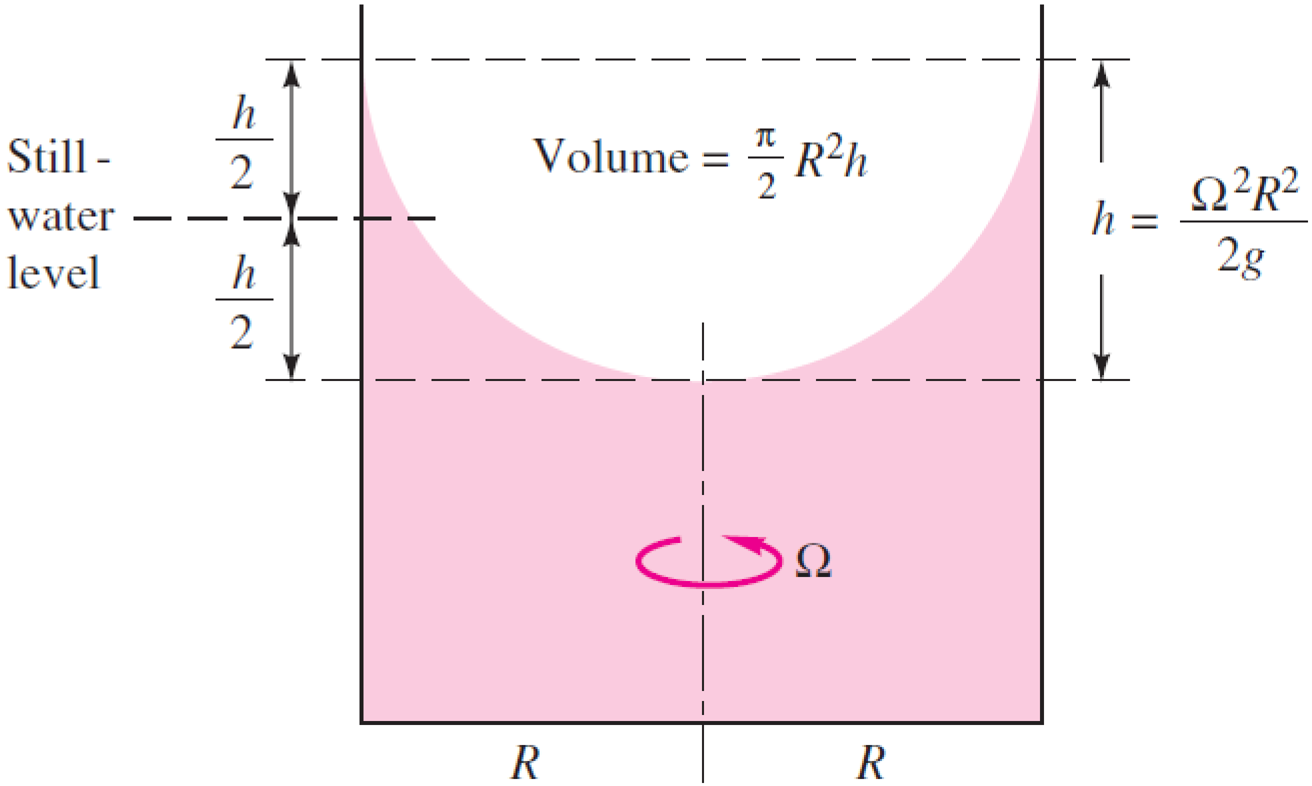
$$p = p_0 - \gamma z + \tfrac{1}{2}\rho r^2 \Omega^2$$

$$z = \frac{p_0 - p_1}{\gamma} + \frac{r^2 \Omega^2}{2g} = a + br^2$$

Logo, a superfície livre tem a forma de um parabolóide.

The coffee cup in Example 2.13 is removed from the drag racer, placed on a turntable, and rotated about its central axis until a rigid-body mode occurs. Find (*a*) the angular velocity that will cause the coffee to just reach the lip of the cup and (*b*) the gage pressure at point *A* for this condition.





$$\frac{h}{2} = 0.03\text{ m} = \frac{\Omega^2R^2}{4g} = \frac{\Omega^2(0.03\text{ m})^2}{4(9.81\text{ m/s}^2)} \longrightarrow \Omega = 36.2\text{ rad/s} = 345\text{ r/min}$$

$$p = p_0 - \gamma z + \tfrac{1}{2}\rho r^2\Omega^2 \longrightarrow$$

$$\begin{aligned} p_A &= 0 - (1010\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)(-0.04\text{ m}) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(1010\text{ kg/m}^3)(0.03\text{ m})^2(1308\text{ rad}^2/\text{s}^2) \\ &= 396\text{ N/m}^2 + 594\text{ N/m}^2 = 990\text{ Pa} \end{aligned}$$